А. И. Богданов   Б. С. Монгуш

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Монография

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
**«Санкт-Петербургский государственный университет
промышленных технологий и дизайна»
Тувинский институт комплексного освоения природных ресурсов СО РАН**

А. И. Богданов Б. С. Монгуш

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Монография

Санкт-Петербург
2022

УДК 519.87:330.4(035.3)
ББК 65в6
Б73

Рецензенты:
доктор физико-математических наук, профессор кафедры высшей математики
Санкт-Петербургского политехнического университета Петра Великого
Н. В. Калинин;
кандидат экономических наук, доцент кафедры экономики и менеджмента
в строительстве Санкт-Петербургского государственного университета
путей сообщений Императора Александра I
Л. А. Кравченко

Богданов, А. И.
Б73 Математические модели оптимизации бизнес-процессов на предприятиях легкой промышленности: монография / А. И. Богданов, Б. С. Монгуш. – Санкт-Петербург: ФГБОУВО «СПбГУПТД», 2022. – 96 с.
ISBN 978-5-7937-2141-7

Цель настоящей монографии – дать читателю представление о современном состоянии в сфере разработки и применения оптимизационных математических моделей бизнес-процессов в логистических исследованиях и разработках.

В ней рассматриваются предложенные авторами интегральные математические модели бизнес-процессов: транспортно-складская модель и производственно-транспортно-складская модель, которые представляют собой существенную новизну. Приведены алгоритмы решения соответствующих задач, даны рекомендации по применению тех или иных математических моделей. Теоретические положения проиллюстрированы практическими примерами проведения оптимизационных расчетов на ряде предприятий легкой промышленности Республики Тыва.

Предназначена для аспирантов направления 05.02.22 – Организация производства (текстильная и легкая промышленность), занимающихся вопросами математического моделирования бизнес-процессов, а также может быть полезной студентам направления 38.03.01 – Экономика при изучении дисциплин «Методы принятия управленческих решений», «Логистика», «Аналитические методы в международной логистике».

УДК 519.87:330.4(035.3)
ББК 65в6

ISBN 978-5-7937-2141-7

ВВЕДЕНИЕ

Продукция предприятий легкой промышленности неизменно пользуется устойчивым спросом со стороны потребителей, однако в общем объеме промышленного производства Российской Федерации доля легкой промышленности в 2018 г. по официальным данным Федеральной службы государственной статистики составила лишь 0,7 %. Высокие объемы поставок дешевого импорта из Китая, Турции, Индии и других стран являются серьезным препятствием для развития предприятий отрасли. Разработанный проект «Стратегии развития легкой промышленности России на период до 2025 года», направленный на стимулирование развития отечественного производства конкурентоспособных товаров с высокой добавленной стоимостью, может стать одним из факторов развития отрасли. В частности, предполагается рост объема отгруженных товаров легкой промышленности с 520,6 млрд руб. в 2019 г. до 631 млрд руб. в 2025 г.

Для дальнейшего развития отечественной легкой промышленности особую актуальность имеет формирование конкурентоспособной продукции. Это невозможно без рассмотрения новых подходов и методов в управлении, применения методов математического моделирования. В частности, целесообразно использовать современные методы управления предприятием, которые основаны на логистических принципах оптимальной организации производства и распределения готовой продукции. Применение логистических принципов к организации производства обеспечивает максимизацию общей прибыли за счет интегрированного системного подхода. Поэтому методы и модели оптимизации бизнес-процессов предприятия на основе интегрированного подхода требуют на сегодняшний день обновления и совершенствования.

Теории и методологии моделирования организации производственно-транспортно-складских процессов посвящены работы зарубежных и отечественных исследователей: Р. Баллоу, Д. Бауэрсокса и Д. Клосса, М. Кристофера, Д. М. Ламберта, Дж. Р. Стока, Д. Уотерса, А. Гаррисона, Р. ван Гока, Дж. Шапиро, Б. А. Аникина, В. И. Бережного, И. В. Бережной, А. А. Бочкарева, Е. В. Будриной, А. М. Гаджинского, В. В. Дыбской, Е. И. Зайцева, В. К. Козлова, В. С. Лукинского, Л. Б. Миротина, А. Г. Некрасова, Ю. М. Неруша, В. И. Сергеева, А. Н. Стерлиговой, С. А. Хруцкого и др.

Несмотря на внушительное количество исследований по логистике и теории управления промышленным предприятием на основе логистических принципов, а также на различие постановок рассмотренных моделей задач управления как отдельными процессами, так и интегрированными бизнес-процессами предприятия остается открытым вопрос учета стохастических показателей при планировании и организации производства.

Целью настоящей монографии является совершенствование частных методов и моделей оптимизации организации производственно-транспортно-складских процессов предприятия, а также разработка интегрированной модели оптимизации организации бизнес-процессов предприятия в условиях как детерминированного, так и случайного спроса.

ГЛАВА 1. ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТРАНСПОРТНО-СКЛАДСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ПРЕДПРИЯТИИ ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

1.1. Анализ современного состояния легкой промышленности России

Ведущей отраслью народного хозяйства и основной составляющей материального производства страны является промышленность. Следовательно, производство – это важнейший компонент экономики любого государства, а развитие производства – индикатор уровня жизни населения. В результате объективных особенностей современного этапа политико-экономического развития РФ и недостатка внимания бизнеса к отраслям обрабатывающих производств индекс промышленного производства по Российской Федерации (РФ) за период 2005–2019 гг. и темпы прироста индекса производства по виду деятельности «Обрабатывающие производства», как показано в *табл. 1.1*, в основном снижались [76], [36].

Таблица 1.1. **Индексы промышленного производства РФ и производства по виду экономической деятельности «Обрабатывающие производства» за 2005–2019 гг.**

Год	Индекс промышленного производства (в % к предыдущему году)	Индекс производства «Обрабатывающие производства» (в % к предыдущему году)
2005	105,1	107,6
2010	107,3	110,6
2011	105,0	108,0
2012	103,4	105,1
2013	100,4	100,5
2014	101,7	102,7
2015	96,6	94,6
2016	101,1	100,1
2017	102,1	102,5
2018	102,9	102,6
2019	102,4	102,3

Последние несколько лет наблюдается незначительный рост производства после экономического кризиса 2014 г. (*рис. 1.1*) [130], [68].

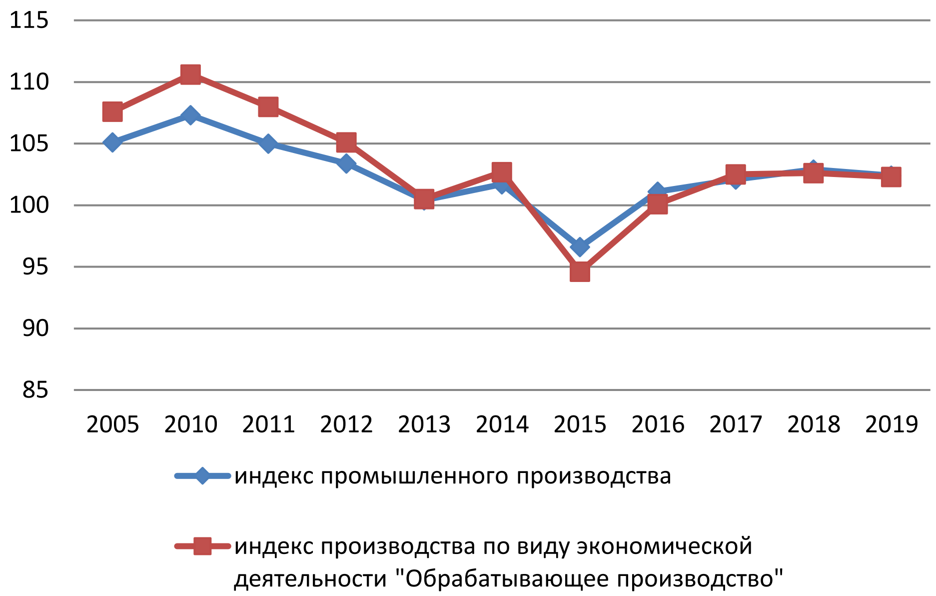


Рис. 1.1. Индексы промышленного производства РФ и производства по виду экономической деятельности «Обрабатывающие производства» за 2005–2018 гг.

Сложившаяся сегодня в РФ экономическая ситуация требует концентрации внимания на производственном секторе. Для этого разработаны различные меры государственной поддержки, направленные на стимулирование развития отечественного производства конкурентоспособных товаров с высокой добавленной стоимостью, что может стать одним из факторов роста промышленности.

К числу инновационных, перспективных, социально значимых отраслей экономики относится и легкая промышленность (ЛП). На предприятиях отрасли осуществляется полный цикл производства товара: от первичной обработки сырья до реализации готовой продукции [38]. Поэтому ЛП является многопрофильной отраслью, в которой занято огромное количество работников.

Структура ЛП по видам экономической деятельности представлена на *рис. 1.2* [91].

Рис. 1.2. Структура легкой промышленности РФ [91]

Текстильное и швейное производство складывается из текстильного производства, включающего изготовление пряжи и ниток, тканей, трикотажных и чулочно-носочных изделий, нетканых материалов, ковров и ковровых изделий, крученых изделий и шпагата, а также производства одежды, выделки и крашения меха, включающего выпуск швейных изделий, аксессуаров, одежды, производство одежды и головных изделий из меха, одежды для отдыха и спорта и спецодежды.

К производству кожи и изделий из кожи и производству обуви относятся дубление и отделка кожи, производство товаров и изделий из кожи, а также производство кожаной, текстильной, валяной и резиновой обуви [91].

Легкая промышленность выпускает многообразную продукцию для широкого круга потребителей: одежду и обувь для населения, сырье и материалы, высокотехнологичные ткани для других отраслей промышленности:

– медицины и здравоохранения;

– автомобиле- и авиастроения;

– строительства, дорожного строительства;
– пищевой промышленности;
– сельского хозяйства;
– силовых структур;
– рыболовства;
– спорта;
– детских образовательных учреждений;
– охраны окружающей среды и многих др.

Перечень основной производимой предприятиями легкой промышленности массовой и высокотехнологичной продукции представлен в *табл. 1.2*.

Т а б л и ц а 1.2. **Продукция предприятий легкой промышленности и основные потребители**

Область применения продукции предприятий ЛП	Продукция предприятий ЛП
Население	Одежда, обувь, головные уборы
Домовладения, гостиничный и туристический бизнес, детские учреждения, больницы	Одеяла, подушки, постельное белье, матрасы, шторы, ковры, скатерти и прочее
Дорожное строительство	Геотекстиль
Строительство	Материалы для кровли домов, утеплители, тканевые обои
Автомобилестроение	Воздушные фильтры и прокладочные материалы, звуко- и теплоизоляционные ткани, обивка салона машины, сидений, потолка
Сельское хозяйство	Агротекстиль
Авиастроение	Материалы для гражданской авиации, звуко- и теплоизоляционные ткани
Силовые структуры	Влаго- и ветрозащитные, паропроницаемые, термостойкие ткани, спецодежда, форма
Медицина, гигиена	Защитные и перевязочные материалы, средства гигиены, подгузники
Спорт	Влаго- и ветрозащитные, паропроницаемые, термостойкие ткани, синтетические ткани
Производство мебели	Обивочная ткань
Рыболовство	Сети

Доля легкой промышленности в общей структуре производства продукции по основным отраслям промышленности в 1990 г. составляла 6,4 %, а в 2000 г. уже 1,8 % [72]. Обвал производства 1990-х гг., разрушение существовавших цепей поставок отрасли в стране и наплыв дешевого импорта из ряда азиатских государств стали причиной критического положения легкой промышленности России. Только последние несколько лет отрасль постепенно и медленно восстанавливается и возрождается.

Динамика индексов производства продукции легкой промышленности России в 1992–2018 гг. представлена в *табл. 1.3* [69], [70].

Таблица 1.3. **Динамика изменения индексов производства легкой промышленности РФ в 1992–2019 гг., в % к предыдущему году**

	1992	**1993**	**1994**	**1995**	**1996**	**1997**	**1998**
Текстильное и швейное производство	71,9	78,9	55,0	70,6	78,4	102,1	92,3
Производство кожи, изделий из кожи и производство обуви	78,0	78,0	50,3	67,9	73,0	88,5	78,9

Продолжение табл. 1.3

	1999	**2000**	**2001**	**2002**	**2003**	**2004**	**2005**
Текстильное и швейное производство	115,3	124,9	107,8	97,5	101,2	96,0	103,6
Производство кожи, изделий из кожи и производство обуви	134,2	107,6	113,7	111,4	111,5	99,4	100,2

Продолжение табл. 1.3

	2006	**2007**	**2008**	**2009**	**2010**	**2011**	**2012**
Текстильное и швейное производство	111,8	99,5	94,6	83,9	108,8	100,8	100,7
Производство кожи, изделий из кожи и производство обуви	122,0	102,3	99,7	98,5	119,9	105,7	98,1

Продолжение табл. 1.3

	2013	**2014**	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**	
Текстильное и швейное производство	104,3	97,5	88,3	105,3	105,6	103,8	
Производство кожи, изделий из кожи и производство обуви	95,6	97,2	88,6	105,1	104,2	96,3	

График изменения индексов производства (*рис. 1.3*) показывает реакцию отрасли легкой промышленности на происходившие в стране экономические кризисы начала 1990-х, 1998, 2008, 2014 гг. спадом темпов роста в результате снижения располагаемых доходов населения и падения потребительского спроса.

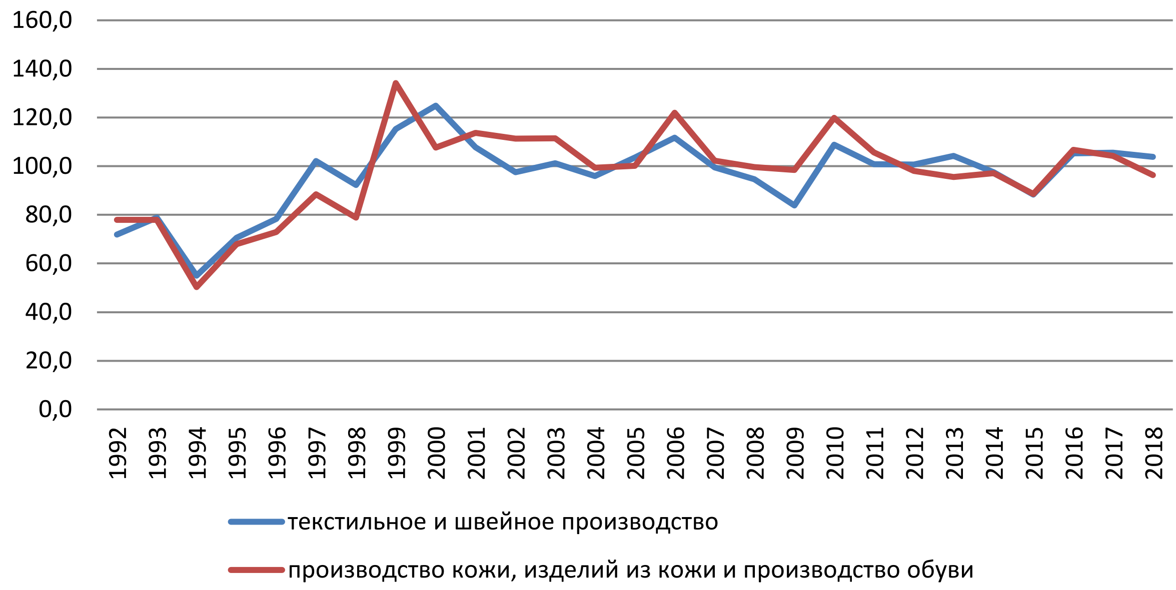


Рис. 1.3. Индексы производства продукции ЛП

С 2016 г. наблюдается увеличение объемов выпуска продукции отрасли. Этому способствовал разработанный в 2015 г. проект [2], который ориентирован на устойчивость развития легкой промышленности и ее интеграцию в глобальную экономическую систему, а также поставлена задача увеличения доли легкой промышленности в ВВП страны с 0,9 до 1,5 %. Этого можно достигнуть путем повышения производства, повышения показателей внутреннего спроса и импортозамещения, а также претворения в жизнь экспортного потенциала в высококонкурентных частях отрасли [2].

На основании проекта «Стратегии развития легкой промышленности России на период до 2025 года» [2] разработаны программы импортозамещения в компаниях с государственным участием, приняты системные меры поддержки в виде субсидирования процентов по кредитам, затрат на производство высокотехнологичных тканей и финансирования лизинговых операций на обеспечение оборудованием ЛП. В отрасли произошел прорыв в производстве спецодежды, а также увеличение производства высокотехнологичных тканей и материалов [71].

В общем объеме отгруженных товаров собственного производства, выполненных работ и услуг собственными силами по виду экономической деятельности «Обрабатывающие производства» в 2018 г. в Российской Федерации (РФ) доля товаров предприятий ЛП составила 1,1 % [69], [70]. Для сравнения, этот же показатель в Китае в 2018 г. был равен 7,9 % [70]. В 2018 г. по сравнению с 2017 г. в РФ увеличение объемов производства одежды и текстильных изделий составило 4,1 и 3,6 % соответственно, а в производстве кожи, изделий из кожи и производстве обуви произошло снижение на 3,7 % [70].

Однако, несмотря на значимость продукции предприятий ЛП для населения и экономики страны, а также различные меры государственной поддержки и некоторое увеличение объемов производства, основные трудности отрасли в настоящее время остаются нерешенными.

Инвестиции в основной капитал по виду экономической деятельности «Обрабатывающие производства» в 2018 г. были равны 2 584,9 млрд руб. [77], что составило 14,7 % от общего объема. Из них 0,1 % пришлось на производство текстильных изделий, по 0,03 % – на производство одежды, а также кожи, изделий из кожи и обувь [77]. Таким образом, инвестиции в основной капитал ЛП составили в 2018 г. 0,16 % от общего объема инвестиций в промышленность. В то же время степень износа основных фондов обрабатывающей промышленности составила в 2018 г. 50,6 % [77]. А степень износа машин и оборудования по виду деятельности «Обрабатывающие производства» в 2018 г. составила 60,4 % [77]. Из всего этого можно сделать вывод о технологической отсталости большинства предприятий ЛП. К индикаторам отставания развития отрасли относятся значительный удельный вес сырья, которое поставляется из других стран, а также немаловажным фактором, особенно в швейном производстве, является значительная трудоемкость, которая имеет свое отражение в стоимости труда [2]. Следствием вышеперечисленных факторов является высокая себестоимость и низкая конкурентоспособность готовой продукции отрасли.

К характерным особенностям деятельности предприятий ЛП относятся:

– короткий жизненный цикл большинства продукции вследствие влияния моды и изменения предпочтений потребителей; высокие требования к дистрибуции запасов сырья и готовой продукции;

– сезонность производимой продукции и необходимость частого обновления ассортимента;

– сложность и разнообразие ассортимента продукции, учитывающего многообразие цвета и размеры моделей;

– высокая сложность прогнозирования спроса.

Таким образом, ЛП РФ является одной из значимых и перспективных отраслей экономики. Основными проблемами развития отрасли являются высокая себестоимость и низкая конкурентоспособность готовой продукции из-за следующего:

– макроэкономической нестабильности;

– низких объемов капитальных вложений;

– опережающего роста цен на сырье;

– нерегулируемого завоза импортных товаров;

– высоких налогов и рисков ведения предпринимательской деятельности и др.

Для совершенствования деятельности, повышения конкурентоспособности и успешного развития отечественных предприятий легкой промышленности необходимо внедрение современных инструментов управленческой деятельности, учитывающих особенности отрасли и общеэкономическую конъюнктуру.

1.2. Принципы оптимальной организации производственно-транспортно-складских процессов на предприятиях легкой промышленности

В современных условиях неопределенности и неустойчивости рыночной среды для развития российской легкой промышленности особенно актуальным становится совершенствование системы инструментов формирования конкурентоспособной продукции.

Главное конкурентное преимущество предприятия, как правило, связано с его возможностью производить и продавать товар с минимальными суммарными затратами, а также возможностью обеспечить максимальное удовлетворение запросов потребителя.

Одним из инструментов формирования конкурентоспособной продукции является реализация принципов рационального использования внутренних ресурсов предприятия, основанных на использовании новых усовершенствованных методов и подходов к организации потоковых процессов [60], [82], [49]. Данный инструмент разработан в рамках логистического подхода к организации деятельности предприятия.

Роль логистики в организации современного производства заключается в оптимизации и интеграции всех процессов деятельности предприятия, в результате которого снижаются совокупные издержки компании, увеличивается эффективность производства и распространения товаров между участниками товародвижения. Поэтому компании должны стремиться к изучению и совершенствованию логистического подхода к управлению для развития своего бизнеса, повышения конкурентоспособности продукции, а также привлечения и максимального удовлетворения потребителей [33], [57].

В настоящее время понятие «логистика» прочно закрепилось в научной и предпринимательской лексике. Однако термины, описывающие логистический подход к бизнесу, все время дополняются, некоторые из них уточняются и могут приобрести совершенно иной смысл. Схема развития логистики как науки представлена на *рис. 1.4* [48].

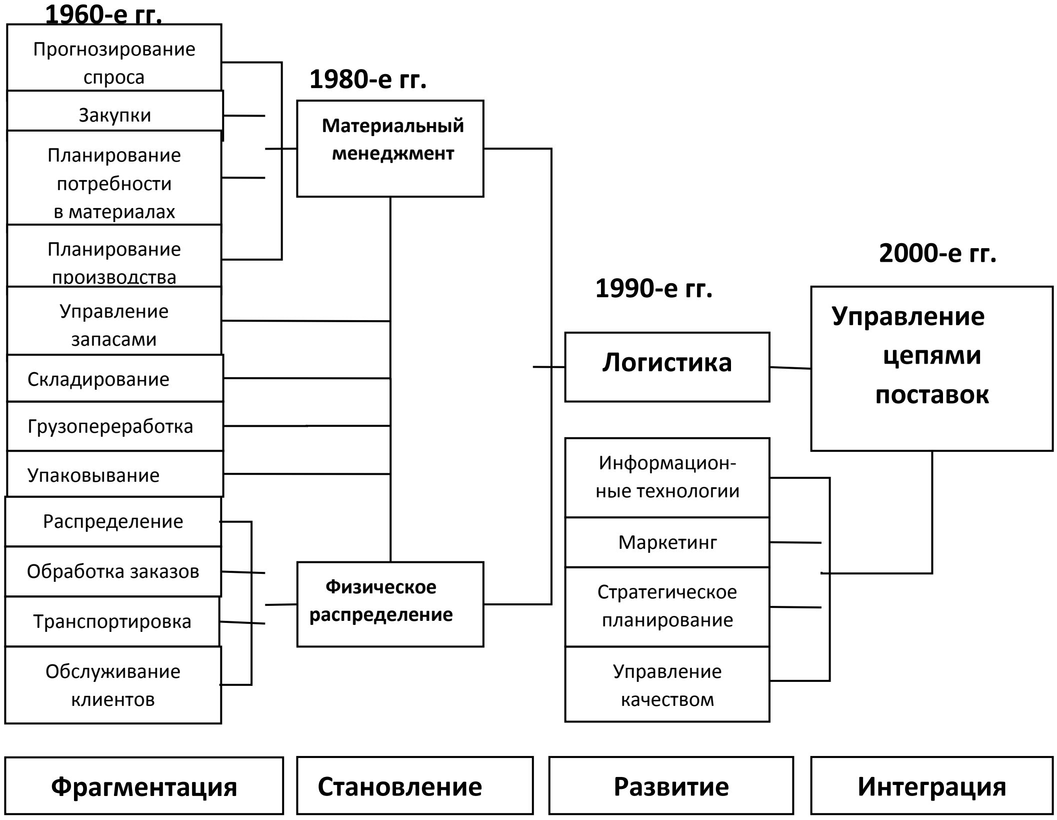


Рис. 1.4. Эволюция развития логистики [48]

В период фрагментации под управлением предприятием понимали управление отдельными разрозненными процессами. Этот период характеризуется специализацией на исполнение конкретных, характерных только для данного процесса управленческих функций. Логистические действия (перевозка и хранение грузов, складирование, сортировка, упаковка) рассматривались с позиции снижения суммарных операционных затрат в основных сферах деятельности предприятия. Это период формирования зачатков интеграционных и оптимизационных процессов. Далее идет становление логистики как науки, разрабатываются теоретические основы и практика логистики. Логистика в основном рассматривается как элемент военной науки. Дальнейшее развитие логистики связано с идеей интеграции производственных операций и логистических видов деятельности предприятия для достижения максимального экономического эффекта. Развитие информационных технологий, глобализация экономики стали причиной всеобщей доступности информации и возможности постоянного контроля и управления в режиме реального времени за материальными и информационными потоками предприятия. Зарождается новая идеология интегрированного управления логистическими процессами и бизнесом в целом, именуемая управление цепями поставок (*SCM – Supply Chain Management*), ориентированная на рациональную организацию потоковых процессов на макроуровне [48].

На сегодняшний день, как отмечено выше, остается открытым вопрос единого толкования как самого термина «логистика», так и всей логистической терминологии. В связи с принадлежностью конкретного исследователя к тому или иному научному направлению (школе) и с изменениями, происходящими в жизни и экономике, содержание термина «логистика» постоянно изменяется и дополняется, наполняясь новым содержанием.

Возникнув как организация снабжения военных сил, логистика стала научным направлением об интегрированном подходе к управлению хозяйственной деятельностью в целях минимизации общих затрат на микро- и макроуровнях.

Несмотря на различные определения термина «логистика», взгляды современных авторов совпадают в следующем: объект изучения логистики – потоковые процессы, предмет изучения – экономико-организационные связи, которые формируют условия возникновения и функционирования потоков.

Базовая концепция логистики – объединение теоретических знаний из различных научных дисциплин для решения экономической задачи организации движения и функционирования потоков.

С точки зрения предприятия бизнес-идея логистики заключается в рациональной организации хозяйственной деятельности предприятия на основе интеграции всех функциональных и управленческих операций в единый процесс в целях оптимизации потоковых процессов. Реализация логистической организации производства предполагает комплексный охват процессов для оптимизации потоковых процессов, которая сопряжена с минимизацией издержек. Таким образом, задача логистики заключается в снижении общих издержек предприятия в линии реализации процессов [47].

Логистический подход принципиально отличается от традиционного идеей интеграции всех бизнес-процессов на предприятии для повышения эффективности управления материальными потоками и сопутствующими им информационными потоками.

К глобальным задачам логистики относятся: создание интегрированных систем управления любыми (материальными, информационными и др.) потоками; планирование производства и контроль использования производственных мощностей, а также непрерывное развитие самой логистической концепции.

Одной из этих глобальных задач является внедрение информационных технологий в процесс управления. При этом важно учитывать такой компонент, как время, чтобы успеть принять правильное решение в условиях быстро меняющейся внешней среды.

Частные задачи носят локальный характер, они отличаются большим разнообразием и динамичностью [47]:

– уменьшение стоимости и продолжительности транспортных перевозок;
– максимальное сокращение стоимости хранения продуктов на складах;
– выбор транспортного средства для конкретной перевозки;
– выбор поставщиков материальных ресурсов и др.

Логистический подход обеспечивает координацию движения материальных потоков на отдельных его участках. При этом можно выделить три функции логистики: интегрирующую, организационную и управляющую [48].

Интегрирующая функция проявляется в рассмотрении процесса товародвижения как единой целостной системы с позиций системного анализа.

Организующая функция заключается в согласовании действий участников товародвижения.

Управляющая функция заключается в непосредственном управлении материальными и иными потоками.

Так, в работе М. Кристофера [105] при логистическом подходе к организации производства совокупность таких видов деятельности, как обработка заказов, прогнозирование спроса, выбор месторасположения складов и производственных мощностей, распределение продукции, управление запасами, управление перевозками и транспортировка, загрузка-выгрузка и информационное сопровождение грузов, упаковка, складирование и хранение, до- и послепродажное обслуживание потребителей следует рассматривать как некую интегральную функцию, множество видов деятельности для управления потоком материалов.

В работе [48] авторы В. И. Сергеев, В. В. Дыбская и другие определяют перечисленные выше виды деятельности как операции. Подчеркивают, что характерной особенностью операции является изменение физико-химических свойств объекта в пространстве и времени, место его выполнения, способ воздействия (человек или машина). Выделяют операционную логистическую деятельность, которая делится на различные виды деятельности, связанные с информационными и финансовыми аспектами перемещения или хранения запасов и товаров. Любые действия, связанные с возникновением и преобразованием основных потоков, сопутствующих данной операции, и не подлежащие разделению касательно вопросов управления образуют логистические операции. Для выполнения полученной совокупности логистических операций формируются непосредственно логистические функции, указывающие на конкретный вид операционной логистической деятельности.

При логистическом подходе главной целью деятельности предприятия является удовлетворение потребностей потребителей и максимизация прибыли производителей и поставщиков. Для достижения поставленной цели можно выделить основные направления эффективной организации деятельности предприятия: оптимизация и улучшение параметров входящих потоков ресурсов и товаров, согласованность действий подразделений предприятия, развитие связей с поставщиками и потребителями для соответствия выходящих потоков материальных товаров и услуг требованиям потребителей.

Так, в работе Г. Г. Левкина [47] подчеркнуто, что эффективность организации, планирования и контроля производства зависит во многом от скоординированности действий отделов производства, логистики и маркетинга для обеспечения беспрепятственного прохождения материального потока на всем его пути. Рациональная организация всех бизнес-процессов предприятия обеспечивается за счет координации деятельности по исполнению следующего:

– плана закупок сырья и материалов;

– плана производства;

– плана маркетинга по вопросам реализации продукции, управления спросом на продукцию.

При логистическом подходе к организации производства на смену минимизации издержек в каждом конкретном процессе

$$C = \min C_1 + \min C_2 + \cdots + \min C_i$$

приходит нахождение общего оптимального сочетания, при котором минимизируются издержки всей совокупности процессов

$$C = \min(C_1 + C_2 + \cdots + C_i),$$

где $C_i, i = 1, \ldots, n$ – затраты на конкретный процесс;

C – общие издержки.

В работе Р. В. Сусова [89] отмечено, что организация и оптимизация бизнес-процессов на предприятии связана с формулированием целей бизнеса и его функций, к которым относятся:

– маркетинговые исследования рынков сбыта;

– стратегическое и оперативное планирование на предприятии;

– разработка новых и модернизация существующих моделей продукции;

– обеспечение производства материальными ресурсами, организация их хранения на складах предприятия;

– организация документооборота, отчетности и учета сырья, полуфабрикатов и готовой продукции;

– управление трудовыми ресурсами, подготовка и переподготовка кадров.

Движение товаров от поставщика к потребителю включает в себя несколько стадий, таких как закупка материалов, производство, распределение (сбыт) продукции. Любая стадия товародвижения характеризуется специфическими особенностями, обусловленными целым рядом конкретных факторов. Все стадии товародвижения составляют единый процесс и должны рассматриваться именно как составляющие части единого процесса. Определяющую роль в нем играет сбыт. Особенности производства (как экономические, так и организационные), объем и номенклатура закупок исходных материалов, специфика организации производственных процессов – всё это напрямую зависит от конечного этапа товародвижения, сбыта. При этом, естественно, все стадии товародвижения взаимосвязаны и влияют на общий процесс. Задача логистики состоит как раз в объединении стадий закупки, производства и сбыта в единый процесс.

Логистика позволяет объединить организацию управления движением потоков материалов в единую интегрированную систему, которая включает в себя поиск и выбор источников сырья, процессы изготовления продукции и подготовку и реализацию сбыта готовых изделий. Методами логистики осуществляется переход от частных, локальных задач подсистем к полномасштабным целям производственной организации.

Логистический подход к организации бизнес-процессов предприятия дает возможность осуществлять поиск оптимальных решений по движению и размещению материальных потоков, поскольку рассматривает эти процессы как части единой системы. При этом, естественно, встает вопрос о возможности управления взаимодействием процессов, которые обеспечивают движение потоков материалов. Определяющими процессами движения материальных и связанных с ними информационных потоков являются производственные и транспортно-складские процессы.

Организация складских процессов

Неотъемлемой частью любого производственного предприятия является склад, в котором формируются запасы сырья, комплектующих, материалов для изготовления продукции, а также обеспечивается хранение, обработка и комплектация готовых изделий для дальнейшей реализации. Рационализация потоковых процессов в системе функционирования любого производственного предприятия в значительной степени связана с работой складов. Схема прохождения материальных потоков от поставщика к потребителю в интегрированной системе бизнес процессов предприятия представлена на *рис. 1.5*.

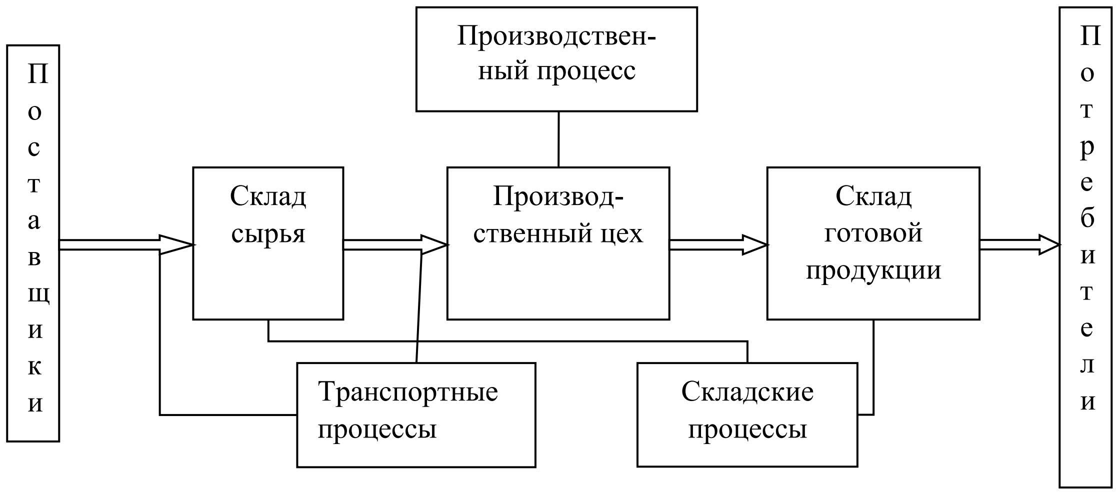


Рис. 1.5. Движение материального потока

Организация складских процессов отвечает за снабжение, производство и сбыт, а также за качество и эффективность обеспечения потребителей необходимыми ресурсами.

Основная задача склада состоит в накоплении и хранении запасов для обеспечения бесперебойного выполнения потребительских заказов.

Организацию складских процессов на предприятии можно рассматривать с точки зрения эффективности работы самого складского комплекса или рационализации интегрированной составной части бизнес-процессов предприятия на основе логистического подхода.

Основная функция склада готовой продукции как части интегрированной системы бизнес-процессов предприятия заключается в преобразовании производственного ассортимента в потребительский в соответствии со спросом на продукцию и сбытом готовой продукции [6]. Эффективность выполнения данной функции зависит от согласованности действий поставщиков, потребителей, работы транспорта и самого склада. Данная процедура подразумевает исполнение следующих важнейших процедур:

– принятие заказа клиента и обработка заказа;

– доставка заказа покупателям.

Короткий жизненный цикл продукции предприятий легкой промышленности, необходимость постоянного обновления ассортимента под влиянием моды и его разнообразие по размерам и цветам накладывают определенные сложности на организацию складских процессов по обработке заказов и созданию информационной базы на основе предпочтений потребителей для дальнейшего планирования производства. При этом от результатов организации работы склада зависят комплектация заказов для предприятия на производство готовых изделий, организация планирования производства и снабжения.

Таким образом, склад готовой продукции производственного предприятия можно определить как сбытовой склад, основным назначением которого является создание условий и поддержание непрерывного движения продукции производства в сферу потребления, оптимальное сочетание интенсивности входящих и исходящих потоков необходимой продукции заданного качества на основе потребительского спроса при максимальном использовании складских мощностей и минимальных затратах. В результате организации и планирования процессов движения материальных потоков на складе готовой продукции проводится анализ рынков сбыта товаров для формирования портфеля заказов потребителей. Организация складских процессов тесно связана с транспортировкой грузов.

Организация транспортных процессов

Транспортировка является связующим звеном всех бизнес-процессов предприятия и отвечает за перемещение продукции (сырья, запасов, незавершенного производства) в место потребления. Транспортные издержки имеют весомое значение в формировании стоимости готового изделия любого предприятия.

Организация транспортных процессов производственного предприятия включает в себя как вопросы доставки материалов от поставщиков на предприятие, так и перемещения материалов, полуфабрикатов и готовых изделий внутри предприятия, а также доставку готовой продукции клиентам.

Движение транспортных средств осуществляется по маршрутам [47]. Маршрут – это путь следования транспорта при выполнении перевозок. Транспортный процесс носит циклический характер. Единичный цикл рассматриваемого процесс, который называется ездка, представляет собой законченный комплекс операций, необходимый для доставки груза. Ездка состоит из следующих операций:

– погрузка;
– перевозка;
– разгрузка;
– подача транспортного средства под новую загрузку [47].

Маршруты движения разрабатываются для сокращения величины пробегов транспортных средств и транспортных издержек.

Основным критерием оптимальности при составлении маршрутов движения выступает наименьший пробег транспортного средства. Но в то же время транспортные расходы, длительность доставки грузов по времени, обусловленная траекторией движения транспорта, качеством дорожного покрытия и пр., себестоимость транспортировки и другие показатели также можно рассматривать в качестве критерия оптимальности.

В работе Г. Г. Левкина [3] и других авторов задача маршрутизации перевозок формулируется так: при заданном множестве поставщиков, пунктов размещения транспортных средств, потребителей, объемов поставок и ограничений по грузоподъемности транспортных средств определить маршруты, оптимальные по заданным критериям [47].

Организация транспортно-складских процессов

Процессы транспортировки и складирования выполняют важные функции обслуживания основных и вспомогательных процессов предприятия на всех уровнях в сфере производства, снабжения и сбыта. Склад и транспорт связывают производителей и потребителей, позволяют производственным предприятиям увеличивать объемы производства за счет расширения географии распространения товара. Поэтому целесообразно совместное планирование транспортно-складских процессов.

Географическое расположение склада, значительно влияя на транспортные и складские расходы, играет весомую роль в формировании цены на конечный продукт предприятия. Интеграция складского хозяйства с транспортом и основным производством подчеркивает значимость склада в общей системе бизнес-процессов предприятия.

В настоящей работе понятие «организация транспортно-складских процессов» подразумевает нахождение оптимальных географических координат точек расположения складов относительно своих поставщиков и потребителей, при которых сокращается величина пробега транспортных средств и транспортных издержек и величина рациональных объемов перевозимых грузов.

В целях максимизации прибыли предприятия недостаточно просто произвести пользующуюся спросом продукцию. Необходимо быстро доставить эту продукцию потребителю. В какой-то степени это связано с коротким жизненным циклом и сезонностью продукции предприятия легкой промышленности. В противном случае потребитель может сделать выбор в пользу товара конкурента, если он в данный момент находится на полке магазина. Большая часть потребителей предпочитает приобрести необходимый товар в начале сезона, а не в конце или середине, для того чтобы подольше пользоваться изделием. Исключением могут быть предметы интерьера, спецодежда.

Поэтому организация транспортно-складских процессов решает вопросы физического распределения продукции, в том числе сбыта готовой продукции, расширения географии распределения продукции, анализа и предварительного прогнозирования спроса на продукцию, формирования портфеля заказов на производство товаров, организации оптимального планирования производства и снабжения для минимизации совокупных издержек производства и максимального удовлетворения потребностей клиентов.

Организация производственных процессов

Производственный процесс является ключевым в цепочке всех бизнес-процессов предприятия, где происходит физическое преобразование сырья и средств производства в готовое изделие. Значительная часть добавленной стоимости создается в процессе производства. Ее первостепенная задача заключается в точном выполнении в полном объеме всех позиций производственного заказа.

Беспрепятственное прохождение материального потока на всем пути его следования возможно при логистическом подходе к организации производства, когда каждый бизнес-процесс предприятия включен в интегрированную систему управления материальными и информационными потоками. Каждый из процессов выполняет отдельные задачи, а вместе они обеспечивают успешное функционирование организации в целом. Организация производственных процессов задает ритм всей глобальной системы управления товародвижением.

Логистический подход к организации и планированию производственных процессов обеспечивает:

– отсутствие избыточных запасов на складах предприятия;
– сокращение времени на выполнение транспортно-складских операций;
– отсутствие простоев оборудования;
– отсутствие брака;
– отсутствие нерациональных перевозок внутри предприятия;
– установление партнерских отношений с поставщиками [47].

В конкурентной среде на первый план выходит задача реализации произведенной продукции. Непостоянство и сложность прогнозирования спроса, короткий жизненный цикл продукции предприятий ЛП, постоянное изменение предпочтений покупателей под влиянием сезонности и моды задают нерациональность создания больших запасов. Однако существует необходимость полного удовлетворения спроса потребителей. Поэтому возникает необходимость в быстрой реакции на изменение спроса, в гибких производственных мощностях и системах, способных мгновенно реагировать и корректировать ассортимент и объемы производства продукции. На сегодняшний день адаптация к изменениям спроса при логистическом подходе к организации процессов достигается при наличии качественной и количественной гибкости системы. Первое достигается наличием универсального персонала и гибкого производства. А последнее – за счет резерва оборудования и рабочей силы.

Эффективная организация производственных процессов, планирование и контроль зависят во многом от организации управления потоковыми процессами. Интегрированный подход к управлению бизнес-процессами предприятия решает задачу разработки оптимального плана производства, учитывающего потребности клиентов в конкретные промежутки времени. Производственному процессу предшествует разработка предприятием плана выпуска продукции в соответствии с планом реализации, который определяет номенклатуру, ассортимент и объемы выпуска продукции.

Реализация производственных процессов в соответствии с транспортно-складскими процессами должны наиболее полно удовлетворить спрос со стороны потребителей, а, с другой стороны, обеспечить наиболее эффективное использование ресурсов предприятия, обеспечивающего достижение максимальной прибыли предприятия.

1.3. Метод экономико-математического моделирования в управлении бизнес-процессами предприятия

Управление бизнес-процессами предприятия основывается на вовлечении отдельных элементов в интегрированный процесс бизнеса в целях предотвращения возможных потерь различных ресурсов. Теоретические знания и накопленный практический опыт дают сегодня возможность свести к определенным стандартным моделям различные особенности движения материальных (и связанных с ними) потоков, что экономит средства и время на составление индивидуальных программ. Управление бизнес-процессами предприятия – это сложная задача, при разработке моделей бизнес-процессов необходимо учитывать влияние большого числа факторов, которые действуют в определенный момент времени. К основным таким факторам относятся [58]:

1. Состав субъектов и их размещение. Система может быть сформирована одной или несколькими зависимыми или независимыми в юридическом плане организациями области производства и обращения (головная компания, дочерние предприятия и т. д.), расположенных с учетом минимизации транспортных издержек.

2. Количество складов и промежуточных (перевалочных) пунктов и их расположение. Учитывая требование оптимизации к логистическим системам, склады могут быть расположены прямо на предприятии, совмещая в себе функции хранения и переработки материальных запасов. При территориальной разбросанности потребителей продукции можно организовать промежуточные пункты хранения.

3. Варианты транспортных моделей. Для нахождения оптимальных маршрутов перевозки разрабатывается несколько вариантов транспортных моделей, учитывающих издержки, тип используемого транспорта, способ транспортировки, скорость, надежность и др.

4. Связь. Один из важнейших факторов функционирования интегрированной системы бизнес-процессов предприятия, отвечающий за ее адаптивность и гибкость. Имеет большое значение при принятии решений.

5. Информационная система. На сегодняшний день самый важный фактор. В нее должны входить не только элементы внутренней системы, но и внешней среды.

Эффективность функционирования бизнес-процессов предприятия основана на логистическом подходе к управлению организации и предполагает согласованность и четкое взаимодействие всех перечисленных выше функциональных элементов с учетом влияния действующих факторов. При этом степень интеграции процессов зависит от поставленных целей.

Таким образом, управление бизнес-процессами предприятия основывается на вовлечении отдельных элементов в интегрированный процесс бизнеса в целях предотвращения возможных потерь различных ресурсов на основе оптимизации производства. В качестве инструмента управления бизнес-процессами выступает математическая модель.

Методы экономико-математического моделирования являются одним из наиболее прогрессивных разделов прикладной экономики и все больше проникают в менеджмент, коммерческую деятельность, маркетинг и логистику.

Модель – некоторый идеальный образ реальный системы, замещающий оригинал в процессе ее исследования.

Математические модели могут быть как детерминистическими, так и стохастическими.

Строго говоря, все явления реального мира носят стохастический характер. Даже если они подчиняются строгим законам физики, всегда есть место случайности, например, на падающее вниз тело действует сила ветра, искажая его траекторию.

Очень часто стохастизм особенно сильно проявляется на начальном этапе развития процесса. Например, в работе физика Ю. Г. Маркова [54] показано, что на первоначальном этапе процесса роста структур на поверхности твердого тела следует использовать стохастические модели, и только потом, когда процесс достаточно развился, модели термодинамики.

Аналогичная ситуация наблюдается и при моделировании эпидемического процесса [13]. На начальном этапе эпидемия вообще может не развиться, а может и развиться, здесь существенную роль играет случайность, поэтому используются стохастические модели. При уже развившейся эпидемии можно использовать детерминистические модели, которые будут давать результаты, близкие к результатам, полученным с помощью стохастических моделей.

В экономике случайный характер имеет величина спроса, однако выбор между детерминистической и стохастической моделью обусловлен тем, насколько велика дисперсия этой величины.

Экономико-математическое моделирование можно разделить на следующие этапы (*табл. 1.5*) [45].

Таблица 1.5. **Этапы экономико-математического моделирования [45]**

Этап	Название этапа	Последовательность действий
1	Составление экономической модели	Определяется цель исследования; выполняется постановка задачи; проводится качественное описание объекта или процесса в виде экономической модели
2	Построение экономико-математической модели	На основе экономической модели формируется математическая модель изучаемого объекта или процесса; осуществляется выбор методов исследования; подготавливаются исходные данные; выполняется программирование модели на ЭВМ
3	Анализ полученных результатов	Анализ математической модели, реализованной в виде программ для ЭВМ; обработка и анализ полученных результатов

Повышению качества и эффективности принимаемых решений в управлении предприятием служит многообразие математических методов и моделей линейного, нелинейного, целочисленного, динамического и стохастического программирования, математической статистики, теории игр, теории графов и сетевого моделирования, теории вероятностей, теории управления запасами, теории очередей, корреляционного и регрессионного анализа. В решении вопросов управления предприятием модели выполняют следующие функции [58]:

1. Дескриптивная функция. Позволяет описать происходящие на практике сложные процессы и явления с помощью схем и знаков простым языком с помощью абстрагирования, отвечает на вопрос «почему?».

2. Прогностическая функция. Дает возможность предсказать будущие свойства и состояния моделируемой системы, отвечает на вопрос «что будет?».

3. Нормативная функция. Заключается в построении желательного образа моделируемого объекта, отвечает на вопрос «как добиться желаемого состояния?».

Понятно, что для того, чтобы достичь цели, необходимо описать и спрогнозировать реальность, ограниченную теми или иными факторами (уровень развития науки, возможности программного обеспечения и пр.). Множество характеризующих особенности предприятия признаков позволяют разработать максимально приближенные к реальным условиям модели, что позволяет делать наиболее точные расчеты при прогнозировании и управлении. Поэтому принятие решения – это выбор одной из имеющихся альтернатив по некоторому критерию эффективности (оптимальности).

Принятие решений в бизнесе обычно базируется на рассмотрении и анализе возможных альтернатив. Для сравнения вариантов и выбора оптимального решения, как правило, применяется количественный критерий – показатель эффективности. Такой критерий должен давать формальное выражение преимуществ и недостатков рассматриваемых вариантов. В качестве таких критериев в разных ситуациях могут выступать такие показатели, как объемы продаж, показатели прибыли и рентабельности, величина издержек, общая стоимость бизнеса, финансовая устойчивость, производительность труда и др.

Большое количество задач планирования и управления в настоящее время решаются методами математического программирования и позволяют сегодня решать самые разнообразные задачи планирования в управлении. Методы линейного программирования являются наиболее развитыми при решении оптимизационных задач: планирования производства (определение оптимального ассортимента продукции, оптимального раскроя материалов и др.), задач транспортного типа (составление рациональных маршрутов, задача о назначении, задача коммивояжера и др.) и т. д.

Еще совсем недавно существовал серьезный ряд обстоятельств, препятствовавших широкому использованию математических методов в предпринимательской деятельности: сложности в организации поиска и анализа больших объемов информации, малая обеспеченность электронно-вычислительной техникой, необходимость привлечения для разработки алгоритма расчета и программного обеспечения математиков-программистов. Однако в наши дни подавляющее большинство алгоритмов реализовано в виде специализированных пакетов прикладных программ, для использования которых не требуется специальная подготовка. Поэтому экономико-математические методы и модели всё более активно и широко применяются в бизнесе, что позволяет заметно повышать качество и эффективность принимаемых решений и организации производства в целом.

Обзор существующих частных моделей (производственных, транспортных) и интегральных (транспортно-складских, производственно-транспортно-складских) моделей с анализом их недостатков и определением направлений их совершенствования будет проведен в следующих главах.

ГЛАВА 2. ЧАСТНЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМАЛЬНОЙ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТРАНСПОРТНО-СКЛАДСКИХ ПРОЦЕССОВ

2.1. Типовые модели производственных процессов

Основой деятельности любого предприятия является процесс производства, где происходит преобразование сырья и материалов в готовый продукт. Для эффективной организации производства необходима система мер, направленная на рационализацию сочетания в пространстве и времени элементов, занятых в процессе производства. Применение экономико-математических моделей и методов помогает в решении данной задачи, влияет на результативность принимаемых решений в области организации производства. Традиционно модели производственных процессов принято делить на следующие [24]: модели формирования оптимального ассортимента, модели процессов смешивания, модели оптимального раскроя материалов (*табл. 2.1*).

Т а б л и ц а 2.1. **Математические модели производственных процессов [24]**

Наименование и цель задачи	Математическая модель	Условные обозначения
Задача оптимизации ассортимента продукции Максимизировать получаемый результат при ограниченных ресурсах	$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max;$ $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \le b_i, i = 1, \dots, m;$ $x_j \ge 0, j = 1, \dots, n$	m – количество используемых производственных ресурсов (производственные мощности, сырье, рабочая сила и др.); n – количество выпускаемых продуктов; a_{ij} – объем затрат ресурса i на выпуск единицы продукта j; c_j – прибыль от выпуска и реализации единицы продукта j

Продолжение табл. 2.1

Наименование и цель задачи	Математическая модель	Условные обозначения
Задача оптимизации ассортимента продукции Минимизировать потребление ресурсов при заданном результате	$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \to \min; i = 1, \dots, m;$ $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \geq C, ;$ $x_j \geq 0, j = 1, \dots, n$	b_i – количество имеющегося ресурса i; C – минимально допустимое значение результата; x_j – объем выпуска продукта j
Задача оптимизации использования оборудования Минимизировать затраты путем планирования работы оборудования	$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min;$ $\sum_{i=1}^{m} b_{ij}x_{ij} \geq N_j, j = 1, \dots, n;$ $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = T_i, i = 1, \dots, m;$ $x_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$	m – количество моделей машин; n – количество видов продукции; bi_j – производительность i-й машины по выпуску j-го вида продукции; cij – стоимость часа работы i-й машины при выпуске j-го вида продукции; N_j – минимально допустимое количество продукции j-го вида; T_i – максимально допустимый ресурс времени работы i-й машины; x_{ij} – время работы i-й машины по выпуску j-го вида продукции
Задача минимизации дисбаланса на линии сборки Максимизация выпуска изделий при ограничениях по ресурсам заводов	$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} b_{ij}x_{ij} \to \max;$ $\sum_{i=1}^{m} b_{ij}x_{ij} - Y \geq 0, j = 1, \dots, n;$ $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = T_i, i = 1, \dots, m;$ $x_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n;$ $Y \geq 0.$ $Y = \min \sum_{i=1}^{m} b_{ij}x_{ij}$	m – количество заводов; n – количество узлов (комплектующих) изделий; b_{ij} – производительность i-го завода по выпуску j-го узла; T_i – максимальный ресурс времени i-го завода в течение недели; $x_{i,j}$ – недельный фонд времени, выделяемый на i-м заводе для производства j-го узла; Y – количество изделий

Наименование и цель задачи	Математическая модель	Условные обозначения
Задача оптимизации раскроя материалов Минимизировать отходы (по площади, длине, объему, массе и стоимости) при планировании раскроя, обеспечивающего необходимый объем заготовок	$\sum_{j=1}^{n} P_j x_j + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} y_{ij} \to \min;$ $\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j - \sum_{j=1}^{n} y_{ij} = b_i, i = 1, \dots, m;$ $x_j \geq 0, j = 1, \dots, n;$ $y_{ij} \geq 0, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$	m – количество видов рулонов различной ширины H_i; n – количество вариантов раскроя рулонов стандартной ширины L на рулоны шириной H_i; P_j – возможные потери (обрезки) при j-м варианте раскроя стандартного рулона; $a_{i,j}$ – количество рулонов i-го вида, получаемых при раскрое стандартного рулона по j-му варианту; b_i – потребность в нестандартных рулонах каждого вида; x_j – количество стандартных рулонов, разрезаемых по j-му варианту; y_{ij} – количество избыточных рулонов нестандартной ширины l_i, получаемые при j-м варианте раскроя стандартного рулона

В общем виде задача производственного планирования состоит в определении такого плана производства одного или нескольких видов продукции, при котором наиболее рационально используются имеющиеся ресурсы [39]. Этот план должен обеспечить оптимальность выбранного критерия.

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max; \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, \dots, m; \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, n. \end{cases}, \tag{2.1}$$

где j – номер продукта, $j = 1, \dots, n$; n – число выпускаемых продуктов;

i – номер ресурса, $i = 1, \dots, m$; m – число используемых ресурсов;

a_{ij} – нормы расхода i-го ресурса на выпуск единицы j-го продукта;

b_i – общее количество i-го ресурса;

x_j – объём выпуска j-го продукта;

c_j – прибыль от реализации единицы продукции j-го вида.

Задача (2.1) является стандартной задачей линейного программирования (ЗЛП) на поиск максимума. Вектор $x = (x_1, \ldots, x_n)$, компоненты которого удовлетворяют описанным ограничениям, является допустимым решением ЗЛП. Допустимое решение ЗЛП, при котором целевая функция достигает экстремума, представляет собой оптимальное решение.

Методы оптимизации, сформулированные Л. В. Канторовичем в 1939 г. и первоначально разработанные для рационального распределения ограниченных ресурсов в процессе хозяйственной деятельности, послужили толчком для развития линейного программирования и играют важную роль в решении задач управления различными объектами.

Отметим, что задачи производственного планирования – это очень широкий класс оптимизационных управленческих задач, которые рассматриваются многими авторами: [3], [23], [26], [28], [31], [39], [40], [41], [43], [90], [92], [97] и др. Их математическое описание не ограничивается только моделями линейного программирования. Для этой цели используют все виды математического программирования: линейное, нелинейное, дискретное (целочисленное и булево), динамическое, многокритериальное и др.

Анализ работ по данной теме выявил, что постановка большинства рассмотренных задач предполагает постоянство прибыли от единицы продукции, что возможно при постоянной цене и постоянной себестоимости. Однако, как известно из экономической теории, на рынке несовершенной конкуренции как цена, так и себестоимость продукции зависят от объема ее выпуска (закон спроса и закон масштаба производства соответственно). Поэтому одной из важнейших задач является разработка математических моделей оптимизации планирования производства с учетом указанных выше зависимостей.

2.2. Типовые модели транспортных процессов

Бесспорно, транспорт играет важную роль в организации производства, перевозит сырье, полуфабрикаты, готовую продукцию, связывает поставщиков, потребителей и производителей. Поэтому для оптимального планирования движения транспорта получили широкое распространение транспортные задачи. Задачу нахождения плана перевозок товара от m поставщиков к n потребителям, минимизирующего транспортные затраты, называют транспортной задачей.

Математический задача выглядит следующем образом [23]:

минимизировать транспортные издержки

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}\, x_{ij} \to \min \tag{2.2}$$

при ограничениях

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} = S_i, i = 1, \ldots, m; \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = D_j, j = 1, \ldots, n; \\ x_{ij} \geq 0,\ i = 1, \ldots, m; j = 1, \ldots, n, \end{cases} \tag{2.3}$$

где $S_i > 0$, $i = 1, \ldots, m$ – мощность i-го поставщика (количество имеющегося товара);

$D_j > 0$, $j = 1, \ldots, n$ – потребность в товаре j-го потребителя;

$c_{i\,j}$ – стоимость перевозки единицы товара (в денежных единицах) от i-го поставщика к j-у потребителю;

$x_{i\,j}$ – объемы поставок товара от i-го поставщика к j-у потребителю.

Транспортная задача называется закрытой, если

$$\sum_{i=1}^{m} S_i = \sum_{j=1}^{n} D_j.$$

Если такого равенства нет, то задачу называют открытой.

На *рис. 2.1* показана иллюстрация транспортной задачи в виде графа из m точек поставщиков и n точек потребителей, образующих узлы сети. Маршруты движения, связывающие поставщиков с потребителями, образуют дуги (i, j). Каждой из этих дуг соответствуют следующие значения:

c_{ij} – стоимость перевозки единицы груза из точки i в точку j;

x_{ij} – поставок товара от i-го поставщика к j-у потребителю;

S_i – общий объем груза в точке i (предложение);

D_j – общий объем грузов в точке j (спрос).

Необходимо решить задачу минимизации общих транспортных издержек при переменных x_{ij} и имеющихся ограничениях на спрос и/или предложение товара.

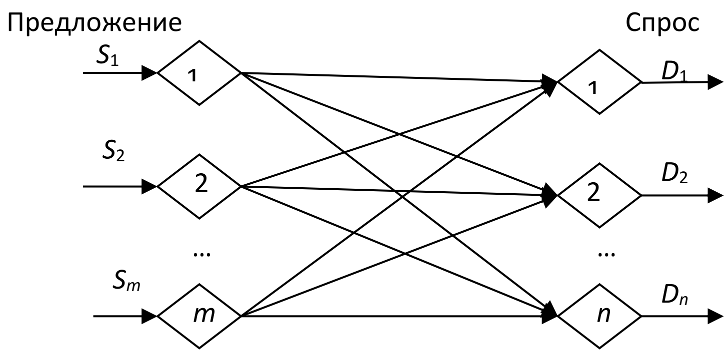


Рис. 2.1. Графическое представление транспортной задачи

Основные типовые модели транспортных процессов представлены в *табл. 2.2*.

Т а б л и ц а 2.2. **Примеры типовых моделей транспортных процессов**

Наименование и цель задачи	Математическая модель	Условные обозначения
Классическая транспортная задача Минимизировать суммарную стоимость перевозок от источников к стокам при их заданных мощностях	$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}\,x_{ij} \to \min$ $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = S_i, i = 1, \dots, m;$ $\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = D_j, j = 1, \dots, n;$ $x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n.$ $\sum_{i=1}^{m} S_i = \sum_{j=1}^{n} D_j$	x_{ij} – объемы поставок товара от i-го источника к j-у стоку; c_{ij} – стоимость перевозки единицы товара (в денежных единицах) от i-го источника к j-у стоку; $S_i > 0$ – мощность i-го источника (суммарный объем поставок товара от i-го поставщика), $i = 1, \dots, m$; $D_j > 0$ – мощность j-го стока (суммарный объем поставок товара к j-у потребителю), $j = 1, \dots, n$
Транспортная задача с промежуточными пунктами Минимизировать суммарную стоимость перевозок от источников к стокам по маршруту, который проходит через промежуточный склад при заданных мощностях	$\sum_{i \in I}\sum_{j \in J} c_{ij}\,x_{ij} \to \min$ $\sum_{j \in J} x_{ij} = S_i, \forall i \in I;$ $\sum_{i \in I} x_{ij} = D_j, \forall j \in J;$ $\sum_{j \in J} x_{kj} + x_{kk} = T_k + B, \forall j \in J;$ $x_{ij} \geq 0, \quad \forall i \in I, \forall j \in J;$ $x_{ij} \in N \cup \{0\}, \forall i \in I, \forall j \in J$	J – множество номеров складов, на которые товар может быть доставлен с k-го склада; I – множество номеров складов, с которых товар может быть доставлен на k-й склад; T_k – величина чистого запаса товара, равная объему исходного предложения или исходного спроса

Окончание табл. 2.2

Наименование и цель задачи	Математическая модель	Условные обозначения
Задача выбора кратчайшего пути Найти путь минимальной стоимости при заданных ограничениях	$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min$ $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, i = 1, \dots, n;$ $\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, j = 1, \dots, n;$ $\sum_{j=1}^{n} x_{kj} - \sum_{i=1}^{n} x_{ik} = T_k, i, j = 1, \dots, n, \quad k \neq i, k \neq j;$ $T_1 = 1, \quad T_n = -1, \quad T_k = 0, \quad k = 2, \dots, n-1;$ $x_{ij} \in N \cup \{0\}, i, j = 1, \dots, n$	Для каждого k-го промежуточного пункта вводим переменные x_{kk} с соответствующим им коэффициентами $c_{kk} = 0$ в целевой функции; T_k – величина чистого запаса
Задача коммивояжера Построить такой маршрут обхода всех n пунктов (по одному разу каждого), при котором общая длина пути будет минимальной	$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} \to \min$ $\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad i = 1, \dots, n;$ $\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1, \quad j = 1, \dots, n;$ $u_i - u_j + nx_{ij} \leq n - 1, \quad i, j = 2, \dots, n, \quad i \neq j;$ $x_{ij} \in \{0,1\}, \quad i, j = 1, \dots, n;$ $u_i \in R, \quad i = 2, \dots, n$	u_i – дополнительные переменные

Таким образом, в литературе существует множество различных вариантов постановки транспортной задачи (классическая транспортная задача без промежуточных пунктов, транспортная задача при наличии промежуточных пунктов, задача нахождения кратчайшего пути, задача оптимизации маятниковых маршрутов, задача коммивояжера). Такое различие обусловлено различием ситуаций, которые могут складываться при решении задач транспортной логистики. Однако, несмотря на различие постановок, все они имеют одну общую черту – положение пунктов отправки и приема грузов задано заранее и не подлежит изменению.

2.3. Нелинейная математическая модель оптимизации производственного процесса

Организация производства на предприятии связана с необходимостью оптимизации процессов, обеспечивающих наиболее высокий уровень его экономической эффективности. Производственный процесс, в ходе которого происходит физическое преобразование сырья в готовый продукт, является ключевым в цепочке всех бизнес-процессов. Ему предшествует разработка предприятием плана выпуска продукции, отражающего номенклатуру и ассортимент производства продукции в соответствии с планом реализации, обязательствами предприятия и экономическими условиями. Реализация плана производства решает задачи определения номенклатуры, ассортимента и объема выпуска продукции, которые, с одной стороны, должны наиболее полно удовлетворить спрос со стороны потребителей, а, с другой стороны, обеспечить наиболее эффективное использование ресурсов предприятия, обеспечивающего достижение максимальной прибыли предприятия.

Ассортиментная политика предприятия строится на основе решения задачи оптимизации, которая в работах большинства авторов [5], [39], [106], [108] рассматривается как задача линейного программирования (ЗЛП). Решение ЗЛП обычно осуществляется симплекс-методом [44], который позволяет получить абсолютно точное решение. При этом количество шагов алгоритма является конечным.

Однако на рынке несовершенной конкуренции (РНК), к которому относится и рынок изделий легкой промышленности как цена, так себестоимость товара, а следовательно, и прибыль от единицы продукции изменяются в зависимости от объема производства.

Нелинейность зависимости цены и себестоимости продукции от объема производства учтена в работах [16], [18], [20], [64]. Рассмотрим подробно данную модель. В ней предполагается, что фирма способна производить n типов изделий.

Введем обозначение q_i-объем производства i-го типа изделия ($i = 1, ..., n$). Определим целевую функцию как максимизацию общей прибыли:

$$\Pi = \sum_{i=1}^{n} \Pi_i \to \max, \tag{2.4}$$

где Π_i – прибыль от реализации i-го типа изделия.

При этом $\Pi_i = (P_i - ATC_i)q_i$,

где P_i – цена товара;

ATC_i – его себестоимость.

На рынке несовершенной конкуренции как себестоимость продукции, так и ее цена зависят от объема производства (эффект масштаба производства и закон спроса соответственно), т. е. $P_i = f(q_i),\ ATC_i = \varphi(q_i)$.

Тогда $\Pi_i = \big(f(q_i) - \varphi(q_i)\big)q_i = G(q_i)$.

Модель (2.4) можно переписать в следующем виде:

$$\Pi = \sum_{i=1}^{n}(P_i - AVC_i)q_i - FC \to \max, \tag{2.5}$$

где AVC_i – средние переменные издержки на единицу продукции;

FC – постоянные издержки, не зависящие от объема выпуска продукции.

Тогда условие максимизации прибыли можно записать в виде

$$\Pi' = \sum_{i=1}^{n} (P_i - AVC_i) q_i = \sum_{i=1}^{n} \Pi'_i \rightarrow \max. \qquad (2.6)$$

Отметим, что на рынке совершенной конкуренции (РСК) цена продукции не зависит от ее объема:

$$P_i = \text{const}; \quad AVC_i = \text{const}; \quad P_i - AVC_i = \text{const},$$

т. е. прибыль от единицы продукции постоянна, что позволяет использовать для решения задачи оптимизации плана производства общепринятую линейную модель.

На рынке несовершенной конкуренции (РНК), к которому относится и рынок изделий легкой промышленности, каждая фирма является монополистом своих моделей продукции и имеет убывающую кривую спроса по каждому конкретному товару:

$$q_i = \varphi(p_i).$$

В качестве функции, обратной функции спроса, можно использовать убывающую степенную функцию:

$$P_i = \frac{a_i}{q_i^{\alpha_i}} (a_i > 0; \quad 0 < \alpha_i < 1),$$

тогда прибыль от реализации i-го вида продукции без учета постоянных затрат:

$$\Pi'_i = \left(\frac{a_i}{q_i^{\alpha_i}} - AVC_i \right) q_i = a_i q_i^{1-\alpha_i} - AVC_i q_i$$

и условие оптимизации q_i при отсутствии ограничений имеет вид

$$\frac{d\Pi'_i}{dq_i} = a_i (1 - \alpha_i) q_i^{-\alpha_i} - AVC_i = 0. \qquad (2.7)$$

Отсюда

$$q_i^{\alpha_i} = \frac{a_i(1 - \alpha_i)}{AVC_i}. \qquad (2.8)$$

Логарифмируя левую и правую часть уравнения (2.8), получим

$$q_i^* = exp \left\{ \ln \left(\frac{a_i(1 - \alpha_i)}{AVC_i} \right) / \alpha_i \right\}.$$

На практике найденный оптимальный объем производства q_i^* для конкретной фирмы может оказаться недостижим в связи с ограниченными производственными возможностями. Это означает добавление в задаче ряда ограничений, например ограничения по использованию оборудования:

$$\sum_{i=1}^{n} \mu_{ki} q_i \leq T_k, \quad (k = 1, \dots, K), \qquad (2.9)$$

где μ_{ki} – время, затрачиваемое k-м типом оборудования на обработку единицы i-го продукта;

T_k – общий ресурс времени k-го оборудования;

K – количество разных типов оборудования.

В принципе в задаче могут быть ограничения по различным ресурсам (трудовым, финансовым и др.) Таким образом, фактически имеется задача нелинейного программирования (НЛП).

Для решения задач НЛП разработаны различные методы. К ним относятся такие методы, как метод множителей Лагранжа, квадратичное и выпуклое программирование, градиентные методы [44], метод обобщенного приведенного градиента, метод наискорейшего спуска Ньютона, метод штрафных функций, метод случайного поиска, метод покоординатной оптимизации и др. Отметим, что выбор метода в конкретной ситуации зависит от вида имеющейся целевой функции и имеющейся системы ограничений.

Задача НЛП заключается в отыскании экстремума (минимума или максимума) нелинейной целевой функции при некоторой системе ограничений в виде равенств и/или неравенств. При этом ограничения могут быть как линейными, так и нелинейными.

Предположим, что целевая функция $f(x)$ является непрерывной, $h_1(x), h_2(x)$, $\dots, h_m(x)$ задают ограничения в виде равенств, $g_{m+1}(x), \dots, g_p(x)$ – задают ограничения в виде неравенств, а $x = \left[x_{1,} x_2, \dots, x_n\right]^T$ – вектор-столбец компонент x_1, $x_2, \dots, x_n$ в n-мерном пространстве.

Как и в задаче линейного программирования [99], переменные $x_1, x_2, \dots, x_n$ могут быть объемами производства различных моделей продукции, тогда как целевая функция может представлять собой прибыль или какой-то иной экономический показатель (условия работы, производственные мощности, нормативы и т. д.). Задачу НЛП можно сформулировать следующим образом:

максимизировать (минимизировать) $f(x)$ (2.10)

при m линейных и (или) нелинейных ограничениях в виде равенств

$$h_j(x) = 0, \ \ j = 1, 2, \dots, m \tag{2.11}$$

и $(p\text{-}m)$ линейных и (или) нелинейных ограничениях в виде неравенств

$$g_j(x) \geq 0, \qquad j = m + 1, \dots, p. \tag{2.12}$$

В литературе имеет место и другое представление выражений (2.10)–(2.12):

максимизировать (минимизировать)$\{f(x) | x \in R\}$, (2.13)

где R – область допустимых значений переменной x, где выполнены условия (2.11) и (2.12)

$$R = \left\{x | h_j = 0, g_j(x) \geq 0 \text{ для всех } j\right\}. \tag{2.14}$$

Отметим, что знак неравенства $g_j(x) \geq 0$ может быть изменен на обратный путем умножения на (-1), что никак не меняет математическую постановку задачи.

Вектор $x^* = \left[x_{1,}{}^* x_2{}^*, \dots, x_n{}^*\right]^T$, удовлетворяющий условиям (2.10)–(2.12), является оптимальным решением, а соответствующее ему значение $f(x^*)$ – оптимальным значением целевой функции. Именно эта пара x^* и $f(x^*)$ и составляет оптимальное решение. В случае мультимодальной функции (*рис. 2.2*) может существовать некоторое множество оптимальных решений. Если же целевая функция является унимодальной (имеющей один экстремум), такого не происходит.

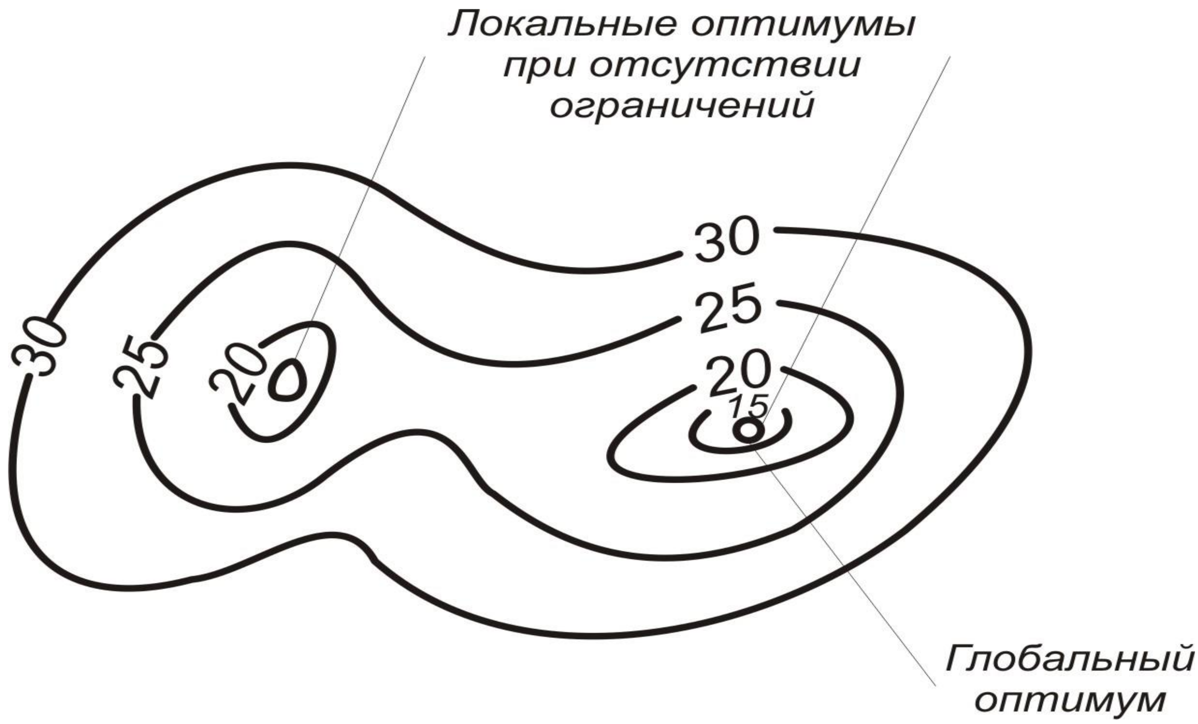


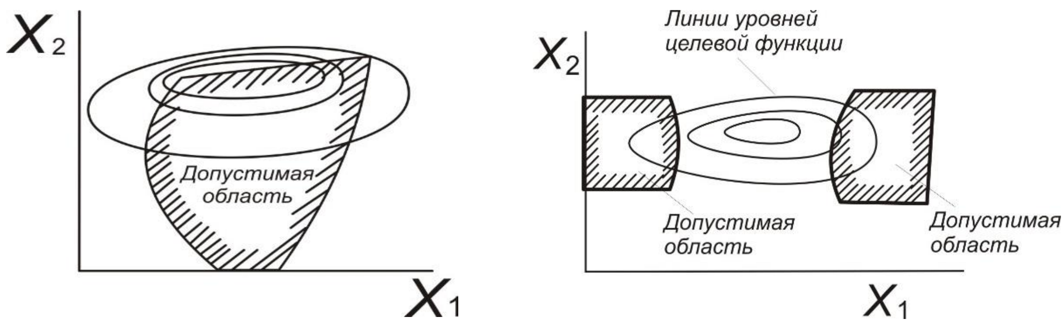
Рис. 2.2. Различные типы оптимальных решений

Отметим, что глобальный оптимум и представляет собой наибольшее (наименьшее) возможное значение *f(x),* тогда как локальный оптимум представляет собой наибольшее (наименьшее) значение *f(x)* в некоторой окрестности. Как для глобального, так и для локального максимума (минимума) $f(x^*) \geq f(x)(f(x^*) \leq f(x))$, но для глобального оптимума это соотношение выполняется для всех x из области R, тогда как для локального это имеет место только для малой окрестности ξ, где $\|x - x^*\| < \xi$.

К сожалению, большинство имеющихся алгоритмов гарантируют получение лишь локально оптимальных решений, так как при движении к x^* они зависят от локальных свойств целевой функции и ограничений.

Сходимость именно к глобальному оптимуму не может быть гарантирована. На практике может быть использовано несколько начальных векторов, но даже это не гарантирует получение именно глобального оптимума.

Вектор x, удовлетворяющий указанным ограничениям в виде равенств и в виде неравенств, называется допустимым решением. Множество всех допустимых решений образует допустимую область R, любая точка вне R называется недопустимой. Область допустимых значений может быть как односвязной (*рис. 2.3, а*), так и неодносвязной (*рис. 2.3, б*).



а *б*

Рис. 2.3. Односвязная ОДЗ (*а*); неодносвязная ОДЗ (*б*)

Для неодносвязной области вполне может оказаться, что какой-то алгоритм НЛП не проведет обследования всех допустимых областей, особенно если не будет включать большое число начальных векторов. К счастью, большинство реальных задач нелинейного программирования имеют односвязную область допустимых значений.

Множество всех точек, для которых целевая функция имеет постоянное значение, называется линией уровня $f(x)$. Эти линии уровня изображены на *рис. 2.4*.

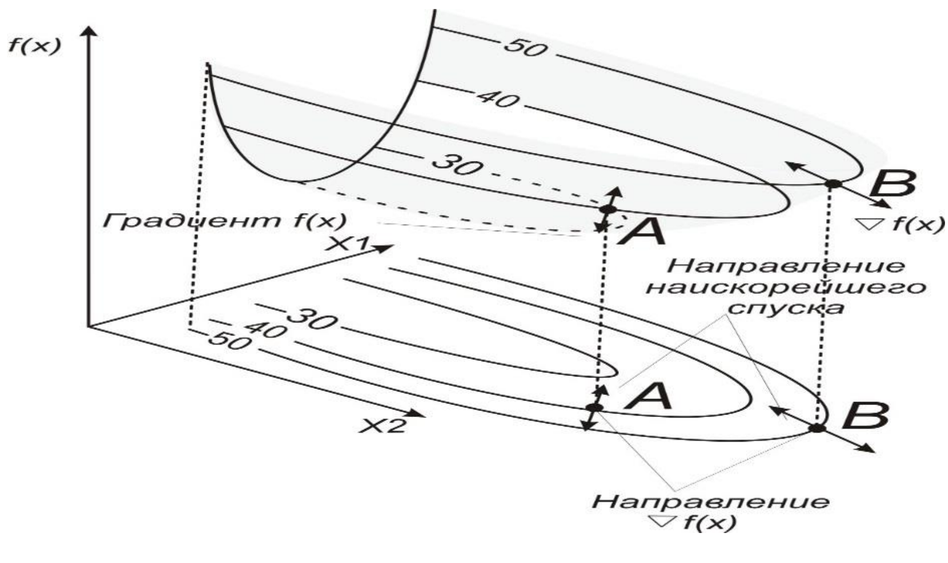


Рис. 2.4. Линии уровня функции

Для непрерывных и дифференцируемых функций существует градиент $\nabla f(x)$, который представляет собой вектор-столбец из частных производных $f(x)$ по x в данной точке x. Верхний индекс k $(k = 0, 1, \ldots)$ используется для обозначения точки, в которой берется значение градиента, и, таким образом, градиент в $x^{(k)}$ равен

$$\nabla f\left(x^{(k)}\right) = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial f\left(x^{(k)}\right)}{\partial x_1} \\ \cdots \\ \dfrac{\partial f\left(x^{(k)}\right)}{\partial x_n} \end{pmatrix}. \qquad (2.15)$$

Градиент направлен в сторону наискорейшего увеличения функции, т. е. наискорейшего подъема. При этом он ортогонален линии уровня $f(x)$, проходящей через данную точку $x^{(k)}$. Вектор, противоположный градиенту, направлен в сторону наискорейшего спуска.

Для решения задачи нелинейного программирования было предложено достаточно много алгоритмов [45], [101], [103], [104], [107], [109]. Однако ни один из них не оказался значительно лучше других, поэтому его выбор определяется опытом исследователя.

Ниже представлены возможные классификации методов решения задач нелинейного программирования [93]:

1. Классификация по существу постановки задачи, т. е. по характеру ограничений (отсутствие ограничений, только в виде равенств, только в виде неравенств как в виде равенств, так и в виде неравенств); по характеру переменных – дискретные (целочисленные) и непрерывные переменные; по характеру целевой функции (выпуклое, квадратичное программирование).

2. Классификация по методам решения:

- использующие производные и не использующие производные;
- аналитическое определение производных или численное;
- использующие первые или вторые производные;
- градиентные методы и методы, не использующие градиент.

3. Начальный вектор находится в допустимой или в недопустимой области.

Далее более подробно представлены методы минимизации, использующие производные:

1. Градиентные методы

Задача нелинейного программирования без ограничений сводится к тому, что надо максимизировать (минимизировать) целевую функцию $f(x)$.

Рассмотрим методы минимизации, которые приводят к стационарной точке $f(x)$, определяемой уравнением $\nabla f\left(x^{(*)}\right) = 0$. Методы работают только с первой производной целевой функции, а переход из точки $x^{(k)}$ в точку $x^{(k+1)}$ осуществляется по формуле

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + \Delta x^{(k)} = x^{(k)} + \lambda^{(k)} s^{(k)}, \quad (2.16)$$

где $\Delta x^{(k)}$ – вектор перехода;

$s^{(k)}$ – единичный вектор в направлении, противоположном градиенту;

$\lambda^{(k)}$ – скалярная величина, характеризующая величину перемещения.

Как правило, один шаг в направлении наискорейшего подъема (спуска) не приводит сразу в точку максимума (минимума) $f(x)$. Поэтому формула (2.16) должна применяться многократно, пока этот максимум (минимум) не будет достигнут (все составляющие вектора градиента равны нулю).

2. Метод вторых производных (метод Ньютона)

Для использования этого метода необходимо осуществить линейную и квадратичную аппроксимацию функций $f(x), g_j(x)$ и $h_j(x)$. Линейная аппроксимация целевой функции $f(x)$ осуществляется с помощью усеченного ряда Тейлора в окрестности $x^{(k)}$:

$$f(x) \approx f\left(x^{(k)}\right) + \nabla^T f\left(x^{(k)}\right)\left(x - x^{(k)}\right). \quad (2.17)$$

Квадратичная аппроксимация $f(x)$ осуществляется путем отбрасывания членов, начиная с третьего порядка в рядах Тейлора:

$$f(x) \approx f\left(x^{(k)}\right) + \nabla^T f\left(x^{(k)}\right)\left(x - x^{(k)}\right) + \frac{1}{2}\left(x - x^{(k)}\right)^T \nabla^2 f\left(x^{(k)}\right)\left(x - x^{(k)}\right), \quad (2.18)$$

где $\nabla^2 f\left(x^{(k)}\right)$ – матрица Гессе $H(x^{(k)})$. Матрица Гессе представляет собой квадратную матрицу из частных производных $f(x)$ второго порядка, взятых в точке $x^{(k)}$:

$$\nabla^2 f\left(x^{(k)}\right) = H(x^{(k)}) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 f(x^{(k)})}{\partial x_1^2} \dots \dots \frac{\partial^2 f(x^{(k)})}{\partial x_1 \partial x_n^2} \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ \frac{\partial^2 f(x^{(k)})}{\partial x_n \partial x_1} \dots \dots \frac{\partial^2 f(x^{(k)})}{\partial x_n^2} \end{pmatrix}. \quad (2.19)$$

Минимум функции $f(x)$ определяется дифференцированием $f(x)$ по каждой из компонент x и приравниванием нулю полученных выражений. Последнее приводит к следующему соотношению [93]:

$$\Delta x^{(k)} = -\left[\nabla^2 f\left(x^{(k)}\right)\right]^{-1} \nabla f\left(x^{(k)}\right), \quad (2.20)$$

где $\left[\nabla^2 f\left(x^{(k)}\right)\right]^{-1}$ – матрица, обратная матрице Гессе $H(x^{(k)})$.

Подстановка выражения (2.20) в уравнение (2.16) определяет переход из $x^{(k)}$ в $x^{(k+1)}$ по методу Ньютона:

$$x^{(k+1)} = x^k - \left[\nabla^2 f\left(x^{(k)}\right)\right]^{-1} \nabla f\left(x^{(k)}\right), \quad (2.21)$$

заметим, что здесь и направление, и величина шага точно определены.

В общем случае (при не квадратичной целевой функции $f(x)$) нельзя достичь минимума за один шаг, а можно только улучшить ее значение. Следует отметить, что задача максимизации целевой функции отличается от описанной выше задачи минимизации только тем, что движение осуществляется в сторону градиента, т. е. в направлении наискорейшего подъема.

Описанные выше методы (особенно метод Ньютона) эффективны для решения задач НЛП без ограничений. При наличии ограничений требуется их модификация, вариантом которой является метод обобщенного приведенного градиента (МОПГ). Классически этот метод работает только с системой ограничений в виде равенств, однако с помощью процедуры введения так называемых «ослабляющих переменных» неравенства можно свести к равенствам. Достоинством МОПГ является и снижение размерности задачи оптимизации за счет выделения базисных (зависимых) и не базисных (независимых) переменных.

В частности, МОПГ используется в компьютерной программе, с помощью которой нами решалась нелинейная задача оптимизации плана производства.

Следует также отметить, что реальная фирма может работать по конкретным заказам. В таких случаях фирма хорошо знает своих заказчиков (как правило, их не очень большое количество) и их потребности. Тогда оптимизационная задача теряет смысл, так как фирма формирует свой план производства исходя из конкретных заказов.

2.4. Стохастическая математическая модель оптимизации производственного процесса

На практике при организации и планировании производства необходимо учитывать множество случайных факторов, одним из которых является спрос. Влияние этих случайных факторов усиливается при планировании производства, эффективность которого зависит от предпочтений потребителей, сезонности, географических и климатических условий и т. д. Поэтому наиболее корректно ставить задачи планирования производства в терминах и понятиях стохастического программирования, когда элементы задачи зачастую являются случайными. Такие задачи называются задачами стохастического программирования.

Задача стохастического программирования существует в M- и P-постановках, что определяется записью целевой функции и ограничений. Предположим, что заданы матрица коэффициентов A, вектор ресурсов b, вектор оценок c (при целевой функции), элементы которого являются случайными.

При M-постановке целевая функция W имеет вид

$$W = M(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j) \to \min\ (\max), \tag{2.22}$$

т. е. осуществляется оптимизация математического ожидания целевой функции. При этом, используя формулу (2.22), можно перейти к математическому ожиданию случайной величины

$$W = M(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j) = \sum_{j=1}^{n} \overline{c_j}\, x_j \to \min(\max). \tag{2.23}$$

При P-постановке имеем

– при максимизации

$$W = P(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \geq W_{\min}) \to \max, \tag{2.24}$$

$W_{\min}$ – наихудшее (минимально допустимое) значение целевой функции;

– при минимизации

$$W = P(\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \leq W_{\max}) \to \max, \tag{2.25}$$

$W_{\max}$ – наихудшее (максимально допустимое) значение целевой функции.

При P-постановке значения необходимо найти такие x_i, при которых вероятность того, что целевая функция примет значение не хуже предельно допустимого, максимальна.

Характерной особенностью работы предприятия легкой промышленности является необходимость частой смены ассортимента продукции, что приводит к сложности прогнозирования спроса на производимый товар. Учитывая данную специфику, в работе предлагается модель [18], в которой спрос на продукцию предприятия является случайной величиной с математическим ожиданием, определяемым функцией спроса $\varphi(p_i)$. При этом предприятие имеет возможность устанавливать как планируемые объемы выпуска продукции q_i, так и их цены p_i (i = 1, ..., n).

Тогда математическое ожидание случайной величины спроса q_i^*

$$M(q_i^*) = \varphi(p_i). \tag{2.26}$$

Доход предприятия от i-го вида продукции D_i будет зависеть от того, превзойдет или нет случайная величина спроса объем выпуска продукции:

$$D_i = \begin{cases} p_i q_i^*, \text{если } q_i^* < q_{i,} \\ p_i q_i, \text{если } q_i^* \geq q_i. \end{cases} \tag{2.27}$$

Математическое ожидание дохода от i-го вида продукции

$$M(D_i) = \int_0^{q_i} p_i q_i^* f(q_i^*) dq_i^* + \int_{q_i}^{\infty} p_i q_i f(q_i^*) dq_i^* =$$

$$= p_i \int_0^{q_i} q_i^* f(q_i^*) dq_i^* + p_i q_i \int_{q_i}^{\infty} f(q_i^*) dq_i^*,$$

а математическое ожидание прибыли от всей продукции

$$M(\text{П}) = \sum_{i=1}^{n} \{ p_i \int_0^{q_i} q_i^* f(q_i^*) dq_i^* + p_i q_i \int_{q_i}^{\infty} f(q_i^*) dq_i^* - AVC_i\, q_i \} - FC, \tag{2.28}$$

где $f(q_i^*)$ – плотность распределения вероятностей случайной величины спроса.

Для решения оптимизационной M-задачи (максимизация математического ожидания прибыли) необходимо задать закон распределения случайной величины спроса q_i^*.

Учитывая, что величина спроса не может быть отрицательной, нельзя использовать нормальный закон распределения. Поэтому в качестве закона распределения случайной величины спроса может использоваться ß-распределение.

Для получения ß-распределения необходимо задать нижнюю и верхнюю границу для случайной величины спроса. В качестве нижней границы можно выбрать нулевое значение, а в качестве верхней – $q_{i\,\max}^*$. Тогда случайная величина

$$X = \frac{q_i^* - q_{i\min}^*}{q_{i\,\max}^* - q_{i\,\min}^*} = \frac{q_i^*}{q_{i\,\max}^*}$$

будет иметь ß-распределение в интервале (0;1) с плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{x^{\propto-1}(1-x)^{\beta-1}}{B(\alpha,\beta)},$$

где $B(\alpha,\beta) = \int_0^1 x^{\propto-1}(1-x)^{\beta-1}dx$;

$\alpha, \beta > 0 -$ параметры закона распределения.

Эти параметры в принципе могут быть оценены на основании статистических данных по выборочным средним M и дисперсиям D:

$$\alpha = \frac{(1-M)M^2}{D} - M,\ \beta = \frac{M(M-1)^2}{D} + M - 1.$$

При этом в нашей задаче задано математическое ожидание спроса $\varphi(p_i)$. Поэтому

$$M(X) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta} = \frac{\varphi(p_i)}{q^*_{i\max}} .$$

В связи со сложностями по сбору значительного объема статистической информации, а также трудоемкостью процедуры вычисления интегралов в итерационных алгоритмах оптимизации, упростим данную задачу. Частным случаем ß-распределения при α = 1, ß = 1 является равномерное распределение, при котором

$$M(X) = \tfrac{1}{2} = \tfrac{\varphi(p_i)}{q^*_{i\max}}.$$

Следовательно, $q^*_{i\max} = 2\varphi(p_i)$, и $f(q^*_i) = \frac{1}{2\varphi(p_i)}$ при $0 \le q^*_i \le 2\varphi(p_i)$.

Тогда

$$M(\Pi) = \sum_{i=1}^{n}\{p_i \frac{1}{2\varphi(p_i)} \int_0^{q_i} q^*_i dq^*_i + p_i q_i \frac{1}{2\varphi(p_i)} \int_{q_i}^{2\varphi(p_i)} dq^*_i - AVC_i\, q_i\} - FC =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\{p_i \frac{1}{2\varphi(p_i)} \frac{q_i^2}{2} + p_i q_i \frac{1}{2\varphi(p_i)} (2\varphi(p_i) - q_i) - AVC_i q_i\} - FC =$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\{p_i q_i - p_i \frac{1}{2\varphi(p_i)} \frac{q_i^2}{2} - AVC_i q_i\} - FC. \qquad (2.29)$$

Для решения этой оптимизационной задачи использовалась та же компьютерная программа, что и для оптимизации в нелинейной детерминистической модели планирования производства.

ГЛАВА 3. ИНТЕГРИРОВАННЫЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТРАНСПОРТНО-СКЛАДСКИХ ПРОЦЕССОВ

3.1. Обзор интегрированных математических моделей организации производственно-транспортно-складских процессов предприятия

Для минимизации общих издержек при организации производства предприятия целесообразно использование метода интегрированного планирования, когда различные функциональные области предприятия рассматриваются как элементы единого процесса. Поэтому стали разрабатываться и получили широкое распространение интегрированные математические модели бизнес-процессов предприятия.

Таким образом, интегрированная модель организации бизнес-процессов предприятия – это взаимосвязанная совокупность нескольких частных моделей, каждая из которых описывает определенный процесс, а вместе они образуют комплексное представление о процессе и последовательности исполнения.

Согласованное выполнение всех взаимосвязанных бизнес-процессов предприятия как единой функции является задачей интегрированной логистики. Для принятия эффективных решений необходимо уточнение существующих моделей и алгоритмов, их совершенствование и разработка новых. Вопросы моделирования и алгоритмы планирования в цепях поставок рассматриваются в работах зарубежных и отечественных ученых [100], [96], [58], [48], [23], [24] и др.

Среди интегрированных моделей организации бизнес-процессов предприятия в литературе наиболее часто рассматриваются транспортно-складская и производственно-транспортно-складская оптимизационные модели.

Транспортно-складская задача формулируется в виде модели смешанного целочисленного линейного программирования [96].

Целевая функция представлена следующим образом:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} d_i y_i \to \min, \tag{3.1}$$

при следующих ограничениях:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} - S_i y_i \le 0, i = 1, \dots, m; \\ \sum_{i=1}^{m} x_{ij} = D_j, \ \ j = 1, \dots, n; \\ x_{ij} \in N \cup \{0\}, \ \ i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n; \\ y_i \in \{0; 1\}, \ \ i = 1, \dots, m, \end{cases} \tag{3.2}$$

где $y_i = 1$ в случае, если склад i арендуется; $y_i = 0$ в противном случае ($i = 1, \dots, m$);

d_i – стоимость аренды склада;

x_{ij} – количество грузовых автомобилей, передвигающихся со склада i в район j ($i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, n$);

S_i – пропускная способность (мощность) склада i;

D_j – спрос j-го региона;

$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_{ij}x_{ij}$ – полная стоимость отправки грузовых автомобилей;

c_{ij} – стоимость отправки грузового автомобиля с i-го склада в j-й регион;

$\sum_{i=1}^{m} d_i y_i$ – полная стоимость аренды складов.

В этой модели надо найти расположение складов, при котором целевая функция (3.1) достигает минимума.

Вообще говоря, задача состоит в отыскании такой точки с координатами (x, y) для расположения склада, которая минимизирует транспортные издержки при распределении продукции от склада до обслуживаемых объектов с координатами (x_i, y_i) [52].

Варианты решения задачи:

1. Самый популярный вариант – за координаты точки расположения склада принимается центр тяжести грузовых потоков [58]:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{m} Q_i x_i}{\sum Q_i}; \qquad y = \frac{\sum_{i=1}^{m} Q_i y_i}{\sum Q_i}, \tag{3.3}$$

где x, y – координаты распределительного склада, км;

Q_i – вес груза, т;

x_i, y_i – соответственно расстояние от осей координат до расположения поставщика или клиента, км;

m – общее количество поставщиков и потребителей.

2. С учетом тарифов [6]:

$$x = \frac{\sum_{i=1}^{m} T_i x_i Q_i}{\sum_{i=1}^{m} T_i Q_i}; \qquad y = \frac{\sum_{i=1}^{m} T_i y_i Q_i}{\sum_{i=1}^{m} T_i Q_i}, \tag{3.4}$$

где T_i – транспортный тариф для i-го поставщика или потребителя, руб./т*км.

Анализ формул (3.3) и (3.4) показывает их совпадение при постоянном тарифе ($T_i = \text{const}$). Однако оба эти похода (как (3.3), так и (3.4)) не обеспечивают достижения минимума суммарных издержек [52].

3. В качестве координат склада берутся такие (x, y), чтобы сумма произведений расстояний от m точек с координатами (x_i, y_i) до координат склада на объемы перевозимых грузов (транспортные затраты) была минимальна [80]. Целевая функция в этой постановке имеет вид

$$P(x,y) = \sum_{i=1}^{m} Q_i \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \to \min, \tag{3.5}$$

где x_i, y_i – координаты i-го поставщика или потребителя.

Преимуществом такого подхода является то, что мы имеем классическую оптимизационную задачу, в которой расстояние между объектами определяется по формуле Евклидова расстояния.

Следует отметить, что задача определения количества и расположения складов является одной из фундаментальных задач управления, которой посвящены работы исследователей [58], [48] и др.

При решении данной задачи необходимо учитывать наличие двух противоречащих друг другу факторов:

во-первых, с увеличением количества складов уменьшаются транспортные расходы и расширяется распределительная сеть поставщика;

во-вторых, в то же время увеличиваются издержки на содержание и управление системой складов.

Следует отметить параболический характер зависимости общих издержек от количества складов, которая имеет явно выраженный оптимум. Однако какой формулой определяется эта зависимость, пока не ясно, поэтому проводить достоверные расчеты не представляется возможным.

Модели организации производственно-транспортно-складских процессов предприятия рассмотрены в работах [30], [163], [31], [32]. Ниже приведена частная постановка производственно-транспортно-складской задачи, рассмотренная в работе [22].

$$Z = \sum_{t \in T} Z_t^p = \sum_{t \in T} \frac{Z_t}{(1+r)^t} \to \max, \tag{3.6}$$

где Z – сумма дисконтированного чистого дохода; Z_t^p – дисконтированный чистый доход за год t; Z_t – чистый доход за год t; r – годовая ставка процента.

Величина чистого дохода Z_t, который входит в целевую функцию (3.6), определяется следующим образом:

$$Z_t = \sum_{j \in J} p_j d_j - \sum_{k \in K} \left(\sum_{j \in J} c_{jk} x_{jk} + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} c_{ijk}^* x_{ijk}^* + I_{kt}^+ y_{kt} + I_{kt} y_{kt} + I_k^\delta u_k \right), \tag{3.7}$$

где $i \in I$ – множество индексов рынков сбыта;

$j \in J$ – множество индексов видов продукции;

$k \in K$ – множество индексов заводов;

$l \in L$ – множество индексов используемых производственных ресурсов;

$t \in T$ – множество индексов периодов планирования;

c_{jk} – издержки на единицу j-й продукции на k-м заводе;

x_{jk} – объем производства j-й продукции на k-м заводе в течение года;

c_{ijk}^* – транспортные затраты на поставку единицы j-й продукции на i-й рынок с k-го завода;

x_{ijk}^* – величина поставки j-й продукции на i-й рынок с k-го завода в течение года;

p_j – цена единицы j-й продукции;

b_{kl} – количество l-го ресурса на k-м заводе;

Δb_{kl} – дополнительное количество l-го ресурса на k-м заводе при условии расширения завода;

d_{ij} – объем продаж j-й продукции на i-м рынке;

$d_{ij}^{\max}$ – максимальный объем продаж j-й продукции на i-м рынке;

$d_j = \sum_{i=1}^{m} d_{ij}$ – суммарная величина продаж j-й продукции на всех рынках;

I_{kt}^+ – инвестиции на расширение k-го существующего завода, произведенные в году t;

I_{kt} – инвестиции на строительство нового k-го завода, произведенные в году t;

I_k^δ – инвестиции на создание нового изделия δ;

y_{kt} – бинарные переменные, соответствующие выбранному варианту инвестиционного решения относительно затрат на расширение существующего или строительство нового завода;

при ограничениях:

$$
\begin{cases}
\sum_{j\in J} x_{jk}u_k \le b_{kl} + \Delta b_{kl}y_k, \forall k \in K, l \in L;\\
\sum_{i\in I} x^*_{ijk} = x_{jk},\ \forall j \in J, k \in K;\\
\sum_{k\in K} x^*_{ijk} \le d^{\max}_{ij}, \qquad \forall i \in I, j \in J;\\
x_{jk} \in N \cup \{0\}, \forall j \in J, k \in K;\\
x^*_{ijk} \in N \cup \{0\}, \forall i \in I, j \in J, k \in K;
\end{cases}
\tag{3.8}
$$

$$
\begin{cases}
\sum_{t\in T} y_{kt} \le 1, \forall k \in K, t \in T;\\
\sum_{k\in K} u_k \le 1, \forall k \in K;\\
y_{kt} \in \{0; 1\}, \forall k \in K, t \in T;\\
u_k \in \{0; 1\}, \forall k \in K.
\end{cases}
\tag{3.9}
$$

Выражение (3.7) означает, что чистый доход за год t есть валовый доход за вычетом всех учитываемых в модели издержек. В системе (3.8) учтены возможности по имеющимся ресурсам производства. При $y_k = 0$ имеются ресурсы в объеме b_{kl}. При $y_k = 1$ добавляются ресурсы в размере Δb_{kl}.

Следующее ограничение означает, что с завода не может быть вывезено продукции больше, чем он производит. Третье ограничение – это ограничение максимальных продаж j-го изделия на i-м рынке $d^{\max}_{ij}$ на основе результатов маркетинговых исследований. Неотрицательность и целочисленность переменных x_{jk} и x^*_{ijk} является сутью последнего ограничения.

Система (3.9) представляет собой ограничения на переменные y_{kt} и u_k. Первое ограничение в системе (3.9) означает, что инвестиции могут быть осуществлены лишь единожды за рассматриваемый период. Второе ограничение в (3.9) означает, что инвестиции в разработку нового изделия осуществляются только на одном специально выделенном для этого конкретном заводе. Последнее ограничение состоит в булевости переменных y_{kt} и u_k [22].

В работе [22] не представлено численное решение данной задачи. Это связано с наличием проблем по вычислению. Модель (3.6)–(3.9) относится к задаче смешанного программирования, потому что целевая функция и ограничения содержат как целочисленные переменные x_{jk} и x^*_{ijk}, так и булевы переменные y_{kt} и u_k. Кроме того, модель является динамической, охватывающей несколько временных периодов, что еще больше усложняет решение данной оптимизационной задачи. Известно, что пока еще не разработаны алгоритмы поиска решения задач смешанного программирования [22].

Стоит отметит, что сформулированная выше задача не решает вопроса нахождения оптимальной точки географического расположения склада по критерию наименьших транспортных расходов.

Невзирая на то, что в современное время происходит быстрое развитие информационных технологий, разрабатываются и совершенствуются пакеты прикладных программ для ЭВМ, при планировании и моделировании распределительной сети производственного предприятия, адекватного описания сложных, многокритериальных задач и их решения необходимо уточнение существующих моделей и алгоритмов, их совершенствование и разработка новых.

3.2. Математическая модель оптимизации размещения складской сети (транспортно-складская задача)

Проблемам определения месторасположения складов посвящен ряд работ авторов [7], [52] и др. Однако, как было показано выше, только критерий (3.5) позволяет в принципе решить задачу оптимизации места расположения склада, хотя в литературе эта задача не доводится до конкретных алгоритмов, компьютерных программ и проведения расчетов. Задача с несколькими складами вообще не рассматривается.

Далее в работе предложена разработанная нами модель транспортно-складской задачи нахождения координат расположения нескольких складов с использованием аппарата кластерного анализа [19].

Рассмотрим сначала случай наличия одного склада с координатами (x, y). Предположим, что потребители имеют координаты $(x_i; y_i)$ $(i = 1, \ldots, n)$, а количество поездок грузового транспорта n_i прямо пропорционально потребности в товаре у i-го потребителя Γ_i:

$$n_i = a\,\Gamma_i. \tag{3.10}$$

Задача сводится к минимизации следующего выражения:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} 2n_i\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \tag{3.11}$$

по переменным x и y.

Возьмем частные производные по указанным переменным и приравняем их нулю:

$$\frac{dQ}{dx} = \sum_{i=1}^{n} 2n_i \frac{2(x - x_i)}{2\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}} = \sum_{i=1}^{n} 2n_i \frac{(x - x_i)}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}} = 0.$$

Аналогично

$$\frac{dQ}{dy} = \sum_{i=1}^{n} 2n_i \frac{(y - y_i)}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}} = 0.$$

В случае нескольких складов при отыскании координат точек их расположения само собой разумеется выделение группы близлежащих потребителей каждого конкретного склада, который будет удовлетворять их потребности (т. е.

образовать кластер) для минимизации транспортных расходов по распределению продукции, чем если бы функционировал один склад.

Подавляющая масса алгоритмов кластерного анализа работает с матрицей расстояний (или близостей) между объектами.

В *табл. 3.1* приведены наиболее распространенные меры расстояний между объектами и их характеристики.

Т а б л и ц а 3.1. **Меры расстояний между объектами и их характеристики**

Мера расстояния между объектами	Формула для вычисления	Пояснения
Расстояние Махаланобиса	$\rho_0(X_i, X_j) = \sqrt{(X_i - X_j)^T \Lambda^T \Sigma^{-1} \Lambda (X_i - X_j)}$, (3.12) где Σ – ковариационная матрица генеральной совокупности; Λ – симметрическая матрица "весовых" коэффициентов, которая, как правило, является диагональной	Применяется в случае стохастически зависимых компонент x_1, x_2, ..., x_k и их различной значимости в решении вопроса классификации
Евклидово расстояние	$\rho_E(X_i, X_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^{k} (x_{il} - x_{jl})^2}$, (3.13) где x_{il}, x_{jl} –величина l-й компоненты у i-го (j-го) объекта ($l = 1, 2, ..., k;\ i, j = 1, 2, ..., n$). При этом ковариационная матрица переменных x_1, x_2, ..., x_k равна $\sigma^2 E_к$. Это означает, что компоненты вектора X взаимно независимы и имеют одинаковую дисперсию	Расстояние может использоваться только когда компоненты вектора X взаимно независимы и имеют одинаковую дисперсию одинаково важны для классификации
Евклидово расстояние для нормированных признаков	$x_{il}^H = \frac{x_{il} - \bar{x}_l}{s_l}$, где x_{il} – значение l-го признака у i-го объекта; $\bar{x}_l$ – среднее арифметическое значение l-го признака; $s_l = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_{il} - \bar{x}_l)^2}$ – (3.14) среднее квадратичное отклонение l-го признака	Может использоваться, если признаки имеют разные единицы измерения. Для выхода из этой ситуации осуществляют нормирование каждого признака путем деления центрированной величины на среднее квадратичное отклонение
Взвешенное Евклидово расстояние	$\rho(X_i, X_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^{k} W_l \frac{(x_{il} - x_{jl})^2}{s_l^2}}$, (3.15) где s_l^2 – выборочная дисперсия значений l-го признака, которая определяется по формуле $s_l^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_{il} - \bar{x}_l)^2$. (3.16) Обычно принимают $0 < w_l < 1$, где $l = 1, 2, .., k$	Определение «весов» обычно связано с проведением опроса экспертов и статистической обработкой результатов их оценок

Окончание табл. 3.1

Мера расстояния между объектами	Формула для вычисления	Пояснения
Хеммингово расстояние	$\rho_H(X_i, X_j) = \sum_{l=1}^{k} \lceil x_{il} - x_{jl} \rceil$. (3.17)	Используется как мера расстояния для дихотомических признаков. По сути оно равно числу несовпадений значений соответствующих признаков в i-м и j-м объектах

Некоторые алгоритмы классификации в процессе своей работы используют понятие расстояния между группами объектов (кластерами).

В *табл. 3.2* приведены наиболее распространенные, часто встречающиеся меры расстояний между группами объектов (кластерами) и их характеристики.

Последние две меры *табл. 3.2* являются наиболее удачными и на практике обычно приводят к близким результатам.

Существуют различные способы разбиения объектов на классы. Функционал качества разбиения *Q(S)* сравнивает качество различных способов разбиения.

Для их рассмотрения предположим, что $S = (S_1, S_2, \dots, S_k)$ – полученное разбиение наблюдений на k классов.

Известные функционалы качества приведены в *табл. 3.3* [19].

Т а б л и ц а 3.2. **Меры расстояний между кластерами и их характеристики**

Мера расстояния между кластерами	Формула для вычисления	Пояснения
Расстояние по принципу «ближайшего соседа»	$d(S_l, S_m) = \min\limits_{i \in S_l, j \in S_m} \rho(i, j)$ (3.18)	При использовании этой меры имеет место вытягивание кластеров в цепочку
Расстояние по принципу «дальнего соседа»	$d(S_l, S_m) = \max\limits_{i \in S_l, j \in S_m} \rho(i, j)$ (3.19)	Мера практически не используется
Расстояние между «центрами тяжести» кластеров	$d(S_l, S_m) = \rho(\bar{x}_l, \bar{x}_m)$, (3.20) где $\overline{x}_l$, $\overline{x}_m$ – центры кластеров S_l и S_m	$\overline{x}_i$ – среднее арифметическое векторных наблюдений кластера S_i, т. е. "центр тяжести" i-го кластера

Мера расстояния между кластерами	Формула для вычисления	Пояснения
Расстояние по принципу «средней связи»	$d(S_l, S_m) = \frac{1}{n_l n_m} \sum_{i \in S_l} \sum_{j \in S_m} \rho(i, j),$ (3.21) где n_l– количество объектов в кластере S_l; n_m – количество объектов в кластере S_m	Мера представляет собой среднее арифметическое всех попарных расстояний между объектами – представителями рассматриваемых кластеров

Примечание. $d(S_l, S_m)$ – расстояние между кластерами S_l и S_m.

Т а б л и ц а 3.3. **Функционалы качества разбиения объектов на кластеры [19]**

Функционал качества разбиения	Формула для вычисления	Пояснения
Сумма внутриклассовых дисперсий	$\sum_{l=1}^{k} \sum_{i \in S_l} \rho^2 (i, \bar{x}_l) \to \min,$ (3.22) где k – количество выделенных кластеров	Минимизирует сумму квадратов внутриклассовых расстояний
Сумма попарных внутриклассовых расстояний между элементами	$\sum_{l=1}^{k} \sum_{i,j \in S_l} \rho^2 (i, j) \to \min$ (3.23)	Минимизирует сумму квадратов расстояний между объектами одного кластера

Существуют адаптивные алгоритмы проведения кластерного анализа, агломеративные, а также алгоритмы с оптимизацией критерия.

Адаптивные алгоритмы используют простые эвристические правила для классификации объектов. Агломеративные алгоритмы осуществляют на каждом шаге работы последовательное объединение двух наиболее близких кластеров в один.

При использовании оптимизационных алгоритмов следует учитывать, что меры качества кластеризации объектов (3.30) и (3.31) всегда убывают с увеличением числа классов [29].

В рассматриваемой нами задаче кластеризации потребителей в качестве меры расстояния между объектами используется реальное расстояние, а критерием оптимизации (будем использовать оптимизационный алгоритм) является общая величина транспортных издержек:

$$Z = \sum_{k=1}^{m} \sum_{i \in G_k} z(i, k) \to \min, \tag{3.24}$$

где $z(i, k)$ – затраты на доставку продукции с k-го склада i-му потребителю;

m – количество складов;

G_k – группа обслуживания k-го склада.

Предположим, что количество складов m задано априорно. Решение задачи заключается в одновременной оптимизации сегментации потребителей на группы обслуживания складов (кластеры) $G_k (k = 1, \ldots, m)$ и нахождении мест расположения складов по критерию минимизации транспортных издержек независимо для всех зон обслуживания [14].

$$Z_k = \sum_{i \in G_k} 2n_i \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}$$

по переменным x и y.

Имеем

$$\frac{dZ_k}{dx} = \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{2(x - x_i)}{2\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}} = \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{(x - x_i)}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}} = 0.$$

Аналогично

$$\frac{dZ_k}{dy} = \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{(y - y_i)}{\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}} = 0.$$

Для численного решения систем нелинейных уравнений из всего многообразия имеющихся приближенных методов, как известно, наилучшей сходимостью характеризуется метод Ньютона, который и использован в данной монографии.

Представление нелинейной системы уравнений в общем виде

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0, \\ f_2(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots. \\ f_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = 0 \end{cases} \tag{3.25}$$

или в векторной форме

$$f(x) = 0, \tag{3.25, а}$$

где $f = \begin{vmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \ldots \\ f_n \end{vmatrix}, \quad X = \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \ldots \\ x_n \end{vmatrix}.$

Для решения системы уравнений (3.25, а) будем использовать метод последовательных приближений. Если известно k-е приближение

$$x^{(k)} = (x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, \ldots, x_n^{(k)})$$

корня $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ уравнения (3.25, а), то истинный корень этого уравнения можно представить следующим образом:

$$x = x^{(k)} + Dx^{(k)}, \tag{3.26}$$

где $Dx^{(k)} = (\Delta x_1^{(k)}, \Delta x_2^{(k)}, \dots, \Delta x_n^{(k)})$ – погрешность корня.

Подставив (3.26) в (3.25, а), получим

$$f\left(x^{(k)} + Dx^{(k)}\right) = 0. \tag{3.27}$$

Левую часть уравнения (3.27) можно разложить по степеням малого вектора $Dx^{(k)}$, ограничиваясь линейными членами:

$$f\left(x^{(k)} + Dx^{(k)}\right) = f(x^{(k)}) + f'\left(x^{(k)}\right)Dx^{(k)} = 0 \tag{3.28}$$

или в виде скалярных выражений

$$\begin{cases} f_1\left(x_1^{(k)} + \Delta x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)} + \Delta x_n^{(k)}\right) = f_1\left(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}\right) + \Delta x_1^{(k)} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \dots + \Delta x_n^{(k)} \frac{\partial f_1}{\partial x_n} = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ f_n\left(x_1^{(k)} + \Delta x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)} + \Delta x_n^{(k)}\right) = f_n\left(x_1^{(k)}, \dots, x_n^{(k)}\right) + \Delta x_1^{(k)} \frac{\partial f_n}{\partial x_1} + \dots + \Delta x_n^{(k)} \frac{\partial f_n}{\partial x_n} = 0 \end{cases}. \tag{3.28, а}$$

Производная $f''(x)$ представляет собой матрицу Якоби системы функций $f_1, f_2, \dots, f_n$ относительно переменных $x_1, x_2, \dots, x_n$, т. е.

$$f'(x) = W(x) = \begin{vmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{vmatrix}$$

или в другом виде

$$f'(x) = W(x) = \left|\frac{\partial f_i}{\partial x_j}\right|, (i, j = 1, \dots, n).$$

Тогда формулу (3.28, а) можно записать в виде

$$f\left(x^{(k)}\right) = -W\left(x^{(k)}\right)Dx^{(k)}.$$

Если $detW(x) = det\left|\frac{\partial f}{\partial x}\right| \neq 0$, то $Dx^{(k)} = -W^{-1}\left(x^{(k)}\right)f\left(x^{(k)}\right)$.

Отсюда видно, что решение системы (3.25) методом Ньютона заключается в применении следующего выражения для перехода к новой точке:

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - W^{-1}\left(x^{(k)}\right)f\left(x^{(k)}\right), \qquad k = 1, 2, 3, \dots. \tag{3.29}$$

Итерационный процесс вычисления прекращается, когда погрешности корня становятся достаточно малыми.

Рассмотрим далее применение описанного метода Ньютона к нашей задаче для системы двух уравнений:

$$\begin{cases} F_1(x, y) = 0, \\ F_2(x, y) = 0. \end{cases} \tag{3.30}$$

Предположим, что имеются приближенные значения неизвестных x, y в виде $x = a$, $y = b$, и якобиан системы (3.30) отличен от нуля:

$$J = \begin{vmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x} & \frac{\partial F_1}{\partial y} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x} & \frac{\partial F_2}{\partial y} \end{vmatrix} \neq 0.$$

Тогда приближение неизвестных на следующем шаге можно записать в виде

$$x = a - \frac{1}{J}\left(F_1 \frac{\partial F_2}{\partial y} - F_2 \frac{\partial F_1}{\partial y}\right);$$
$$y = b + \frac{1}{J}\left(F_1 \frac{\partial F_2}{\partial x} - F_2 \frac{\partial F_1}{\partial x}\right). \tag{3.31}$$

В нашей задаче

$$\frac{\partial F_1}{\partial x} = \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - (x-x_i)\frac{2(x-x_i)}{2\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} =$$
$$= \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 - (x-x_i)^2}{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}((x-x_i)^2 + (y-y_i)^2)} =$$
$$= \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{(y-y_i)^2}{((x-x_i)^2 + (y-y_i)^2)^{3/2}}\ ; \tag{3.32}$$

$$\frac{\partial F_1}{\partial y} = \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{-(x-x_i)\frac{2(y-y_i)}{2\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} =$$
$$= \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{-(x-x_i)(y-y_i)}{((x-x_i)^2 + (y-y_i)^2)^{3/2}}\ . \tag{3.33}$$

Аналогично

$$\frac{\partial F_2}{\partial x} = \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{-(y-y_i)\frac{2(x-x_i)}{2\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} =$$
$$= \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{-(x-x_i)(y-y_i)}{((x-x_i)^2 + (y-y_i)^2)^{3/2}}\ . \tag{3.34}$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial y} = \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} - (y-y_i)\frac{2(y-y)}{2\sqrt{(x-x_i)^2+(y-y_i)^2}}}{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2} =$$
$$= \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2 - (y-y_i)^2}{\sqrt{(x-x_i)^2 + (y-y_i)^2}((x-x_i)^2 + (y-y_i)^2)} =$$
$$= \sum_{i \in G_k} 2n_i \frac{(x-x_i)^2}{((x-x_i)^2 + (y-y_i)^2)^{3/2}}\ . \tag{3.35}$$

Алгоритм решения нашей задачи методом Ньютона приведен на *рис. 3.1*.

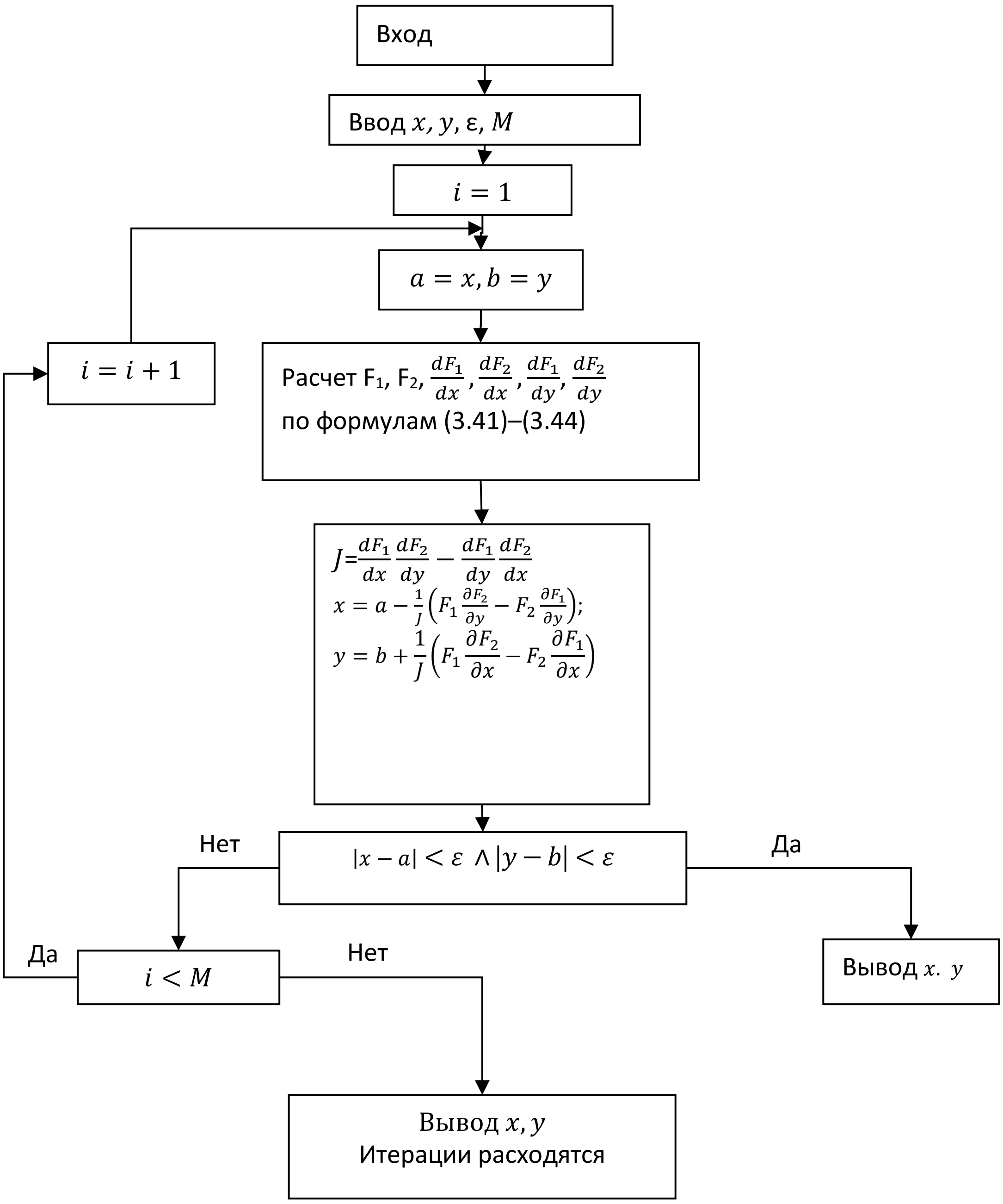


Рис. 3.1. Алгоритм метода Ньютона [7]

При решении задачи нахождения координат расположения нескольких складов под разбивкой потребителей на зоны обслуживания заданного m количества складов понимают отыскание такого набора подмножеств G_1, G_2,…, G_m натурального ряда чисел 1, 2, …, n, что $\bigcup_{j=1}^{m} = \{1, 2, \ldots, n\}$, а $G_j \cap G_q = 0$ при $j \neq q$. Минимизация критерия (3.24) (как по разбиению потребителей на группы обслуживания, так и по выбору месторасположения складов) отвечает требованиям такого разбиения потребителей, когда в одной группе оказываются наиболее близкие между собой потребители. В то же время в качестве координат складов будут выбирать такие, которые минимизируют суммарные затраты на перевозки в зоне их обслуживания.

Считая известными координаты складов, нетрудно построить разбиение $G_1, G_2, \ldots, G_m$, которое минимизирует критерий (3.24):

$$G_l = \{i: d_{il} \le d_{iq} \text{ для всех } q = 1, \ldots, m\},$$

где d_{il} – расстояние между i-м потребителем и l-м складом.

Для одновременного нахождения оптимального разбиения $G_1, G_2, \ldots, G_m$ и оптимального набора координат складов предлагается итерационный алгоритм, последовательно осуществляющий выбор оптимальных (по отношению к разбиению, полученному на предыдущем шаге) координат складов, а затем разбиения, оптимального при местах расположения складов, полученных на предыдущем шаге. Очевидно, что на каждом шаге итераций критерий не возрастает, поэтому данный алгоритм будет сходиться к минимуму, который, однако, может оказаться локальным.

3.3. Стохастическая модель оптимизации размещения складской сети

Основным фактором определения географических координат расположения складов являются транспортные издержки. Еще более значимым фактором является потенциальный спрос на продукцию предприятия на месте расположения склада, характеризующийся большой степенью неопределенности. Поэтому при стохастической постановке задачи нахождения оптимального месторасположения складской сети решение получается при переходе от математического ожидания общих затрат к математическим ожиданиям спроса. В работе предложена стохастическая модель транспортно-складской задачи.

Функция общих затрат имеет вид

$$Z = \sum_{k=1}^{m} \sum_{i \in G_k} z(i, k),$$

где $z(i, k)$ – затраты на доставку продукции с k-го склада i-му потребителю;

m – количество складов;

G_k – группа обслуживания k-го склада.

При определенном m перед нами встает задача оптимизации разделения общей массы потребителей на группы обслуживания складов G_k $(k = 1, \ldots, m)$, а также определения оптимальных географических координат точек расположения складов.

В том случае, когда потребители разделены и образованы кластеры, то расчет точек оптимального расположения складов в кластере может производиться независимо для каждого G_k $(k = 1, \ldots, m)$ [19].

Для этого подробно описана задача нахождения наименьшего общего пробега транспортного средства при распределении продукции из склада (x, y) в несколько точек с координатами (x_i, y_i) $(i \in G_k)$.

Введем дополнительную величину n_i, характеризующую количество поездок автотранспортного средства из точки (x, y) в конкретную точку (x_i, y_i) $(i \in G_k)$

в зависимости от спроса на предлагаемую продукцию. Понятно, что численные значения этих величины прямо пропорциональны друг другу. Чем выше спрос на некоторый товар за единицу времени определенного потребителя, тем большее количество раз будет доставляться продукция в данный пункт.

Задача сводится к минимизации математического ожидания функции

$$Z_k = \sum_{i \in G_k} 2n_i \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}.$$

Тогда

$$M(Z_k) = M\left(\sum_{i \in G_k} 2\alpha q_i^* \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}\right) =$$

$$= \sum_{i \in G_k} 2\alpha\, M\,(q_i^*) \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \to \min. \qquad (3.36)$$

Решение задачи аналогично предыдущей.

3.4. Интегрированная математическая модель оптимизации производственно-транспортно-складских процессов на предприятии

Рациональная организация деятельности предприятия на основе интеграции операций в единый процесс проводится в целях оптимизации и минимизации общих издержек.

При организации производства на предприятии легкой промышленности необходимо учитывать короткий производственный и жизненный цикл продукции отрасли. В связи с этим при планировании производства целесообразно проведение исследований для формирования портфеля заказов на продукцию с учетом потребительского спроса, а также оптимального размещения производственных мощностей.

Учитывая перечисленные выше аспекты, в работе предложена модель производственно-транспортно-складской задачи [17], [53].

Введем следующие обозначения:

b_{il} – потребность i-го потребителя в l-й продукции ($i = 1, \ldots, n;\ l = 1, \ldots, L$);

G_k – множество потребителей, обслуживаемое k-й фабрикой ($k = 1, \ldots, m$);

q_{kl} – объем производства l-й продукции на k-й фабрике;

p_l – цена l-й продукции;

AVC_l – средние переменные издержки на производство единицы l-й продукции;

FC_k – постоянные издержки k-й фабрики.

Прибыль от реализации продукции (без учета затрат на транспортировку) для k-й фабрики составит

$$\Pi_k = \sum_{l=1}^{L} (P_l - AVC_l) q_{kl} - FC_k, \qquad (3.37)$$

где

$$q_{kl} = \sum_{i \in Gk} b_{il}. \qquad (3.38)$$

Затраты на транспортировку продукции k-й фабрики составят

$$Z_k = \mathrm{C} \sum_{i \in Gk} \rho_{ik} \sum_{l=1}^{L} b_{il}\, c_l, \qquad (3.39)$$

где ρ_{ik} – расстояние от k-й фабрики до i-го потребителя;

c_l – вес единицы l-й продукции;

С – стоимость перевозки единицы веса на единицу расстояния.

Сформулируем критерий оптимизации производственно-транспортно-складской задачи

$$\Pi = \sum_{k=1}^{m} (\,\Pi_k - Z_k) \to \max. \qquad (3.40)$$

Преобразуем критерий (3.40) к виду

$$\Pi = \sum_{k=1}^{m} \Pi_k - \sum_{k=1}^{m} Z_k. \qquad (3.41)$$

Далее

$$\sum_{k=1}^{m} \Pi_k = \sum_{k=1}^{m} \sum_{l=1}^{L} (P_l - AVC_l) q_{kl} - \sum_{k=1}^{m} FC_k =$$
$$= \sum_{l=1}^{L} (P_l - AVC_l) \sum_{k=1}^{m} q_{kl} - \sum_{k=1}^{m} FC_k =$$
$$= \sum_{l=1}^{L} (P_l - AVC_l) \sum_{k=1}^{m} \sum_{i€Gk} b_{il} - \sum_{k=1}^{m} FC_k =$$
$$= A - m * FC,$$

где

$$A = \sum_{l=1}^{L} (P_l - AVC_l) \sum_{k=1}^{m} \sum_{i€Gk} b_{il} = \mathrm{const}\,.$$

Будем считать одинаковыми постоянные затраты у всех фабрик. Тогда критерий оптимизации примет вид

$$\Pi = A - m * FC - \sum_{k=1}^{m} Z_k \to \max \qquad (3.42)$$

или

$$Q = \sum_{k=1}^{m} Z_k + m * FC \to \min. \tag{3.43}$$

Нетрудно видеть, что для решения данной задачи можно воспользоваться рассуждениями, которые описаны выше при решении задачи п. 3.3 настоящей работы, только вместо точек расположения складов необходимо отыскать точки оптимального месторасположения фабрик.

Аналогично предыдущему пункту величина спроса на продукцию фабрики, расположенной в точке с координатами (x, y) конкретного потребителя с координатами (x_i, y_i), $i \in G_k$ пропорциональна числу поездок транспортного средства для доставки груза.

$$n_i = \alpha \sum_{l=1}^{L} b_{il}\, c_l. \tag{3.44}$$

Задача сводится к минимизации функции

$$Z_k = \sum_{i \epsilon Gk} 2n_i \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \tag{3.45}$$

по переменным x и y.

Для решения задачи используется тот же итерационный алгоритм, что и для транспортно-складской задачи.

3.5. Стохастическая интегрированная математическая модель оптимизации бизнес-процессов

При постановке стохастической интегрированной математической модели оптимизации бизнес-процессов предприятия в качестве случайной величины рассматривается b_{il} – потребность i-го потребителя в l-й продукции ($i = 1, ..., n; l = 1, ..., L$), которая определяет q_{kl} – будущий оптимальный объем производства l-й продукции на k-й фабрике ($k = 1, ..., m$).

Критерий оптимизации производственно-транспортно-складской задачи можно представить в виде

$$\Pi = \sum_{k=1}^{m} (\Pi_k - Z_k) \to \max,$$

где согласно п. 3.4 $\Pi_k = \sum_{l=1}^{L} (P_l - AVC_l) q_{kl} - FC_k$ – это прибыль от реализации продукции (без учета затрат на транспортировку) для k-й фабрики;

$Z_k = \sum_{i \in Gk} \rho_{ik} \sum_{l=1}^{L} b_{il}\, c_l$ – затраты на транспортировку продукции k-й фабрики.

Учитывая случайный характер спроса i-го потребителя в l-й продукции ($i = 1, ..., n; l = 1, ..., L$), имеем

$$M\,(\Pi) = M \left\{ \sum_{k=1}^{m} (\Pi_k - Z_k) \right\} \to \max$$

или

$$M(Q) = \sum_{k=1}^{m} M(Z_k) + \ m * FC \rightarrow \min. \tag{3.46}$$

Из п. 3.4 имеем, что в результате арифметических действий задача сводится к минимизации функции

$$M(Z_k) = M\left\{\sum_{i \epsilon Gk} 2\alpha \sum_{l=1}^{L} b_{il}\, c_l \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}\right\}. \tag{3.47}$$

Тогда от (3.47) переходим к математическому ожиданию спроса

$$M(Z_k) = 2\alpha \sum_{i \epsilon Gk} \sum_{l=1}^{L} M(b_{il})\, c_l \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} \rightarrow \min. \tag{3.48}$$

Задача решается подобно решению задачи п. 2.4.

3.6. Прогнозирование математических ожиданий спроса в стохастических моделях

Спрос на продукцию предприятий легкой промышленности усложнен многими факторами, присущими отрасли, такими как мода, сезонность товара, быстрое устаревание предпочтений покупателей, высокая вероятность незапланированной покупки, высокая степень конкуренции и многими др. Поэтому для того, чтобы сориентировать предприятие на выпуск нужных товаров в нужном количестве, наиболее полно отражающих предпочтения покупателей, наряду с реализацией цели предприятия, состоящей в достижении максимальной прибыли, необходимо владеть методами прогнозирования дальнейшего развития предприятия.

На сегодняшний день методы прогнозирования можно разделить на методы экстраполяции, математического моделирования и метод экспертных оценок [15], [73], [79].

Методы экспертных оценок используются в случае полного отсутствия статистической информации и предполагают получение прогнозных оценок от экспертов [29].

На практике наиболее часто используются *методы экстраполяции*. Метод предполагает, что значения временного ряда можно представить как сумму регулярной и случайной составляющих [15]:

$$y_t = f(t) + \varepsilon_t, \tag{3.49}$$

где *f (t)* – регулярная составляющая;

ε_t – случайная составляющая.

Таким образом, необходимо наиболее точно описать связи и закономерности в регулярной составляющей уравнения, чтобы можно было перенести их на прогнозируемый период при условии отсутствия существенных помех.

Выбор типа функции *f(t)* осуществляется на основании анализа графика динамики показателя. Возможен учет и некоторых логических соображений о законе изменения показателя. Наиболее часто используются следующие функции [94]:

- линейная $f(t) = a_0 + a_1 t$; (3.50)
- полиномиальная $f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \cdots + a_n t^n$; (3.51)
- экспоненциальная $f(t) = ae^{bt}$; (3.52)
- логистическая кривая $f(t) = \frac{a}{1+be^{-ct}}$ (3.53)

и др.

Методы экстраполяции включают и методы прогнозирования по многофакторным моделям. При использовании этого метода строятся и используются для прогнозирования математические модели зависимости прогнозируемого показателя *y* с различными воздействующими факторами $X_1, X_2, \dots, X_n$ [73].

$$y = f(X_1, X_2, \dots, X_n). \quad (3.54)$$

Таким образом, сперва надо построить математическую зависимость показателя *y* от факторов $X_1, X_2, \dots, X_n$, затем осуществить прогноз будущих значений факторов и, наконец, рассчитать прогнозные значения показателя *y* по математической зависимости. Прогнозные значения независимых переменных определяются самостоятельно (методом экстраполяции или экспертным путем).

Если прогнозируемое значение носит массовый характер и имеется значительный массив статистических данных, который позволяет построить временной ряд, то применение методов экстраполяции является наиболее рациональным. Остается открытым вопрос правомерности переноса прошлых тенденций на будущее, так как с течением времени высока вероятность изменения не только самих параметров модели, но и функциональных зависимостей из-за различных качественных и не только изменений.

Существуют два подхода к построению *математических моделей* прогнозирования событий [79]:

- статистический подход;
- путем логических соображений.

При статистическом подходе к построению математических моделей прогнозирования очевидно, что процессы исследуются на основе временных рядов. Процесс включает в себя следующие этапы:

1. Построение временного ряда на основе собранной исходной информации.
2. На основе анализа временного ряда формирование набора предполагаемых прогнозных моделей.
3. Выбор модели.
4. Оценка параметров модели.
5. Построение прогноза по выбранной модели.

Значения уровней временных рядов складываются из следующих элементов:

– тренд;

– сезонная составляющая;
– циклическая составляющая;
– случайная составляющая.

Тренд – долговременная тенденция, показатель общего направления развития изучаемого объекта. Для его описания применяют гладкие функции.

В то же время показатели развития объектов могут подвергаться регулярным колебаниям. Если период колебаний не превышает одного года, то это сезонные колебания, связанные с изменениями природно-климатического или социального (например, рост продаж перед Новым годом) характера. Сезонную составляющую описывают периодическими функциями.

Если период колебаний достаточно большой, то говорят о наличии во временном ряду циклической составляющей (например, деловые циклы различной периодичности, волны Кондратьева и др.).

Случайные величины отклонения получаются при исключении из временного ряда тренда и периодических составляющих, возникают в случае воздействия большого количества различных причин.

Обычно для описания тренда используют полиномы различных порядков:

$$y'(t') = a_0 + a_1 t' + a_2 t'^2 + \cdots + a_m t'^m + \varepsilon'(t'), \tag{3.55}$$

где m – порядок полинома;

a_j – j-й параметр модели;

$\varepsilon'(t')$ – некоррелированная случайная величина с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ^2.

Так как полиномиальные модели являются линейными относительно параметров, то a_j оцениваются с помощью метода наименьших квадратов [94]:

$$\hat{a} = (\Gamma'\Gamma)^{-1}\Gamma' Y, \tag{3.56}$$

где

$$\Gamma = \begin{pmatrix} 1\ t_1' \ldots\ t_1'^m \\ 1\ t_2' \ldots\ t_2'^m \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ 1\ t_n' \ldots\ t_n'^m \end{pmatrix} \qquad Y = \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \\ \ldots \\ y_n' \end{pmatrix}; \tag{3.57}$$

n – число точек рассматриваемого временного ряда;

t'_j – момент времени, соответствующий j-й точке временного ряда;

y'_j – значение рассматриваемого показателя в момент времени t'_j, $j = \overline{1, n}$.

Множество математических моделей прогнозирования на основе полиномов получается с помощью различных нелинейных монотонных преобразований. Эти преобразования осуществляются как по оси x (времени), так и по оси y [12].

По оси абсцисс осуществляются следующие преобразования:

а) $t' = t$; б) $t' = \dfrac{1}{t}$; в) $t' = \ln t$; г) $t' = \sqrt[k]{t}$.

По оси ординат осуществляются следующие преобразования:

$$а)\ y' = y;\ б)\ y' = \frac{1}{y};\ в)\ y' = y^k;\ г)\ y' = \ln y;\ д)\ y' = e^y;\ е) y' = e^{-y}.$$

При использовании полиномов 2-го порядка для аппроксимации преобразованных временных рядов получатся следующие математических модели прогнозирования (*табл. 3.4*) [15].

Представляется целесообразным применить наименьшее значение дисперсии ошибки прогноза (ДОП) в качестве критерия выбора математической модели.

В случае отсутствия преобразований ДОП определяется по формуле

$$\overline{D}\{\overline{y'}(t'_L) - y'(t'_L)\} = \hat{\sigma}^2\{1 + \Gamma'_L(\Gamma'\Gamma)^{-1}\Gamma_L\}, \tag{3.58}$$

где
$$\Gamma'_L = \left(1\ t'_L t'^2_L \dots t'^m_L\right),$$

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{j=1}^{n} \frac{\left(\widehat{y'}_j - y'_j\right)^2}{n - m - 1},$$

$$\widehat{y'}_j = f'(t').$$

Т а б л и ц а 3.4. **Математические модели прогнозирования [20]**

Номер модели	Преобразование по оси ординат	Преобразование по оси абсцисс	Модель прогнозирования
1	$y' = y$	$t' = t$	$f(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$
2	$y' = 1/y$	$t' = t$	$f(t) = 1/(a_0 + a_1 t + a_2 t^2)$
3	$y' = y^k$	$t' = t$	$f(t) = {}^k\sqrt{}a_0 + a_1 t + a_2 t^2$
4	$y' = \ln y$	$t' = t$	$f(t) = e^{a_0 + a_1 t + a_2 t^2}$
5	$y' = e^{\pm y}$	$t' = t$	$f(t) = \pm \ln (a_0 + a_1 t + a_2 t^2)$
6	$y' = y$	$t' = 1/t$	$f(t) = a_0 + a_1 / t + a_2 / t^2$
7	$y' = y$	$t' = \ln t$	$f(t) = a_0 + a_1 \ln t + a_2 \ln^2 t$
8	$y' = y$	$t' = {}^k\sqrt{t}$	$f(t) = a_0 + a_1 {}^k\sqrt{t} + a_2 {}^k\sqrt{t^2}$
9	$y' = 1/y$	$t' = 1/t$	$f(t) = t^2/(a_0 + a_1 t + a_2 t^2)$
10	$y' = \ln y$	$t' = \ln t$	$f(t) = at^b$

В случае нелинейных преобразований по оси x и по оси y аналитическое выражение ДОП представляет собой сумму следующих двух компонент [50], [8]:

– ДОП среднего значения

$$D\,\{\hat{y}'(t_L') - \tilde{y}'(t_L')\} = \sigma^2 \Gamma_L'(\Gamma'\Gamma)^{-1}\Gamma_L; \tag{3.59}$$

– дисперсии случайной составляющей

$$D\,\{y'(t_L') - \tilde{y}'(t_L')\} = \sigma^2. \tag{3.60}$$

Пусть $t' = f_1(t);\ y' = f_2(y)$, тогда $y(t) = f_2^{-1}\big(y'(t')\big);\ \hat{y}(t) = f_2^{-1}\big(\hat{y}'(t')\big)$. ДОП среднего значения

$$D\,\{\hat{y}'(t_L) - \tilde{y}'(t_L)\} = D\big\{f_2^{-1}\big(\hat{y}'(t_L')\big) - \tilde{y}'(t_L)\big\} = D\big\{f_2^{-1}\big(\hat{y}'(t_L')\big)\big\} =$$
$$= \left(\frac{\partial f_2^{-1}(y')}{\partial y'}\right)^2 \Big/ y' = \tilde{y}'(t_L') D\{\hat{y}'(t_L') - \tilde{y}'(t_L')\} = \left(\frac{\partial f_2^{-1}(y')}{\partial y'}\right)^2 \Big/ y' =$$
$$= \tilde{y}'(t_L')\sigma^2 \Gamma_L'(\Gamma'\Gamma)^{-1}\Gamma_L\,.$$

При этом для моделей 1, 6, 7 и 8 *табл. 3.4*

$$\left(\frac{\partial f_2^{-1}(y')}{\partial y'}\right)^2 = 1,$$

для моделей 2 и 9 – $\frac{1}{(y')^4}$, для модели 3 при $k = 2 - \frac{1}{4y'}$, для модели 5 – $\frac{1}{(y')^2}$, а для моделей 4 и 10 – $e^{2y'}$.

Дисперсия ошибки случайной составляющей

$$D\{y(t_L) - \tilde{y}(t_L)\} = D\big\{f_2^{-1}\big(y'(t_L')\big) - \tilde{y}(t_L)\big\} = D\big\{f_2^{-1}\big(y'(t_L')\big)\big\} =$$
$$= \left(\frac{\partial f_2^{-1}(y')}{\partial y'}\right)^2 \Big/ y' = \tilde{y}'(t_L') D\{y'(t_L') - \tilde{y}'(t_L')\} =$$
$$= \left(\frac{\partial f_2^{-1}(y')}{\partial y'}\right)^2 \Big/ y' = \tilde{y}'(t_L')\sigma^2.$$

Ниже приведена формула для оценки ДОП при наличии нелинейных преобразований [12]:

$$\widehat{D}\big(\hat{y}(t_L) - y(t_L)\big) = \left(\frac{\partial f_2^{-1}(y')}{\partial y'}\right)^2 \Big/ y' = \hat{y}'(t_L')\sigma^2\big(1 + \Gamma'_L(\Gamma'\Gamma)^{-1}\Gamma_L\big). \tag{3.61}$$

При получении выражения (3.61) использовалось предположение о некоррелированности случайных величин $\varepsilon'(t')$. Это условие является общепринятым критерием адекватности рассматриваемых математических моделей и, следовательно, должно подвергнуться проверке. Эта проверка заключается в проверке статистической гипотезы о некоррелированности случайных величин ε_j' как по критерию Дарбина-Уотсона [94], так и по совокупному критерию согласия.

Суть критерия Дарбина-Уотсона состоит в том, что величина

$$d_0 = 2(1 - \sum_{j=2}^{n} \varepsilon'_j \varepsilon'_{j-1} / \sum_{j=1}^{n} {\varepsilon'_j}^2) \tag{3.62}$$

должна лежать в интервале (*du, 4-du*), где значения *du* определяются по таблице, представленной в [94]. Совокупный критерий согласия учитывает первые k автокорреляций ряда остатков – $r_1(\varepsilon), r_2(\varepsilon), \dots, r_k(\varepsilon)$

$$Q = n \sum_{i=1}^{k} r_i^2(\varepsilon). \tag{3.63}$$

Статистика Q имеет χ^2-распределение с $(k\text{-}m\text{-}1)$ степенями свободы.

Среди всех моделей, прошедших проверку на адекватность по обоим статистическим тестам, отбирается модель, обеспечивающая минимум дисперсии ошибки. Отметим, что гипотеза о равенстве нулю истинного значения j-го параметра модели отвергается при выполнении следующего условия:

$$|\hat{a}_j| > t_\alpha \sqrt{\hat{D}(\hat{a}_j)},$$

где t_α – табличное значение критерия Стьюдента для уровня значимости α и $v = n\text{-}m\text{-}1$ степеней свободы. В противном случае параметр $\hat{a}_j$ следует считать статистически незначимым и исключить их модели члены с этим параметром.

Таким образом, в алгоритме для каждого из возможных вариантов нелинейных преобразований осуществляется:

– преобразование времени $t' = f_1(t)$ и показателя $y' = f_2(y)$ в соответствии с *табл. 3.4*;

– оценка параметров математической модели по формуле (3.56);

– прогнозирование значений преобразованного показателя $\hat{y}'(t'_L)$ по подобранной математической модели;

– расчет прогнозного значения исходного показателя с помощью обратного преобразования $\hat{y}(t_L) = f_2^{-1}(\hat{y}'(t'_L))$;

– оценка дисперсии ошибки прогноза исходного показателя по формуле (3.61);

– диагностическая проверка адекватности рассматриваемой математической модели по формулам (3.62), (3.63).

При плавном изменении регулярной составляющей во времени могут использоваться так называемые адаптивные модели [50]: модели экспоненциального сглаживания [95] и модели Бокса-Дженкинса [21].

Развитие некоторых объектов носит циклический характер. Так, например, в экономической динамике имеют место так называемые длинные волны Кондратьева. Для прогнозирования циклических процессов можно использовать математическую модель, предложенную в работе [9].

Объект прогнозирования может развиваться с чередованием эволюционных и скачкообразных этапов (скачков). Для таких процессов можно использовать следующую математическую модель [11]:

$$y_t = g(t) + \sum_{i=1}^{n} A_i \delta(t - T_i) + \varepsilon_t, \tag{3.64}$$

где y_t – значение показателя в момент времени t;

$g(t)$ – эволюционная составляющая временного ряда;

A_i – величина i-го скачка;

T_i – момент времени i-го скачка;

ε_t – некоррелированная случайная величина с нулевым математическим ожиданием;

$\delta(x)$ – функция, принимающая значение 1 при $x \geq 0$ и 0 при $x < 0$;

m – число скачков на рассматриваемом интервале времени.

Методы математического моделирования предусматривают построение *детерминистической* или *стохастической* модели [79].

Детерминистические системы (не учитывающие влияние случайных факторов), которые функционируют в непрерывном времени, описываются, как правило, дифференциальными уравнениями. Стохастические системы (учитывающие случайные факторы), которые функционируют в дискретном времени, можно описывать при помощи аппарата цепей Маркова, а функционирующие в непрерывном времени – с помощью марковских случайных процессов [26].

В современном прогнозировании наблюдается тенденция к созданию гибридных моделей, состоящих из нескольких отдельных моделей прогнозирования, в которых прогноз формируется в виде взвешенной суммы прогнозов, полученных с помощью различных методов и моделей [25], [30], [95].

В результирующей прогнозной оценке участвуют несколько прогнозов $\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_N$, полученных разными методами, однако эти прогнозы не должны быть противоречивыми. Иначе необходим анализ причин противоречивости прогнозов, в результате которого возможно исключение некоторых прогнозов, а также проведение повторного прогнозирования.

Результирующий прогноз представляет собой средневзвешенный результат прогнозов, полученных различными методами с учетом точности отдельных прогнозов. Для получения прогнозов с минимальной дисперсией (наиболее точных прогнозов) весовые коэффициенты должны рассчитываться по формуле

$$\mu_i = \frac{1/\sigma_i^2}{\sum_{j=1}^{N} 1/\sigma_j^2} \ , \tag{3.65}$$

где N – количество прогнозов, участвующих в комбинированной оценке;

σ_i^2 – дисперсия i-го прогноза.

Комбинированная прогнозная оценка определяется по формуле

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^{N} \mu_i \hat{y}_i \ , \tag{3.66}$$

при этом дисперсия комбинированного прогноза равна

$$D(\hat{y}) = \sum_{i=1}^{N} \mu_i^2 \sigma_i^2. \tag{3.67}$$

Выбор метода прогнозирования и построение математической модели зависит от природы объекта прогнозирования, конкретной задачи, его размерности, степени взаимосвязи между элементами, наличия скачков или циклов, от характера определенности параметров объекта и от имеющихся информационных данных и сложившихся условий.

На практике при планировании выпуска нового товара или открытии нового склада возможны случаи полного отсутствия статистических данных, например, о потенциальном спросе на новый товар или о требуемом количестве товара для поставки на новый склад. Возникает необходимость каким-то образом предугадать потребительское поведение, т. е. спрос, который служит исходной информацией для остальных расчетов (например, для планирования производства). В условиях подобной неопределенности прогноз спроса следует связывать с внешними факторами, такими как, например, уровень доходов населения, численность населения и пр. Для оценки воздействия факторов на полученный результат можно воспользоваться методом цепных отношений [10]:

$$Q = \frac{ND\beta}{p}, \tag{3.68}$$

где Q – величина спроса на конкретный товар за год;

D – средний годовой доход на душу населения;

β – коэффициент, учитывающий долю данного товара в объеме потребления;

P – цена товара.

Очевидно, что все переменные, входящие в формулу (3.68), могут изменяться во времени. Тем не менее, при использовании описанных выше кластерных алгоритмов для небольших регионов (к которым относится и Республика Тыва) можно считать, что структура потребления, уровень доходов и цены на товары по отдельным районам примерно одинаковы. Это позволяет считать величину спроса в районных центрах пропорциональной численности населения районов. Такой подход оправдан при отсутствии статистических данных по динамике спроса на конкретные товары фирмы.

ГЛАВА 4. АПРОБАЦИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ РЕСПУБЛИКИ ТЫВА

4.1. Характеристика предприятий легкой промышленности Республики Тыва

Неизменно весомая доля расходов большинства потребителей нашей страны приходится на изделия легкой промышленности. Республика Тыва (РТ) является регионом с резко-континентальным климатом, зимой температура воздуха может быть ниже -40 °С, а летом выше 40 °С, с ярко выраженной весной и осенью, т. е. все четыре сезона имеют место быть. Это приводит к необходимости не просто обновления гардероба, а обновления гардероба согласно каждому сезону. Столица РТ – г. Кызыл, в котором проживает более 30 % населения республики, относится к городам с высокой загазованностью в зимнее время из-за сажи. Причиной этому служат качество используемого населением и ТЭС угля и большая доля частного сектора с печным отоплением. Поэтому очень быстро приходят в негодность используемые в домах текстильные изделия, одежда. Динамика расходов на непродовольственные товары в общем объеме расходов населения РТ представлена в *табл. 4.1*.

Таблица 4.1. **Непродовольственные товары в структуре расходов населения Республики Тыва (в % к итогу)**

Год	Непродовольственные товары, % к итогу	Одежда и обувь, % к итогу
2005	46,1	12,1
2010	42,3	13,3
2011	43,3	12,9
2012	45,2	13,2
2013	41,8	11,7
2014	40,5	12,3
2015	38,1	11,5
2016	39,2	11,5
2017	37,5	12,2
2018	39,4	12,3

Так, в общем объеме расходов на одежду и обувь в 2018 г. в РТ пришлось 12,3 % [88]. Можно отметить, что колебания данного показателя незначительны, для сравнения, в 2005 г. он составил 12,1 %, а в среднем составляет 12,3 % (*рис. 4.1*) [75], [86], [85].

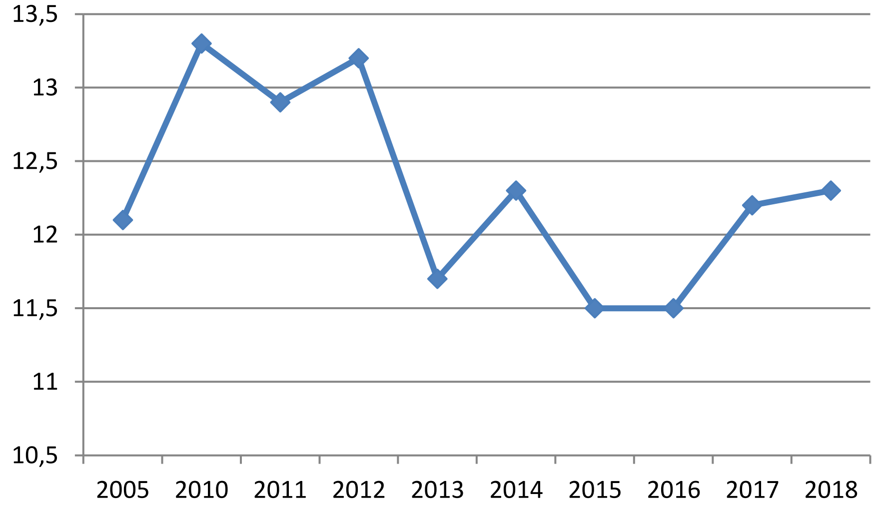


Рис. 4.1. Динамика расходов на одежду и обувь в общем объеме расходов населения Республики Тыва в 2005–2018 гг.

Легкая промышленность РТ представлена в основном мелкими ателье, которые работают по заказам населения; предприятиями по выпуску национальной, школьной форменной и специализированной одежды. Так как республика исторически является животноводческой (преимущественно овцеводство и скотоводство), в настоящее время в РТ начали действовать губернаторские проекты «Дүк» – «Переработка шерсти» и «Кеш» – «Переработка шкур», направленные на индустриальное развитие промышленности региона.

По оперативной информации управления Федеральной службы государственной статистики по Красноярскому краю, Республикам Тыва и Хакассия, на конец 2019 г. на территории РТ зарегистрировано 10 организаций (0,27 % от общего числа) и 58 индивидуальных предпринимателей (0,68 % от общего количества), занятых в сфере легкой промышленности [68]. Деление по видам деятельности субъектов предпринимательства, занятых в сфере ЛП, представлено в *табл. 4.2*.

Таблица 4.2. **Количество субъектов предпринимательства, занятых в сфере легкой промышленности РТ по видам деятельности**

Вид деятельности	Количество предприятий, шт.	Количество индивидуальных предпринимателей, шт.
Производство текстильных изделий	4	3
Производство одежды	4	47
Изготовление кожи и изделий из кожи	2	8
ВСЕГО	10	58

Ситуация с динамикой объемов производства легкой промышленности РТ выглядит весьма нестабильно (*табл. 4.3*).

Таблица 4.3. **Объем производства легкой промышленности в 1990–2015 гг. в структуре объема отгруженных товаров РТ (в % к итогу)**

	1990	**2000**	**2005**	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**
Промышленность *всего*	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Легкая промышленность	7,4	2,4	1,0	0,7	0,5	0,5	0,5	0,3	0,1

В начале 1990-х годов в ходе трансформации экономических систем в ЛП РТ, так же как и в РФ в целом, произошел обвал производства. Если в 1990 г. доля ЛП составляла 7,4 % в общем объеме промышленного производства, то к 2000 г. этот показатель составил 2,5 %. За годы реформ производство в отрасли сократилось почти в 8 раз и продолжало сокращаться, а в 2015 г. доля ЛП в общем объеме отгруженных товаров собственного производства составила уже 0,1 %. Объем производства текстильных и швейных изделий в республике за 2015 г. снизился на 29,2 % [75], [85]–[87], [98], [71].

Данное снижение обусловлено прекращением деятельности большинства производственных предприятий ЛП региона: Кожевенно-пимокатного завода, Швейной фабрики, Овчинно-шубной фабрики, ООО «Суй-Белек» и ООО «Ова-адай». Примечательно, что Кожевенно-пимокатный завод, Швейная фабрика начали свою работу в 30-х годах XX в., при этом доля ЛП в общем объеме промышленной продукции в 1945 г. составляла 23,4 % [98]. А в начале 2000-х годов данные предприятия прекратили свою деятельность [65].

Индекс производства текстильных и швейных изделий до 2017 г. в основном снижался, кроме производства текстильных изделий в 2018 г. в 14,9 раза (*табл. 4.4*).

Таблица 4.4. **Динамика индексов производства РТ в 2015–2018 гг.**

Год / Индекс	**2015**	**2016**	**2017**	**2018**
Индекс промышленного производства РТ (в % к предыдущему году)	126,2	126,7	110,5	98,3
Индекс производства: «Обрабатывающие производства»	86,9	105,0	113,5	105,3
Из них:				
Производство текстильных изделий	84,1	100,8	78,5	1490 (в 14,9 раз)
Производство одежды	80,4	121,9	90,8	83,8
Изготовление кожи и изделий из кожи	122,1	40,5	188,6	74,1

Доля предприятий и организаций ЛП Республики Тыва в 2018 г. составила 21,7 % от общего объема отгруженных товаров в регионе по виду деятельности «Обрабатывающие производства», в то время как в 2017 г. этот показатель был равен 4,8 % [83], [88]. Это связано с вводом в действие в республике в марте 2018 г. крупного швейного производства – обособленного подразделения АО «БТК ГРУПП» для выполнения заказов сформировавшейся к тому времени мотострелковой бригады Министерства обороны Российской Федерации. Учитывая то, что в 2017 г. доля легкой промышленности в структуре ВРП РТ составляла 0,05 % [35], вновь открывшееся предприятие не решило всех проблем отрасли региона. Кроме того, продукция нового предприятия производится на сегодняшний момент только для нужд горной мотострелковой бригады Центрального военного округа, расположенного в республике, для широкого круга потребителей не представлена. Доля обрабатывающей промышленности в 2018 г. в структуре ВРП Республики Тыва составила 0,7 % [74].

Общими, присущими легкой промышленности страны в целом причинами снижения объемов производства отрасли являются:

- снижение объемов капитальных вложений;
- макроэкономическое неравновесие;
- опережающий рост стоимости сырья;
- значительный и нерегулируемый завоз импортных товаров;
- отсутствие государственного заказа;
- высокие проценты за кредиты;
- неразвитость производственной инфраструктуры;
- высокие налоги ведения предпринимательской деятельности.

В совокупности с особенностями социально-экономического развития Республики Тыва:

- низкий уровень экономического развития региона;
- высокий уровень дотационности бюджета республики;
- транспортная изолированность, неразвитость транспортной инфраструктуры [61];
- высокие тарифы на электроэнергию из-за отсутствия собственного источника энергообеспечения и прочих, становятся понятными причины непростого положения не только легкой промышленности, но и промышленности в целом региона.

В настоящее время главными факторами тяжелого положения отрасли в республике является отсутствие крупного массового производства для широкого круга потребителей, низкая конкурентоспособность местных производителей при участии в торгах для госзакупок, высокая доля скрытой занятости в отрасли и дешевого импорта из Китая через соседнюю Монголию.

Несмотря на проблемы отрасли, продукция предприятий ЛП РТ пользуется спросом у населения. Перспективным направлением развития предприятий ЛП региона с учетом исторически сложившегося и сохранившегося до настоящего момента традиционного вида деятельности тувинцев, овцеводства и скотоводства является глубокая переработка шкуры и шерсти, а также производство готовых конкурентоспособных шерстяных и меховых изделий, необходимых в условиях суровой зимы. В республике имеются все предпосылки для осуществления полного цикла производства указанных изделий: от производства сырья, его обработки до производства готовых изделий.

4.2. Реализация моделей оптимизации плана производства на ООО «Кызылское УПП»

Апробация моделей оптимизации плана производства проведена на данных старейшего, единственного сохранившего свою функциональность после реформ 90-х годов ведущего предприятия ЛП РТ, выпускающего на сегодняшний день более половины общего объема продукции отрасли региона для населения, ООО «Кызылское УПП». Специализируется на производстве швейных изделий. Ассортимент предприятия составляет более 200 наименований продукции.

На предприятии занято 30 человек. Для повышения производительности труда и конкурентоспособности продукции предприятия ведется работа по внедрению прогрессивных технологий – системы менеджмента качества (СМК) по стандарту ИСО 9001, проведена модернизация производства. Вся продукция ООО «Кызылское УПП» сертифицирована, используемые при производстве сырье и материалы выполнены в соответствии с требованиями ГОСТ.

Предприятие зарекомендовало себя надежным партнером и производителем качественной продукции. В 2002 г. Международной конвенцией по качеству в Женеве Кызылскому УПП присужден приз «Золотая звезда», предприятие вошло в каталог «100 лучших товаров в России», получив почетный знак «Отличник качества» и диплом 1 степени в федеральном реестре.

Ежегодно предприятие участвует в межрегиональных универсальных выставках-ярмарках и награждено различными дипломами, а также предприятие занесено в каталог добросовестных поставщиков для госнужд. Кроме того, включено с 2012 г. во Всероссийский реестр социально-ответственных предприятий и организаций.

60 % общего объема продукции составляют оптовые поставки по заказам местных организаций и предприятий добывающей промышленности, энергетической отрасли, силовых структур, бюджетных учреждений, 40 % – розничный товарооборот [37].

Таким образом, ООО «Кызылское УПП» работает для очень широкого круга потребителей и ей необходимо решить задачу планирования ассортимента производимых товаров, соответствующего спросу покупателей и обеспечивающего высокую прибыльность предприятия. Данные об объемах производства предприятия и ценах на основную продукцию за прошлый (2019) год приведены в *табл. 4.5*. Данные на продукцию приведены укрупненно по основной системообразующей номенклатуре за вычетом прочей продукции.

Таблица 4.5. **Данные об объемах производства и ценах на продукцию ООО «Кызылское УПП» за 2019 г.**

Продукция	Объем производства, шт.	Цена единицы продукции, руб.
	q_0	p_0
Матрасы ватные	4926	2454
Одеяло ватное	2591	1415
Постельное белье	16469	777
Рукавицы рабочие	635	202
Спецодежда	826	1626
Подушка	472	369
Нижнее белье	550	562

Для решения задачи оптимизации плана производства продукции по критерию максимизации прибыли были проведены маркетинговые исследования. В результате проведенного методом пробных продаж эксперимента получены средние показатели объемов реализации товаров при различных колебаниях цены и построены экспериментальные кривые спроса на основную продукцию предприятия, результаты которых представлены в *табл. 4.6–4.12*. Учитывая неодинаковую длительность продаж товаров по различным ценам, данные об объемах продаж были условно приведены к годовому периоду.

Таблица 4.6. **Результаты маркетинговых исследований для построения экспериментальной кривой спроса для продукции «Матрасы ватные»**

Номер исследования	Цена, руб.	Объем продаж, шт.
1	2700	3660
2	2800	3205
3	2900	2997
4	3000	2539
5	3100	2498
6	3200	2137

Таблица 4.7. **Результаты маркетинговых исследований для построения экспериментальной кривой спроса для продукции «Одеяло ватное»**

Номер исследования	Цена, руб.	Объем продаж, шт.
1	1400	2662
2	1450	2415
3	1500	2198
4	1550	1932
5	1600	1843
6	1650	1645

Таблица 4.8. **Результаты маркетинговых исследований для построения экспериментальной кривой спроса для продукции «Постельное белье»**

Номер исследования	Цена, руб.	Объем продаж, шт.
1	700	22180
2	750	18345
3	800	14150
4	850	13740
5	900	10871
6	950	9270

Таблица 4.9. **Результаты маркетинговых исследований для построения экспериментальной кривой спроса для продукции «Рукавицы рабочие»**

Номер исследования	Цена, руб.	Объем продаж, шт.
1	150	1487
2	180	784
3	200	751
4	220	606
5	250	350
6	300	202

Таблица 4.10. **Результаты маркетинговых исследований для построения экспериментальной кривой спроса для продукции «Спецодежда»**

Номер исследования	Цена, руб.	Объем продаж, шт.
1	1600	868
2	1620	805
3	1650	808
4	1700	656
5	1750	703
6	1800	616

Таблица 4.11. **Результаты маркетинговых исследований для построения экспериментальной кривой спроса для продукции «Подушка»**

Номер исследования	Цена, руб.	Объем продаж, шт.
1	250	2420
2	280	1403
3	300	1025
4	320	957
5	350	488
6	380	480

Таблица 4.12. **Результаты маркетинговых исследований для построения экспериментальной кривой спроса для продукции «Нижнее белье»**

Номер исследования	Цена, руб.	Объем продаж, шт.
1	500	857
2	600	330
3	700	328
4	800	147
5	900	92
6	1000	62

Для оценки параметров кривых спроса произведена линеаризация зависимостей

$$p_i = \frac{A_i}{{q_i}^{\alpha_i}}$$

путем логарифмирования обеих частей уравнения. Тогда

$$\ln(p_i) = \ln(A_i) - \alpha_i \ln(q_i).$$

Это позволяет использовать обычный метод наименьших квадратов для оценки параметров моделей A_i, α_i с применением стандартной программы ЛИНЕЙН системы *EXCEL*.

Например, для продукции «Матрасы ватные» получены оценки параметров модели, которые составили соответственно 37 919 и 0,322. Отметим, что оба параметра являлись статистически значимыми по критерию Стьюдента при уровне значимости 0,05. Коэффициент детерминации при этом составил 0,97, что говорит о хорошем качестве подобранной модели, которая также успешно прошла проверку по критерию Фишера.

Аналогичным образом были получены оценки параметров кривых спроса и для других изделий. Отметим, что все параметры моделей были статистически значимыми, а также что все модели были статистически значимыми в целом по критерию Фишера. Коэффициенты детерминации также были достаточно высокими (не менее 0,85).

Исходные данные и полученные кривые спроса приведены на *рис. 4.2–4.8*.

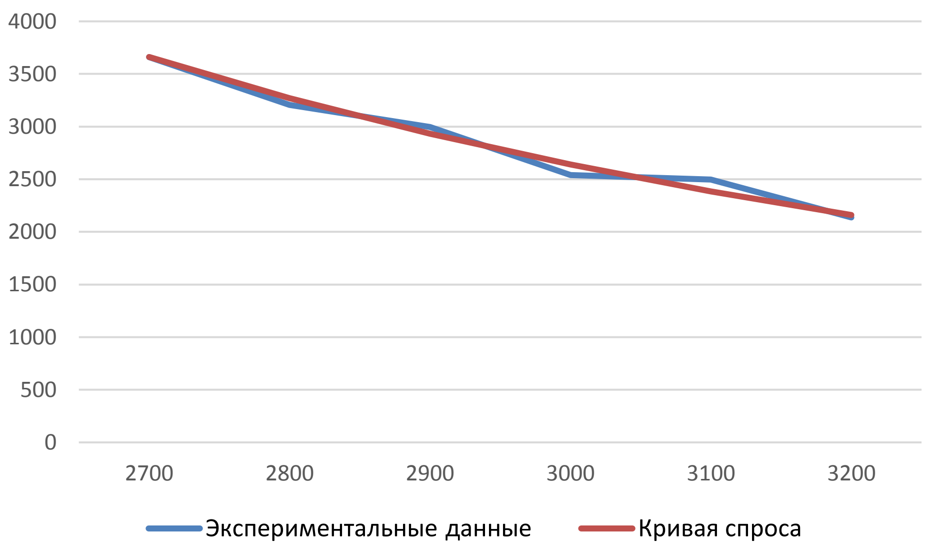


Рис. 4.2. Кривая спроса на продукцию «Матрасы ватные»

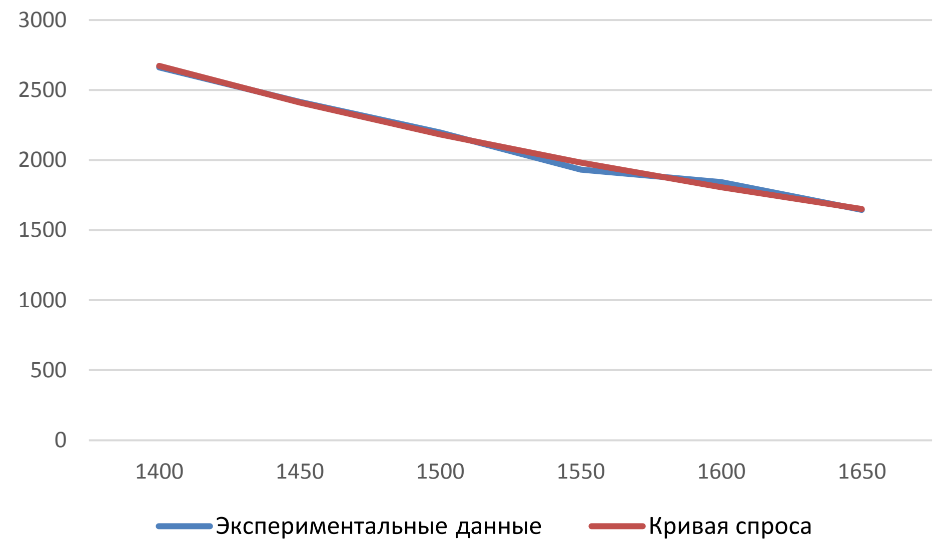


Рис. 4.3. Кривая спроса на продукцию «Одеяло ватное»

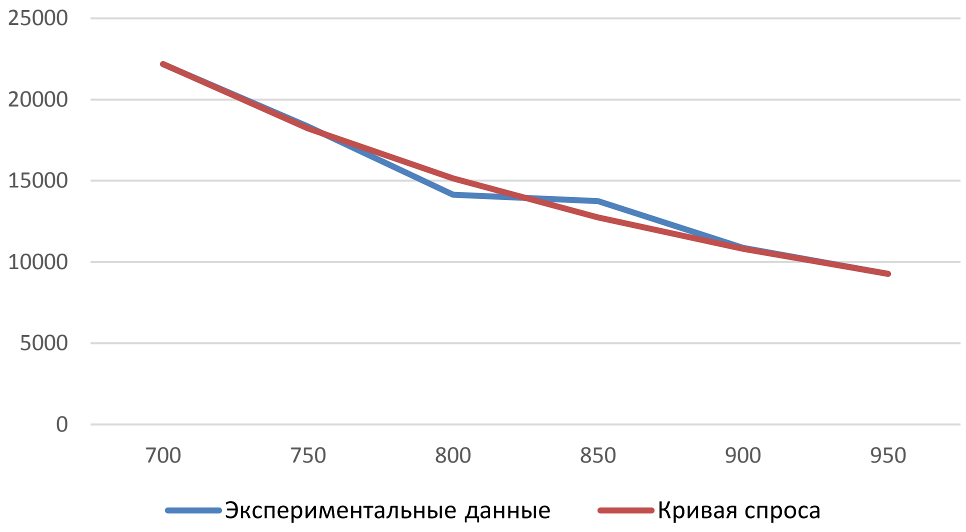


Рис. 4.4. Кривая спроса на продукцию «Постельное белье»

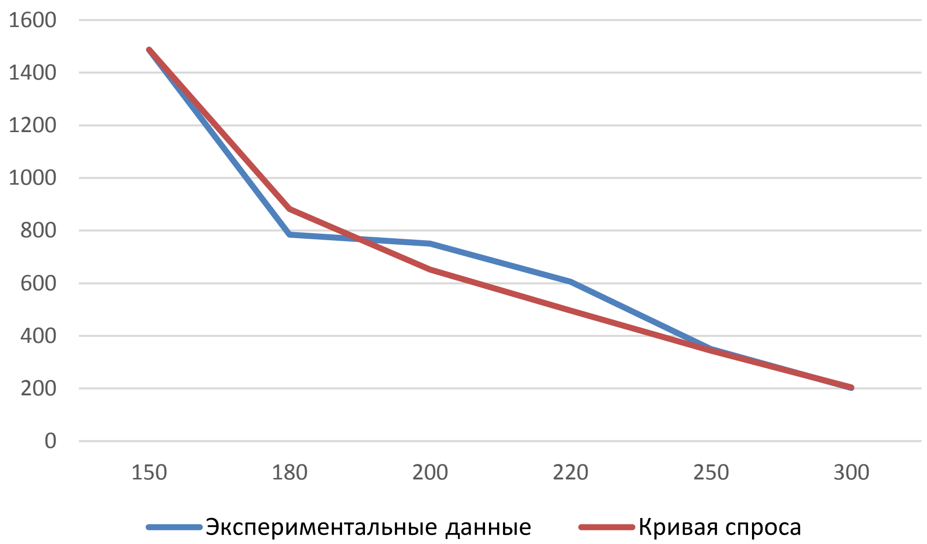


Рис. 4.5. Кривая спроса на продукцию «Рукавицы рабочие»

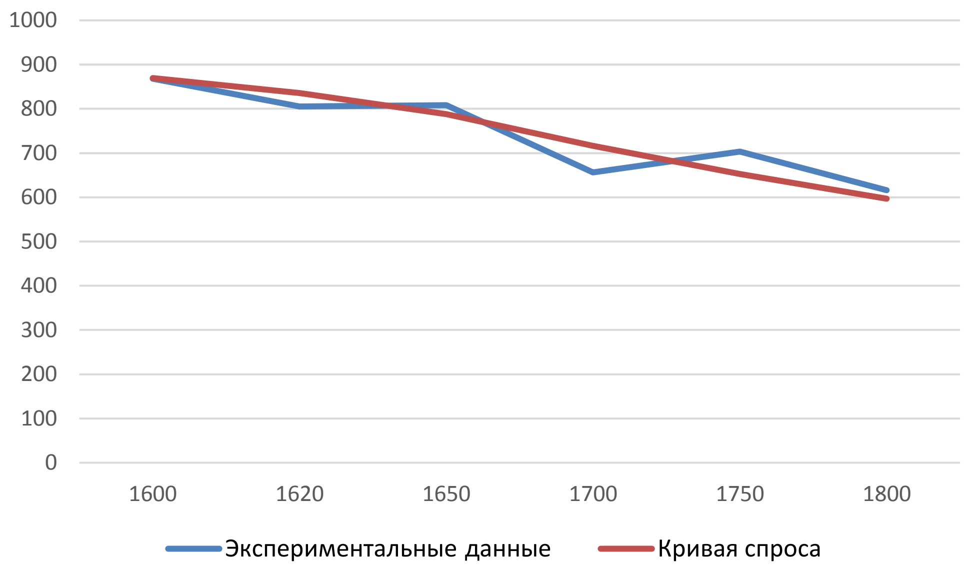


Рис. 4.6. Кривая спроса на продукцию «Спецодежда»

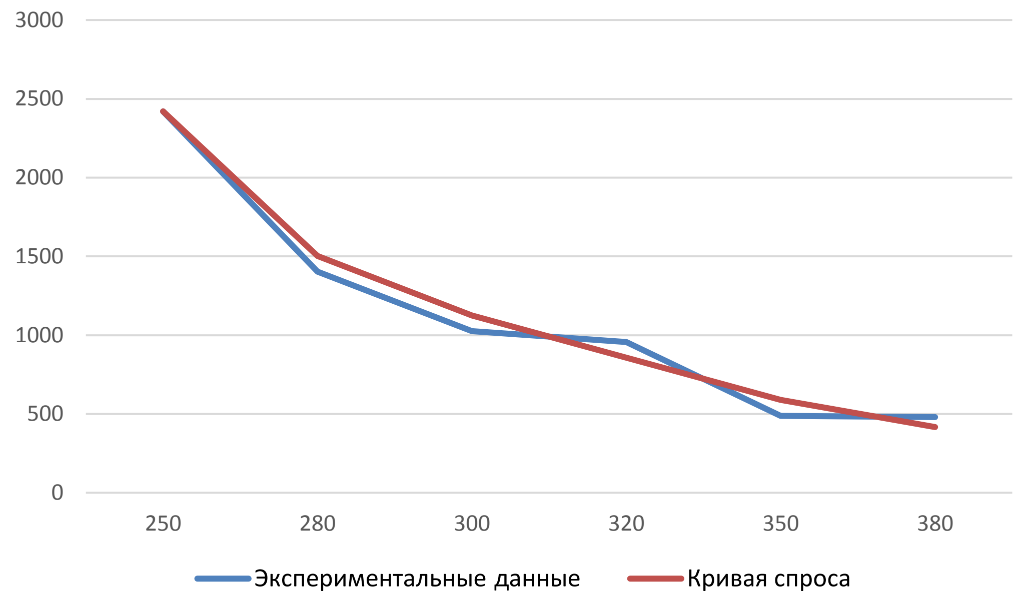


Рис. 4.7. Кривая спроса на продукцию «Подушка»

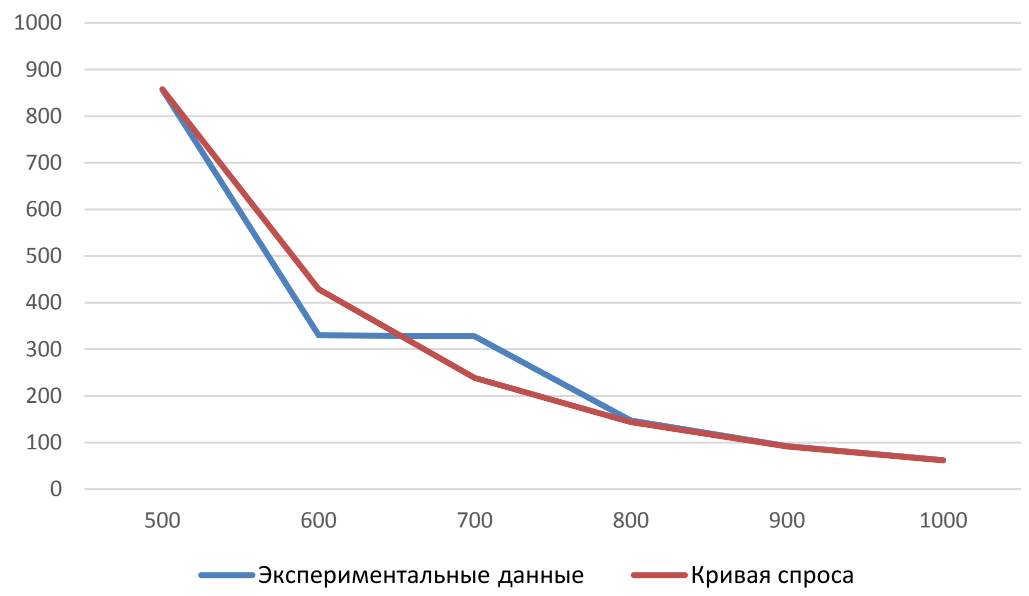


Рис. 4.8. Кривая спроса на продукцию «Нижнее белье»

Как видно из рисунков, имеет место заметное совпадение кривых спроса на определенную продукцию по экспериментальным и реальным данным.

Полученные оценки параметров кривых спроса для различных изделий сведены в *табл. 4.13*.

Т а б л и ц а 4.13. **Исходные данные для расчетов**

Продукция	Параметры кривых спроса		Средние переменные издержки на производство, руб.
	α_i	A_i	AVC_i
Матрасы ватные, шт.	0,322	37 919	774
Одеяло ватное, шт.	0,341	20 641	651
Постельное белье, шт.	0,350	23 240	147
Рукавицы раб., шт.	0,349	1 920	54
Спецодежда, шт.	0,313	13 308	652
Подушка, шт.	0,238	1 597	212
Нижнее белье, шт.	0,263	2 954	320

Для решения задачи в детерминистической постановке определена функция зависимости цены от объема выпуска продукции для каждого конкретного товара, а для решения задачи в стохастической постановке – функция зависимости объема производства от изменения цены. Величина нормативного времени работы на единицу каждого изделия представлена в *табл. 4.14*. Предприятие оборудовано на 25 технологических рабочих мест. Общее количество часов работы каждого рабочего в планируемом периоде (2020 г.) – 1970 ч.

Т а б л и ц а 4.14. **Нормативное время работы на единицу изделия**

Продукция	Нормативное время на единицу изделия t_i, ч
Матрасы ватные, шт.	1,82
Одеяло ватное, шт.	1,63
Постельное белье, шт.	0,70
Рукавицы рабочие, шт.	0,37
Спецодежда, шт.	1,10
Подушка, шт.	0,20
Нижнее белье, шт.	0,45

Целевая функция в детерминистической постановке имеет вид

$$\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{A_i}{q_i^{\alpha_i}} - AVC_i\right) q_i \to \max,$$

при ограничениях

$$\sum_{i=1}^{n} q_i t_i \leq 1970 * 25.$$

Ниже приведены результаты расчетов по определению оптимального объема производства в детерминистической постановке, выполненных в программе *EXCEL* (*табл. 4.15*).

Т а б л и ц а 4.15. **Результаты оптимизации по детерминистической модели**

Продукция	Реальные объемы производства, шт.	Оптимальный объем производства в детерминистической задаче, шт.
	q_0	q^*
Матрасы ватные	4 926	8 317
Одеяло ватное	2 591	3 330
Постельное белье	16 469	2 492
Рукавицы рабочие	635	827
Спецодежда	826	1 240
Подушка	472	769
Нижнее белье	550	0

В стохастической модели целевая функция имеет вид

$$\sum_{i=1}^{n}\left(p_i q_i - \frac{p_i}{2\varphi(p_i)}\frac{q_i^2}{2} - AVC_i q_i\right) - FC \to \max,$$

функция зависимости объема производства от изменения цены

$$\varphi(p_i) = exp\left\{\ln\left(\frac{A_i}{p_i}\right)/\alpha_i\right\}.$$

Результаты оптимизации с помощью той же программы приведены в *табл. 4.16*.

В *табл. 4.17* приведены данные для сравнительного анализа результатов, полученных по детерминистической и стохастической моделям.

Т а б л и ц а 4.16. **Результаты оптимизации стохастической модели**

Продукция	Реальные объемы производства, шт.	Реальные цены на продукцию, руб.	Оптимальный объем производства в стохастической задаче, шт.	Оптимальные цены на продукцию, руб.
	q_0	p_0	q^*	p^*
Матрасы ватные	4 926	2 454	7 318	1 827
Одеяло ватное	2 591	1 415	3 209	1 124
Постельное белье	16 469	777	2 278	2 346
Рукавицы рабочие	635	202	681	198
Спецодежда	826	1 626	730	2 022
Подушка	472	369	591	307
Нижнее белье	550	562	3	2 107

Т а б л и ц а 4.17. **Сопоставительная характеристика результатов решения детерминистической и стохастической постановок задачи оптимизации плана производства ООО «Кызылское УПП»**

Продукция	Реальные объемы производства, шт.	Оптимальный объем производства в детерминистической задаче	Оптимальный объем производства в стохастической задаче
	q_0	q^*	q^{**}
Матрасы ватные	4 926	8 317	7318
Одеяло ватное	2 591	3 330	3209
Постельное белье	16 469	2 492	2278
Рукавицы рабочие	635	827	681
Спецодежда	826	1 240	730
Подушка	472	769	591
Нижнее белье	550	0	3
ПРИБЫЛЬ от реализации, руб.	21 736 382	25 218 924	24 119 746

В результате апробации (*табл. 4.17*), модели оптимизации плана производства ООО «Кызылское УПП» показали следующие результаты:

– при детерминистической постановке – увеличение прибыли предприятия на 16 %;

– при стохастической постановке, наиболее соответствующей действительности (объем спроса – случайная величина) – увеличение прибыли предприятия на 11 %.

При этом явно прослеживается тенденция увеличения объемов выпуска матрасов и одеял – основной продукции предприятия, уменьшения общего объема производства постельного белья за счет роста выпуска этого вида продукции более высокого ценового сегмента, что можно объяснить большой конкуренцией производителей постельного белья низкого и среднего ценового сегментов.

4.3. Реализация интегрированных моделей на предприятии «Тыва стиль»

Дизайн-мастерская «Тыва стиль» – молодое, динамично развивающееся предприятие малого бизнеса под руководством успешно действующего предпринимателя Б. А. Уваннай. Основная специализация – производство стилизованной национальной тувинской одежды для взрослых и детей, а также подарочные наборы для новорожденных в национальном стиле. Количество сотрудников – 8 человек.

Молодая мама 3 детей, будучи в декретном отпуске, решила попробовать сшить для своего ребенка набор в национальном стиле к выписке из родильного дома. Фотографии новорожденного в оригинальном комплекте, выложенные в социальных сетях, вызвали живой интерес. Хобби превратилось в доходное дело. Сегодня бренд «Тыва стиль», основанный в 2015 г., знаком многим в Республике Тыва. Основная продукция: наборы для новорожденных, постельное белье, шторы, одежда и многое другое в национальном тувинском стиле.

Подарочные наборы для новорожденных стали победителями итоговой ярмарки регионального проекта «Одно село – один продукт». Руководителю дизайн-мастерской в разные годы присуждены Почетные грамоты Мэрии г. Кызыла «Лучший молодой предприниматель в сфере производства товаров народного потребления».

Спрос на продукцию дизайн-мастерской растет с каждым днем, национальная стилизованная одежда стала очень популярной у всех категорий населения республики, наборы на выписку «Тыва стиль» имеют большой успех у молодых родителей, которые с удовольствием показывают модных новорожденных детей на своих страницах в социальных сетях. Предприятие выпускает до 170 000 готовых изделий в год, в основном, для жителей города Кызыл и близлежащих населенных пунктов.

Получив государственную поддержку на развитие бизнеса, Б. А. Уваннай приобрела дополнительное промышленное оборудование для расширения производства.

В настоящий момент предприятие арендует два помещения в одном здании в центре г. Кызыл – столице республики: цех + склад – 50 м^2, торговый зал 30 м^2. Стоимость аренды помещений составляет в среднем 700 руб./м^2. Общие расходы на аренду в год составляют в среднем:

$$700 \text{ руб.} * 80 \text{ м}^2 * 12 \text{ мес.} = 672\,000 \text{ руб.}$$

Также предприятие имеет 2 цельнометаллических фургона ГАЗель Бизнес 2705-757 грузоподъемностью до 1,5 т. Экспериментальным путем установлено, что в одну машину в среднем можно отгрузить до 2150 единиц готовой продукции.

Для расширения производства предприятию необходимо решить задачу рационализации процесса физического распределения готовой продукции до потребителя и оптимального размещения производственных цехов со складом на территории региона. Для этого проведены расчеты транспортно-складских затрат распределения готовой продукции предприятия во все муниципальные образования (кожууны) республики и реализации для случаев: наличия одного цеха со складом в г. Кызыл, наличия нескольких цехов со складами на территории РТ. В качестве конечных точек реализации продукции выбраны универмаги районных центров кожуунов.

Для определения потребности в продукции дизайн-мастерской «Тыва стиль» на территориях муниципальных районов в качестве исследуемого объекта в 2018 г. был выбран Монгун-Тайгинский район (кожуун) – один из наиболее отдаленных и труднодоступных от столицы республики муниципальных районов. Расстояние от г. Кызыл (столицы республики, где расположено производство) до с. Мугур-Аксы (районного центра кожууна) составляет 453 км частично асфальтированной, частично грунтовой неровной дороги; численность населения 6010 человек. Со склада готовой продукции предприятия в начале осенне-зимнего и весенне-летнего сезонов в Монгун-Тайгинский район было отгружено и отправлено по 3 машины изделий (всего за год – 6). В течение года было реализовано 9635 единиц готового изделия.

Из-за отсутствия данных по потребности в продукции предприятия по другим муниципальным районам республики и исходя из того, что национальный состав и уровень жизни населения во всех кожуунах РТ, кроме города Кызыл, примерно одинаков [84], что показано на *рис. 4.9*, можно предположить, что коэффициенты пропорциональности потребности в продукции предприятия «Тыва стиль» относительно численности населения всех кожуунов совпадают.

На примере рассмотренного выше Монгун-Тайгинского района легко сосчитать, что данный коэффициент

$$\lambda = \frac{\text{Потребность в продукции}}{\text{Численность населения}} = \frac{9635}{6\,010} = 1{,}6.$$

Для того чтобы рассчитать потенциальную потребность в продукции предприятия в других районах республики и количество машин для отгрузки товара, были обработаны данные о названиях муниципальных районов, районных центрах и численности населения на 01.01.2018 г. [84]. Результаты расчетов представлены в *табл. 4.18*.

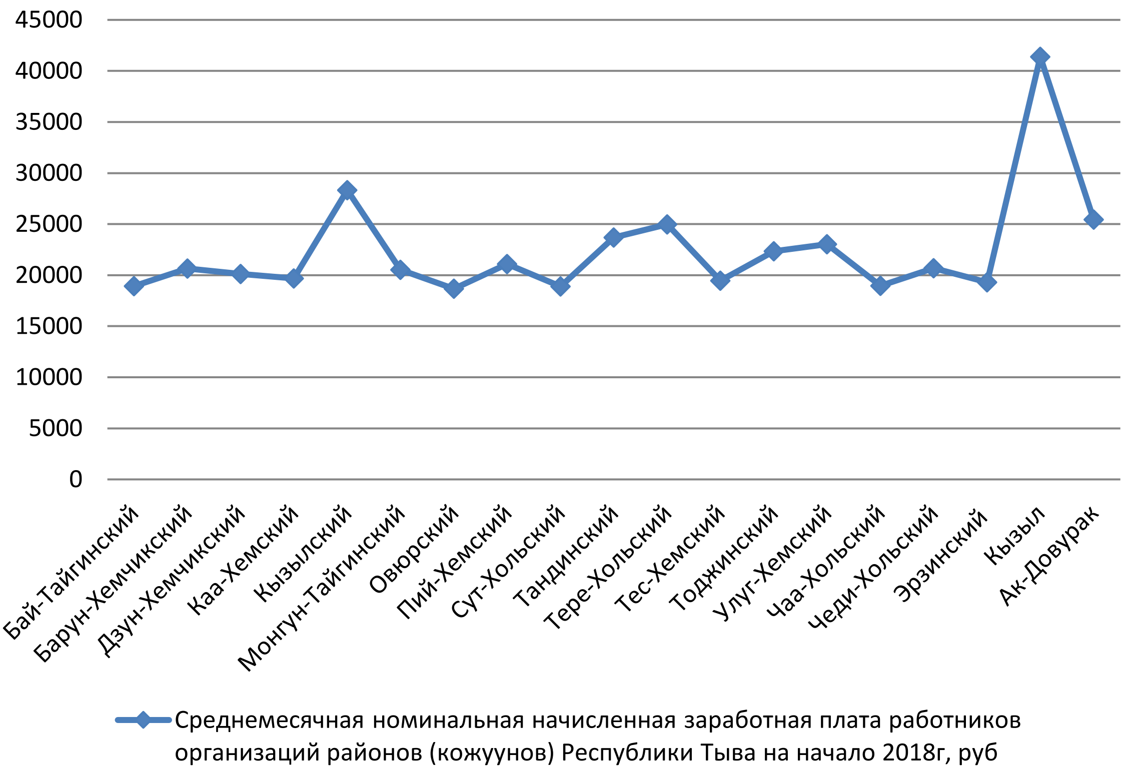


Рис. 4.9. Среднемесячная номинальная начисленная заработная плата работников организаций районов (кожуунов) Республики Тыва на начало 2018 г.

Согласно [1], регион состоит из 17 районов (кожуунов) и двух городов республиканского значения. Город Ак-Довурак территориально находится в Барун-Хемчикском районе, поэтому при расчетах Барун-Хемчикский район и г. Ак-Довурак рассматриваются как один район. В Кызылский район продукцию можно не доставлять, так как транспортная доступность от населенных пунктов кожууна до Кызыла высокая, расстояние от центра г. Кызыл до центра района п. Каа-Хем составляет 13 км. Поэтому его потребность в продукции можно сложить с потребностью г. Кызыл – столицы республики. Таким образом, при физическом распределении предприятием продукции во все кожууны республики годовой объем продаж увеличится со 170 тыс. ед. до 497 870 ед. готовой продукции, что почти в 3 раза больше текущих данных.

Таблица 4.18. **Потребности районов РТ в продукции предприятия «Тыва стиль» и количество отгружаемых в районы машин в год**

№ п/п	Муниципальный район (кожуун)	Районный центр	Численность населения, чел. (по данным на 01.01.2018 г.)	Потребность в продукции предприятия «Тыва стиль», ед. изд. (λ*числ. насел.)	Количество машин для отгрузки товара в год, шт.
1	Бай-Тайгинский	с. Тээли	10 528	16 844,8	8
2	Барун-Хемчикский + + г. Ак-Довурак	с. Кызыл-Мажалык	25 975	41 560	19
3	Дзун-Хемчикский	г. Чадан	20 071	32 113,6	15
4	Каа-Хемский	с. Сарыг-Сеп	11 936	19 097,6	9
5	Кызылский	пгт. Каа-Хем	31 979	51 166,4	0
6	Монгун-Тайгинский	с. Мугур-Аксы	6 010	9 616	4
7	Овюрский	с. Хандагайты	6 955	11 128	5
8	Пий-Хемский	г. Туран	9 985	15 976	7
9	Сут-Холский	с. Суг-Аксы	8 052	12 883,2	6
10	Тандинский	с. Бай-Хаак	14 970	23 952	11
11	Тере-Холский	с. Кунгуртуг	1 920	3 072	1
12	Тес-Хемский	с. Самагалтай	8 425	13 480	6
13	Тоджинский	с. Тоора-Хем	6 545	10 472	5
14	Улуг-Хемский	г. Шагонар	19 216	30 745,6	14
15	Чаа-Холский	с. Чаа-Хол	6 134	9 814,4	5
16	Чеди-Холский	с. Хову-Аксы	7 869	12 590,4	6
17	Эрзинский	с. Эрзин	8 349	13 358,4	6
	Города республиканского подчинения				–
18	Кызыл		116 983	170 000 (по первоначальным данным)	
ИТОГО				497 870	

Примечание. Число машин округлено до целого в большую сторону.

Расчет стоимости грузоперевозок в кожууны за рассматриваемый период (год) с учетом количества возможного потребления продукции предприятия «Тыва стиль» в муниципальных районах представлен в *табл. 4.19*. Расчет средней стоимости грузоперевозки из г. Кызыл в центры муниципальных районов на автомобиле ГАЗель Бизнес 2705-757 грузоподъемностью до 1,5 т (фургон) произведен по программе, представленной диспетчерским интернет-сервисом «Перевозка 24» с учетом расстояния, траектории и состояния дорожного покрытия [84].

Т а б л и ц а 4.19. **Общие транспортные расходы в случае 1 цеха + склада в г. Кызыл**

№ п/п	Муниципальный район (кожуун)	Количество машин для отгрузки товара в год, шт.	Средняя стоимость грузоперевозки из г. Кызыл, руб.	Общая (годовая) стоимость Грузоперевозок из г. Кызыл (транспортные расходы), руб.
1	Бай-Тайгинский	8	9 275	74 200
2	Барун-Хемчикский + + г. Ак-Довурак	20	8 257	165 140
3	Дзун-Хемчикский	15	6 094	91 410
4	Каа-Хемский	9	2 399	21 591
5	Кызылский	0	281	0
6	Монгун-Тайгинский	5	12 334	61 670
7	Овюрский	6	11 472	68 832
8	Пий-Хемский	8	1 983	15 864
9	Сут-Холский	6	6 965	41 790
10	Тандинский	12	1 900	22 800
11	Тере-Холский	2	11 367	22 734
12	Тес-Хемский	7	4 475	31 325
13	Тоджинский	5	5 702	28 510
14	Улуг-Хемский	15	3 101	46 515
15	Чаа-Холский	5	5 026	25 130
16	Чеди-Холский	6	4 362	26 172
17	Эрзинский	7	5 030	35 210
Общие транспортные расходы, руб.				785 637

Таким образом, при наличии одного цеха со складом в г. Кызыл общие транспортно-складские расходы по доставке готовой продукции предприятия во все районы РТ составят:

Расходы по аренде цеха со складом + Транспортные расходы =
= 672 000 + 785 637 = 1 457 637 руб.

В целях оптимизации распределительной сети предприятия необходимо решить задачу оптимального размещения дополнительных цехов на территории региона. Для этого необходимо решить задачу кластеризации муниципальных образований РТ по географическим координатам районных центров и сформировать транспортно-логистические кластеры. Данные о географических координатах районных центров Тувы рассчитаны с помощью инструментария геоинформационных систем (ГИС) и представлены в *табл. 4.20*.

Таблица 4.20. **Географические координаты районных центров РТ**

№ п/п	Муниципальный район (кожуун)	Районный центр	Координаты районных центров	
			X	Y
1	Бай-Тайгинский	с. Тээли	90,209 0	51,014 9
2	Барун-Хемчикский	с. Кызыл-Мажалык	90,570 4	51,143 1
3	Дзун-Хемчикский	г. Чадан	91,565 9	51,284 5
4	Каа-Хемский	с. Сарыг-Сеп	95,556 4	51,494 3
5	Кызылский	пгт. Каа-Хем	94,574 2	51,699 5
6	Монгун-Тайгинский	с. Мугур-Аксы	90,444 5	50,378 6
7	Овюрский	с. Хандагайты	92,068 5	50,731 0
8	Пий-Хемский	г. Туран	93,916 1	52,147 3
9	Сут-Холский	с. Суг-Аксы	91,289 1	51,411 1
10	Тандинский	с. Бай-Хаак	94,463 0	51,166 1
11	Тере-Холский	с. Кунгуртуг	97,521 4	50,595 3
12	Тес-Хемский	с. Самагалтай	95,008 1	50,612 3
13	Тоджинский	с. Тоора-Хем	96,127 3	52,466 8
14	Улуг-Хемский	г. Шагонар	92,911 1	51,510 4
15	Чаа-Холский	с. Чаа-Хол	92,363 6	51,524 2
16	Чеди-Холский	с. Хову-Аксы	93,676 3	51,127 5
17	Эрзинский	с. Эрзин	95,162 5	50,258 9
	Города республиканского подчинения			
18	Кызыл		94,445 4	51,723 9
19	Ак-Довурак		90,592 6	51,174 1

Для решения оптимизационной производственно-транспортно-складской задачи с помощью компьютерной программы *EXCEL* и языка программирования *VBA* проведены расчеты по кластеризации муниципальных районов РТ. В результате при двух кластерах в первый кластер вошли 8 населенных пунктов: 1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 15 с центром в точке с координатами (91,564; 51,283) (что практически совпадает с координатами г. Чадаан), во второй кластер вошли 10 населенных пунктов: 4, 5, 8, 10, 11, 12, 13, 16, 17, 18 с центром в точке с координатами (94,449; 51,725) (что практически совпадает с координатами г. Кызыл). Полученные итоги расчетов представлены на *рис. 4.10* с помощью инструментария геоинформационных систем (ГИС). Отчетливо видно, что решение задачи кластеризации разделило районы РТ по близости к полученным центрам кластеров.

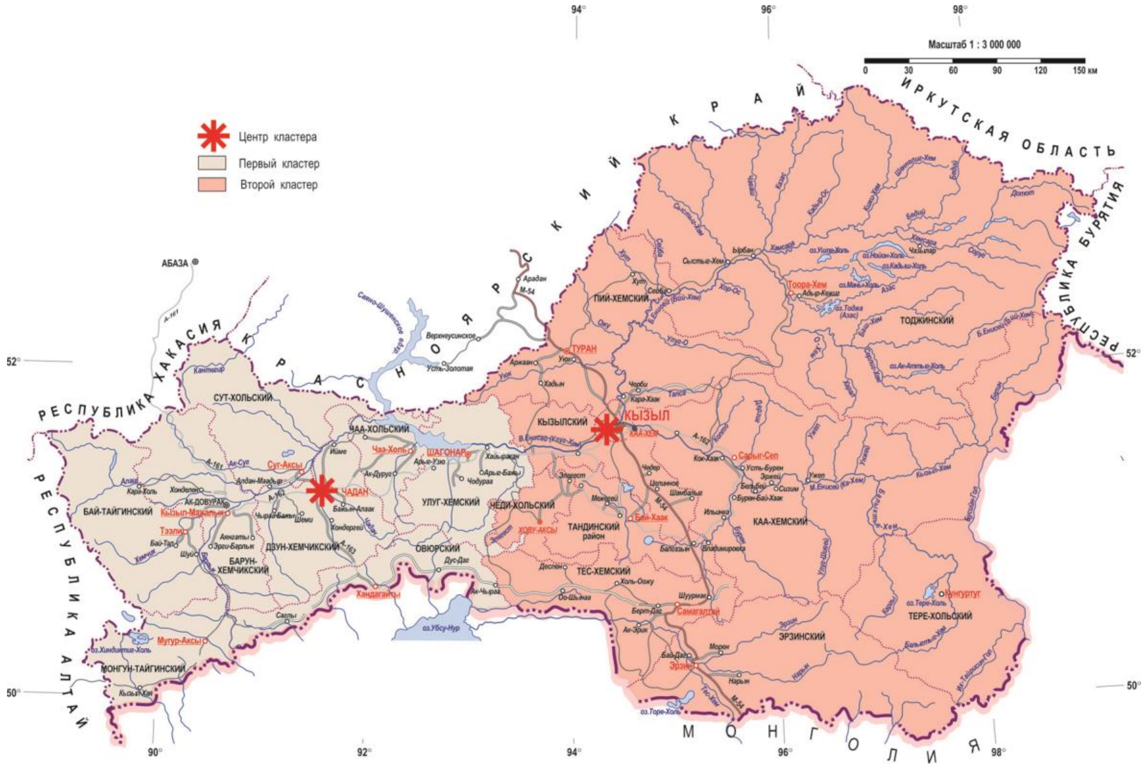


Рис. 4.10. Итоги расчетов по компьютерной программе *EXCEL*, реализованные с применением ГИС

Расчеты транспортных расходов по полученным двум кластерам представлены в *табл. 4.21* и *4.22*.

Т а б л и ц а 4.21. **Транспортные расходы по I кластеру с центром в г. Чадан**

№	Муниципальный район (кожуун)	Расстояние из г. Чадаан, км	Средняя стоимость грузоперевозки из г. Чадан, руб.	Количество машин для отгрузки товара в год, шт.	Общая стоимость перевозки, руб.
1	Бай-Тайгинский (с. Тээли)	117	3 210	8	25 680
2	Барун-Хемчикский (с. Кызыл-Мажалык + + г. Ак-Довурак)	73	2 186	20	4 370
6	Монгун-Тайгинский (с. Мугур-Аксы)	229	6 264	5	31 320
7	Овюрский (с. Хандагайты)	90	2 525	6	15 150
9	Сут-Холский (с. Суг-Аксы)	32	1 067	6	6 402
14	Улуг-Хемский (г. Шагонар)	109	3 065	15	45 975
15	Чаа-Холский (с. Чаа-Хол)	73	1 971	6	11 826
Транспортные расходы по I кластеру, руб.					180 073

Т а б л и ц а 4.22. **Транспортные расходы по II кластеру с центром в г. Кызыл**

№	Муниципальный район (кожуун)	Расстояние из г. Кызыл, км	Средняя стоимость грузоперевозки из г. Кызыл, руб.	Количество машин для отгрузки товара в год, шт.	Общая стоимость перевозки, руб.
4	Каа-Хемский (с. Сарыг-Сеп)	90	2 399	9	21 591
5	Кызылский (п. Каа-Хем)	13	281	0	0
8	Пий-Хемский (г. Туран)	84	1 983	8	15 864
10	Тандинский (с. Бай-Хаак)	80	1 900	12	22 800
11	Тере-Холский (с. Кунгуртуг)	413	11 367	2	22 734
12	Тес-Хемский (с. Самагалтай)	168	4 475	7	31 325
13	Тоджинский (с. Тоора-Хем)	245	5 702	5	28 510
16	Чеди-Холский (с. Хову-Аксы)	114	4 362	6	26 172
17	Эрзинский (с. Эрзин)	224	5 030	7	35 210
Транспортные расходы по II кластеру, руб.					204 206

При расширении производства и образовании двух кластеров потребителей продукции предприятия «Тыва стиль» (открытия дополнительного цеха со складом в г. Чадан), общие транспортные расходы по доставке продукции во все кожууны РТ составят:

Транспортные расходы по I кластеру + Транспортные расходы по II кластеру = 180 073 + 204 206 = 384 279 руб., что в 2 раза меньше, чем при доставке во все районы из г. Кызыл.

С учетом того, что стоимость аренды помещения в г. Чадан на настоящий момент в среднем равен 300 руб./м^2, расходы на дополнительный цех со складом составят

$$300 \text{ руб.} * 80 \text{ м}^2 * 12 \text{ мес.} = 288\,000 \text{ руб.}$$

Общие транспортно-складские расходы в случае 2 цехов со складом в городах Кызыл и Чадан и формировании двух кластеров потребителей продукции составят

Транспортные расходы по I кластеру + Транспортные расходы по II кластеру + цех со складом в г. Кызыл + цех со складом в г. Чадаан:

$$384\,279 + 672\,000 + 288\,000 = 1\,344\,279 \text{ руб.},$$

что на 8 % меньше, чем при наличии одного цеха со складом в г. Кызыл и распределении продукции из одной точки.

При трех и более цехах со складами (трех и более кластерах) в результате расчетов получено разбиение предприятий на зоны обслуживания, которое несколько снижает транспортные затраты, но увеличивает при этом затраты на аренду складских помещений и общие затраты.

Таким образом, рассмотренный вариант с двумя кластерами является оптимальным и позволяет снизить транспортно-складские затраты по сравнению с сегодняшней ситуацией на 8 %.

В результате апробации интегрированных моделей оптимизации производственно-транспортно-складских процессов на предприятии «Тыва стиль» получены следующие результаты:

– при рационализации процесса физического распределения готовой продукции до потребителя и организации распределительной сети предприятия, охватывающей все муниципальные районы Республики Тыва, возможно увеличение производства предприятия до 500 000 готовых изделий в год, что превышает текущие показатели предприятия в 3 раза;

– общие транспортно-складские расходы при организации распределительной сети предприятия, охватывающей все муниципальные районы Республики Тыва, и наличии существующего цеха со складом в г. Кызыл составят 1 457 637 руб.;

– при двух цехах со складами (двух кластерах) с центром в городах Кызыл и Чадан в результате расчетов получено разбиение предприятий на зоны обслуживания, которое снижает транспортные затраты и увеличивает затраты на аренду производственных и складских помещений, но при этом общие транспортно-складские расходы уменьшаются на 8 %, чем при наличии существующего цеха со складом в г. Кызыл;

– при трех и более цехах со складами (трех и более кластерах) в результате расчетов получено разбиение предприятий на зоны обслуживания, которое несколько снижает транспортные затраты, но увеличивает при этом затраты на аренду складских помещений и общие затраты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Имеется необходимость разработки интегральных математических моделей, реализующих логистический принцип глобальной оптимизации и охватывающих производство, складирование и транспортировку продукции.

В процессе исследований рассмотрены математические модели производственных, транспортных и складских систем, а также имеющиеся в литературе попытки их интеграции в транспортно-складские системы.

По результатам исследований можно сделать следующие выводы:

1. Основными проблемами легкой промышленности являются высокая себестоимость и низкая конкурентоспособность готовой продукции. Для преодоления этих проблем необходимо внедрение логистических подходов к управлению, основанных на принципе глобальной оптимизации и построении интегрированных оптимизационных моделей организации бизнес-процессов, охватывающих производство, складирование и транспортировку продукции.

2. Математические модели производственных систем предполагают постоянство прибыли от единицы продукции, однако как цена, так и себестоимость продукции могут зависеть от объема ее выпуска (закон спроса и закон масштаба производства соответственно). Поэтому необходима разработка нелинейных математических моделей оптимизации планирования производства с учетом указанных выше зависимостей.

Имеются попытки разработки математических моделей транспортно-складских задач, однако единого установившегося метода нахождения оптимальных координат склада относительно своих поставщиков и потребителей, при котором целевая функция принимает наименьшее значение, еще не определено. Полностью отсутствует решение задачи для случая нескольких складов.

3. Предложена нелинейная математическая модель оптимизации плана производства, учитывающая зависимость цены и себестоимости продукции от объема производства. При этом в качестве кривой зависимости цены от объема выпуска продукции (кривой спроса) предложено использовать убывающую степенную функцию, параметры которой в каждом конкретном случае могут быть оценены на основании статистических данных методом наименьших квадратов.

4. Предложена стохастическая модель планирования производства, в которой спрос на продукцию предприятия является случайной величиной с математическим ожиданием, определяемым функцией спроса $\varphi(p_i)$. При этом предприятие имеет возможность устанавливать как планируемые объемы выпуска продукции q_i, так и их цены p_i. В качестве критерия оптимизации в данной модели используется математическое ожидание прибыли. Получено аналитическое выражение для математического ожидания прибыли в общем виде при произвольном законе распределения спроса на продукцию и, в частности, при равномерном законе распределения спроса.

5. Предложена математическая модель оптимизации транспортно-складской задачи для случая нескольких складов с применением аппарата кластерного анализа. При любом фиксированном количестве складов m необходимо решить задачу нахождения координат оптимальных точек географического расположе-

ния складов *(x; y)* относительно потребителей и их оптимального разбиения на группы обслуживания G_k $(k = 1, \dots, m)$ конкретным складом. Для того чтобы одновременного найти и оптимальное разбиение $G_1, G_2, \dots, G_m$, и оптимальный набора координат точек географического расположения складов, в монографии предложен итерационный алгоритм, который сначала делает выбор оптимальных координат складов, а затем относительно полученных координат складов делит потребителей на оптимальные группы для минимизации транспортных расходов.

6. Предложена математическая модель оптимизации производственно-транспортно-складской задачи, использующая тот же итерационный алгоритм.

7. Разработан стохастический вариант транспортно-складской и производственно-транспортно-складской модели, который отличается от детерминистического аналога использованием вместо фиксированных потребностей математического ожидания случайных величин потребностей при идентичных алгоритмах решения задачи.

8. Приведен детальный обзор методов прогнозирования и аргументированы причины выбора конкретного метода прогнозирования случайной величины спроса.

9. Апробированы модели оптимизации плана производства на ООО «Кызылское УПП». В результате проведенных расчетов при детерминистической постановке прибыль от реализации продукции увеличивается на 16 %, а при стохастической постановке, наиболее соответствующей действительности (объем спроса – случайная величина), на 11 %.

10. Апробированы модели оптимизации производственно-транспортно-складских процессов на примере дизайн-мастерской «Тыва-стиль» – развивающегося предприятия РТ. В результате проведенных исследований определена возможность увеличения объема производства предприятия до 500 000 готовых изделий в год, что превышает начальные показатели в 3 раза. Показано, что оптимальным является вариант двух цехов (двух кластеров) с центрами в городах Кызыл и Чадан, который может снизить общие транспортно-складские расходы на 8 %, чем при наличии существующего цеха со складом в г. Кызыл.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Конституционный Закон Республики Тыва от 12.12.2011 г. № 1054 ВХ-I "Об административно-территориальном устройстве Республики Тыва", принят Верховным Хуралом (парламентом) Республики Тыва 30 ноября 2011 года.

2. Проект «Стратегии развития легкой промышленности России на период до 2025 года» [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: https://minpromtorg.gov.ru/docs/#!proekt_strategiya_razvitiya_legkoy_promyshlennosti_v_rossiyskoy_federacii_na_period_do_2025_goda_1 (дата обращения: 16.05.2019).

3. Акоф, Р. Основы исследования операций / Р. Акоф, С. Сасиени; пер. с англ. В. Я. Алтаева; под ред. И. А. Ушакова. – Москва: Мир, 1971. – 534 с.

4. Алифанов, К. А. Математические модели формирования сбалансированной структуры ассортимента продукции для текстильных предприятий: специальность 08.00.13 «Математические и инструментальные методы экономики»: диссертация на соискание ученой степени кандидата экономических наук / Алифанов Кирилл Андреевич. – Санкт-Петербург, 2008. – 136 с.

5. Алферьев, Д. А. Планирование производства инновационной продукции на основе линейного программирования / Д. А. Алферьев // Проблемы развития территории. – 2017. – № 2 (88). – С. 165–176.

6. Аникин, Б. А. Логистика: учебник / Б. А. Аникин, И. Н. Омельченко, Л. С. Федоров и др.; под ред. Б. А. Аникина. – 4-е изд., перераб. и доп. – Москва: ИНФРА-М, 2019. – 320 с.

7. Баисов, И. М. Оптимизация места расположения склада торгового предприятия / И. М. Баисов, Л. Н. Никитина, А. И. Богданов // Вестник СПГУТД. Серия 1: Естественные и технические науки. – 2017. – № 2. – С. 91–94.

8. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – 8-е изд. – Москва: Лаборатория знаний, 2015. – 639 с.

9. Бережная, Е. В. Математические методы моделирования экономических систем: учебное пособие / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Финансы и статистика, 2008. – 430 с.

10. Берсенадзе, Б. В. Основы малого бизнеса (теория и решение задач): монография / Б. В. Берсенадзе, А. И. Богданов, А. В. Панфилов; под ред. Л. Н. Никитиной. – 2-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург: ИПЦ СПГУТД, 2005. – 167 с.

11. Богданов, А. И. Математическая модель прогнозирования скачкообразных процессов / А. И. Богданов // Вестник СПГУТД. Серия 1: Естественные и технические науки. – 2011. – № 1. – С. 57–62.

12. Богданов, А. И. Разработка банка и процедур автоматизированного выбора математических моделей прогнозирования технического уровня приборов / А. И. Богданов, Л. Г. Тульчин // Автоматизация научных исследований, проектно-конструкторских работ и управления в электроприборостроении: сборник научных трудов ВНИИЭП. – Санкт-Петербург: ВНИИЭП, 1990. – С. 58–65.

13. Богданов, А. И. Разработка и синтез математических моделей прогнозирования эпизоотического процесса в промышленном птицеводстве: специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и ком-

плексы программ»: автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора технических наук / Александр Иванович Богданов. – Санкт-Петербург, 2002. – 40 с.

14. Богданов, А. И. Экспертная система прогнозирования качества продукции / А. И. Богданов, Л. Г. Тульчин // Комбинаторно-статистические методы анализа и обработки информации, экспертное оценивание: тезисы докладов III Всесоюзной школы-семинара (10–15 сентября 1990 года). – Одесса: ОПИ, 1990. – С. 157.

15. Богданов, А. И. Математические модели прогнозирования: монография / А. И. Богданов. – Санкт-Петербург: СПГУТД, 2007. – 128 с.

16. Богданов, А. И. Математическая модель оптимального плана производства / А. И. Богданов, Б. С. Монгуш // Региональная экономика: технологии, экономика, экология и инфраструктура: материалы II Международной научно-практической конференции (18–20 октября 2017 года). – Кызыл: ТувИКОПР СО РАН, 2017. – С. 253–256.

17. Богданов, А. И. Математические модели оптимизации производственно-транспортно-складских процессов / А. И. Богданов, Б. С. Монгуш // Вестник СПГУТД. Серия 1: Естественные и технические науки. – 2019. – № 1. – С. 16–21.

18. Богданов, А. И. Нелинейные математические модели оптимизации плана производства предприятия легкой промышленности / А. И. Богданов, Б. С. Монгуш // Наука и бизнес: пути развития. – 2020. – №4. – С. 21–25.

19. Богданов, А. И. Оптимизация места расположения складов с помощью кластерного анализа / А. И. Богданов, Б. С. Монгуш // Вестник СПГУТД. Серия 1: Естественные и технические науки. – 2018. – № 4. – С. 19–23.

20. Богданов, А. И. Оптимизация плана производства предприятия легкой промышленности Республики Тыва / А. И. Богданов, Б. С. Монгуш // Вестник СПГУТД. Серия 1: Естественные и технические науки. – 2017. – Вып. 4. – С. 133–136.

21. Бокс, Дж. Анализ временных рядов: Прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс; пер. с англ. А. Л. Левшина; под ред. В. Ф. Писаренко. – Москва: Мир, 1974. – 406 с.

22. Бочкарев, А. А. Автоматизация планирования и моделирования цепи поставок: монография / А. А. Бочкарев. – Санкт-Петербург: СПбГИЭУ, 2008. – 291 с.

23. Бочкарев, А. А. Планирование и моделирование цепи поставок: учебно-практическое пособие / А. А. Бочкарев. – Москва: Альфа-Пресс, 2008. – 192 с.

24. Бочкарев, А. А. Теория и методология процессного подхода к моделированию и интегрированному планированию цепи поставок: специальность 08.00.05 «Экономика и управление народным хозяйством»: автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора экономических наук / Бочкарев Андрей Александрович. – Санкт-Петербург, 2009. – 39 с.

25. Васильев, А. А. Эволюция гибридных моделей прогнозирования / А. А. Васильев // Математические методы и инструментальные системы в эко-

номике и образовании: материалы Всероссийской заочной научно-практической конференции. – Ижевск: ФГБОУ ВПО «УдГУ», 2013. – С. 58–61.

26. Вентцель, Е. С. Исследование операций: задачи, принципы, методология / Е. С. Вентцель. – 5-е изд. – Москва: КноРус, 2010. – 191 с.

27. Волгин, В. В. Склад: логистика, управление, анализ / В. В. Волгин. – 11-е изд., перераб. и доп. – Москва: Дашков и К, 2013. – 734 с.

28. Глухов, В. В. Математические методы и модели для менеджмента: учебное пособие / В. В. Глухов, М. Д. Медников, С. Б. Коробко. – 3-е изд., испр. и доп. – Санкт-Петербург: Лань, 2007. – 523 с.

29. Глушков, В. М. О прогнозировании на основе экспертных оценок / В. М. Глушков // Науковедение: Прогнозирование. Информатика: сборник статей. – Киев: Наукова думка, 1970. – С. 201–204.

30. Головченко, В. Б. Комбинирование прогнозов с учетом экспертной информации / В. Б. Головченко, С. И. Носков // Автоматика и телемеханика. – 1992. – № 11. – С. 109–117.

31. Грешилов, А. А. Математические методы принятия решений: учебное пособие для ВУЗов / А. А. Грешилов. – Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. – 647 с.

32. Гусев, С. А. Проблемы определения местоположения склада / С. А. Гусев // Логистика. – 2011. – № 2. – С. 53–55.

33. Денисов, Г. Г. Логистика как современный метод управления производственными процессами / Г. Г. Денисов // Вестник транспорта. – 2016. – № 1. – С. 18–23.

34. Диспетчерский интернет-сервис «Перевозка 24» [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: https://perevozka24.ru/rastoyanie (дата обращения: 05.05.2020).

35. Информация о состоянии отрасли легкой промышленности в Туве. Официальный портал Правительства РТ [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: http://gov.tuva.ru/press_center/news/economy/36908/ (дата обращения: 16.04.2020).

36. Информация о социально-экономическом положении России. 2019 год. Федеральная служба государственной статистика (Росстат). – Москва, 125 с. – [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: https://www.gks.ru/storage/ mediabank/oper-12-2019.pdf (дата обращения: 30.05.2020).

37. История Кызылского УПП [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: http://kyzylupp.ru/2013/05/29/istoriya-ky-zy-lskogo-upp/ (дата обращения: 30.05.2020).

38. История легкой промышленности. От первых фабрик до технологических прорывов [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: http://dc.ria.ru/ ips/light_industry/ (дата обращения: 18.05.2020).

39. Канторович, Л. В. Математические методы организации и планирования производства / Л. В. Канторович. – Ленинград: Издание Ленинградского государственного университета, 1939. – 68 с.

40. Клавдиева, Е. В. Разработка товарной стратегии текстильного предприятия и выбор оптимального варианта обновления продукции: специальность

08.00.05 «Экономика и управление народным хозяйством»: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата экономических наук / Клавдиева Елена Владимировна. – Москва, 2003. – 16 с.

41. Кожин, А. П. Математические методы в планировании и управлении грузовыми автомобильными перевозками: учебник / А. П. Кожин, В. Н. Мезенцев. – Москва: Транспорт, 1994. – 304 с.

42. Корбут, А. А. Дискретное программирование / А. А. Корбут, Ю. Ю. Финкельштейн; под ред. Д. Б. Юдина. – Москва: Наука, 1969. – 368 с.

43. Коробов, П. Н. Математическое программирование и моделирование экономических процессов: учебник / П. Н. Коробов. – 3-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург: Изд-во ДНК, 2010. – 375 с.

44. Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели: учебник / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва: Юрайт, 2014. – 541 с.

45. Кремер, Н. Ш. Высшая математика для экономистов / Н. Ш. Кремер и др.; под ред. Н. Ш. Кремера. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: ЮНИТИ, 2012. – 477 с.

46. Кремер, Н. Ш. Исследование операций в экономике: учебное пособие / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, М. Н. Фридман и др.; под ред. Н. Ш. Кремера. – Москва: Юрайт, 2013. – 438 с.

47. Левкин, Г. Г. Логистика: теория и практика / Г. Г. Левкин. – Москва: Юрайт, 2017. – 224 с.

48. Логистика. Интеграция и оптимизация логистических бизнес-процессов в цепях поставок: учебник MBA / В. В. Дыбская, Е. И. Зайцев, В. И. Сергеев, А. Н. Стерлигова; под общ. ред. В. И. Сергеева. – Москва: Эксмо, 2014. – 940 с.

49. Логистика. Теория и практика: управление цепями поставок: учебник / Б. А. Аникин и др.; под общ. ред. Б. А. Аникина, Т. А. Родкиной. – Москва: Проспект, 2015. – 213 с.

50. Лукашин, Ю. П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования временных рядов: учебное пособие / Ю. П. Лукашин. – Москва: Финансы и статистика, 2003. – 413 с.

51. Лукинский, В. С. Логистика и управление цепями поставок: учебник / В. С. Лукинский, В. В. Лукинский, Н. Г. Плетнева. – Москва: Юрайт, 2016. – 359 с.

52. Мадера, А. Г. Определение оптимального размещения логистических мощностей / А. Г. Мадера // Интегрированная логистика. – 2005. – № 3. – С. 12–15.

53. Макаров, А. Г. Интегрированные модели бизнес-процессов / А. Г. Макаров, А. И. Богданов, Л. Н. Никитина, Б. С. Монгуш // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. – 2019. – № 6 (384) – С. 62–65.

54. Марков, Ю. Г. Математические модели сплошных сред на межфазных границах: специальность 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»: автореферат диссертации на соискание ученой

степени доктора технических наук / Юрий Георгиевич Марков. – Санкт-Петербург, 2005. – 32 с.

55. Миротин, Л. Б. Логистика в автомобильном транспорте / Л. Б. Миротин, Е. А. Лебедев. – Ростов-на-Дону: Феникс, 2015. – 237 с.

56. Миротин, Л. Б. Методы логистики как фактор эффективности управления / Л. Б. Миротин, В. В. Багинова, Л. С. Федоров, В. Н. Морозов, В. И. Апатцев // Конкурентоспособность в глобальном мире: экономика, наука, технологии. – 2017. – № 2–3 (31). – С. 91–98.

57. Михайлов, Д. А. Принципы управления производственными логистическими цепями / Д. А. Михайлов, Е. В. Беляков // Логистические системы в глобальной экономике. – 2015. – № 5. – С. 546–548.

58. Модели и методы теории логистики / В. С. Лукинский и др.; под ред. В. С. Лукинского. – Санкт-Петербург: Питер, 2012. – 403 с.

59. Монгуш, Б. С. Проблемы решения интегрированных транспортно-складских задач / Б. С. Монгуш // Региональная экономика: технологии, экономика, экология и инфраструктура: материалы III Международной научно-практической конференции (23–25 октября 2019 года). – Кызыл: ТувИКОПР СО РАН, 2019. – С. 369–373.

60. Монгуш, Б. С. Анализ и проблемы определения понятия «логистический поток» / Б. С. Монгуш // Социально-экономическое развитие и перспективы России: исследования молодых ученых: материалы научно-практической конференции молодых ученых (12–14 октября 2009 года). – Новосибирск: ИЭ ОПП СО РАН, 2009. – С. 109–112.

61. Монгуш, Б. С. Транспортная инфраструктура Республики Тыва: современное состояние и перспективы развития / Б. С. Монгуш // Журнал БТИ – Бюллетень транспортной информации. – 2012. – № 8 (206). – С. 25–28.

62. Монгуш, Б. С. Методы и модели теории управления запасами / Б. С. Монгуш, А. И. Богданов // Проблемы экономики и прогрессивные технологии в текстильной, легкой и полиграфической отраслях промышленности: Всероссийская научно-техническая конференция. – Санкт-Петербург, 2008. – С. 74–79.

63. Монгуш, Б. С. Модели и проблемы решения транспортно-складских задач / Б. С. Монгуш // Журнал БТИ – Бюллетень транспортной информации. – 2017. – № 5 (263). – С. 27–29.

64. Монгуш, Б. С. Нелинейная задача оптимизации плана производства / Б. С. Монгуш // Природные ресурсы, среда и общество. – 2019. – № 3. – С. 50–55.

65. Монгуш, Б. С. Состояние легкой промышленности Республики Тыва / Б. С. Монгуш // Природные системы и экономика Центрально-Азиатского региона: фундаментальные проблемы, перспективы рационального использования: материалы III Всероссийской молодежной школы конференции с международным участием (26–28 сентября 2017 года). – Кызыл: ТувИКОПР СО РАН, 2017. – С. 124–126.

66. Неруш, Ю. М. Логистика: учебник / Ю. М. Неруш, А. Ю. Неруш. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва: Юрайт, 2014. – 558 с.

67. Основы логистики: учебник / Б. А. Аникин и др.; под ред. Б. А. Аникина, Т. А. Родкиной. – Москва: Проспект, 2015. – 339 с.

68. Официальная статистика управления Федеральной службы государственной статистики по Красноярскому краю, Республике Тыва и Республика Хакассия, 2019 [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: https://krasstat.gks.ru/folder/32949 (дата обращения: 28.05.2020).

69. Промышленное производство [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: https://www.gks.ru/enterprise_industrial (дата обращения: 28.05.2020).

70. Промышленное производство в России 2019 // Статистический сборник. – Москва, 2019 [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: https://www.gks.ru/storage/mediabank/Prom_proiz-vo2019.pdf (дата обращения: 27.05.2020).

71. Промышленность Республики Тыва // Статистический сборник / Территориальный орган Федеральной службы Государственной статистики по Республике Тыва. – Кызыл, 2005. – 56 с.

72. Промышленность России. 2002 // Статистический сборник / Госкомстат России. – Москва, 2002. – 453 с.

73. Рабочая книга по прогнозированию / Э. А. Араб-Оглы, И. В. Бестужев-Лада, Н. Ф. Гаврилов и др.; под ред. И. В. Бестужева-Лады. – Москва: Мысль, 1982. – 430 с.

74. Региональная статистика. Республика Тыва. 2018 г. [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: https://www.fedstat.ru/indicator/59450(дата обращения: 27.05.2020).

75. Регионы России. Социально-экономические показатели. 2016 г. // Статистический сборник. – Москва: Росстат, 2016. – 1326 с.

76. Регионы России. Социально-экономические показатели. 2019 г. // Статистический сборник. – Москва: Росстат, 2019. – 1204 с.

77. Российский статистический ежегодник. 2019 г. // Статистический сборник. – Москва: Росстат, 2019. – 708 с.

78. Рыжиков, Ю. И. Логистика, очереди и управление запасами: учебное пособие / Ю. И. Рыжиков. – Санкт-Петербург: ГУАП, 2011. – 477 с.

79. Самарский, А. А. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А. А. Самарский, А. П. Михайлов. – Москва: Физматлит, 2005. – 316 с.

80. Сергеев, В. И. Логистика и управление цепями поставок – профессия XXI века: аналитический обзор / В. И. Сергеев. – Москва: Издательский дом Высшей школы экономики, 2019. – 270 с.

81. Сергеев, В. И. Управление цепями поставок: учебник / В. И. Сергеев. – Москва: Издательство Юрайт, 2014. – 479 с.

82. Сидоров, И. И. Логистическая концепция управления предприятием / И. И. Сидоров. – Санкт-Петербург: Знание, 2001. – 163 с.

83. Социально-экономическое положение Республики Тыва. 2020 г. [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: https://gks.ru/region/docl1193/Main.htm (дата обращения: 25.05.2020).

84. Социально-экономические показатели городских округов и муниципальных районов Республики Тыва в 2017 г. // Статистический сборник. – Кызыл, 2018. – 115 с.

85. Статистический ежегодник Республики Тыва // Статистический сборник. – Кызыл: Тывастат, 2010. – 241 с.
86. Статистический ежегодник Республики Тыва // Статистический сборник. – Кызыл: Тывастат, 2012. – 254 с.
87. Статистический ежегодник Республики Тыва // Статистический сборник. – Кызыл: Тывастат, 2016. – 241 с.
88. Статистический ежегодник Республики Тыва. 2019 г. [Электронный ресурс]. – Режим доступа URL: https://krasstat.gks.ru/folder/45814 (дата обращения: 26.05.2020).
89. Сусов, Р. В. Модели и методы оптимизации бизнес-процессов для повышения эффективности функционирования организации: специальность 08.00.13 «Математические и инструментальные методы экономики»: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата экономических наук / Сусов Роман Владимирович. – Москва, 2014. – 24 с.
90. Таха, Х. А. Введение в исследование операций / Х. А. Таха. – Москва: Вильямс, 2005. – 901 с.
91. Текущее состояние и перспективы развития легкой промышленности в России: доклады к XV апрельской международной научной конференции по проблемам развития экономики и общества, Москва, 1–4 апреля 2014 г. / В. В. Радаев (рук. исслед. кол.), В. Н. Данилина, З. В. Котельников, Е. А. Назарбаева; Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». – Москва: Изд. дом Высшей школы экономики, 2014. – 333 с.
92. Филимоненко, И. В. Разработка механизма принятия управленческих решений при формировании товарно-ассортиментной политики предприятия: специальность 08.00.05 «Экономика и управление народным хозяйством»: диссертация на соискание ученой степени кандидата экономических наук / Филимоненко Ирина Владимировна. – Красноярск, 1997. – 190 с.
93. Химмельблау, Д. Прикладное нелинейное программирование / Д. Химмельблау; пер с англ. И. Н. Быховской, Б. Т. Вавилова. – Москва: Мир, 1975. – 534 с.
94. Четыркин, Е. М. Статистические методы прогнозирования / Е. М. Четыркин. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва: Статистика, 1977. – 200 с.
95. Чуев, Ю. В. Прогнозирование количественных характеристик процессов / Ю. В. Чуев, Ю. Б. Михайлов, В. И. Кузьмин. – Москва: Советское радио, 1975. – 398 с.
96. Шапиро, Дж. Моделирование цепи поставок / Дж. Шапиро; пер. с англ. И. Кирина. – Санкт-Петербург: Питер, 2006. – 713 с.
97. Щинова, Р. А. Модель оптимизации производственно-сбытовой структуры промышленного предприятия // Проблемы современной экономики. – 2011. – № 2 (38). – С. 159–162.
98. Юбилейный статистический сборник к 100-летию единения России и Тувы // Статистический сборник. – Кызыл: Тывастат, 2014. – 208 с.
99. Юдин, Д. Б. Задачи и методы линейного программирования. Математические основы и практические задачи / Д. Б. Юдин, Е. Г. Гольштейн. – 3-е изд. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2010. – 322 с.

100. Ballou, R. H. Business logistics managements: Planning, organizing and controlling the supply chain / R. H. Ballou. – 5th ed. – Upper Saddle River: Pearson Education: Prentice Hall, 2004. – 789 p.

101. Bard, V. A modified newton method for optimization with equality constraints / V. Bard, J. L. Greenstadt // Academic Press, London. – 1969. – P. 299–306.

102. Bellman, R. E. Introduction to the mathematical theory of control process: Linear equation and quadratic criteria / R. E. Bellman. – New York: Academic Press Inc., 1967. – 263 p.

103. Brooks, S. H. A comparison of maximum seeking methods / S. H. Brooks // Operations Research. – 1959. – Vol. 7. – № 4. – P. 430–457.

104. Charnes, A. Nonlinear Power of Adjacent Extreme Point Methods in Linear Programming / A. Charnes, W. Cooper // Econometrica. – 1956. – № 25. – P. 132–153.

105. Christopher, M. Logisticsand Supply Chain Management: 4-th edition / M. Christopher. – L.: Prentice-Hall, 2011. – 276 p.

106. Karloff, H. Linear Programming / H. Karloff. – Boston, Basel, Berlin: Birkhauser, 1991. – 141 p.

107. Marquardt, D. W. An algorithm for Least Square Estimation of Nonlinear Parameters / D. W. Marquardt // Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics. – 1956. – Vol. 11. – № 2. – P. 431–441.

108. Rakesh, V. V. Mechanism Design. A Linear Programming Approach / V. V. Rakesh. – New York: Cambridge, 2011. – 172 p.

109. Zellnik, H. E. Gradient Search Optimization / H. E. Zellnik, N. E. Sondak, R. S. Davis // Chem. Eng. Prog. – 1962. – Vol. 58. – № 8. – P. 35–41.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Научное издание

Богданов Александр Иванович
Монгуш Байлакмаа Сергеевна

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОПТИМИЗАЦИИ БИЗНЕС-ПРОЦЕССОВ НА ПРЕДПРИЯТИЯХ ЛЕГКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Монография

Издательский редактор Н. А. Ерина

Учебное электронное издание сетевого распространения

Системные требования:
электронное устройство с программным обеспечением
для воспроизведения файлов формата PDF

Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_get_file.php?id=202277, по паролю.
– Загл. с экрана.

Дата подписания к использованию 19.09.2022 г. Рег. № 77/22

ФГБОУВО «СПбГУПТД»
Юридический и почтовый адрес:
191186, Санкт-Петербург, ул. Большая Морская, 18.
http://sutd.ru/