

**В. С. Куров
Н. П. Мидуков
Ю. А. Тихонов**

**ДИСПЕРГИРОВАНИЕ БУМАЖНОЙ
МАССЫ И РАВНОМЕРНОСТЬ
МНОГОСЛОЙНОГО КАРТОНА**

Монография

**Санкт-Петербург
2024**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Санкт-Петербургский государственный университет
промышленных технологий и дизайна»
Высшая школа технологии и энергетики

В. С. Куров
Н. П. Мидуков
Ю. А. Тихонов

ДИСПЕРГИРОВАНИЕ БУМАЖНОЙ
МАССЫ И РАВНОМЕРНОСТЬ
МНОГОСЛОЙНОГО КАРТОНА

Монография

Санкт-Петербург
2024

УДК 676.6
ББК 35.77
Д 485

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой обогащения полезных
ископаемых Санкт-Петербургского горного университета

Т. Н. Александрова;

доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой инженерного проектирования
Санкт-Петербургского государственного технологического института
(Технического университета)

М. А. Яблокова

Куров, В. С.

Д 485 Диспергирование бумажной массы и равномерность многослойного
картона: монография / В. С. Куров, Н. П. Мидуков, Ю. А. Тихонов. —
СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2024. — 245 с.
ISBN 978-5-91646-384-2

В монографии представлена теория диспергирования бумажной массы при производстве многослойного картона. Рассматриваются теоретические основы процессов массоподачи и массоподготовки с учётом реологических свойств волокнистых суспензий. На основании фундаментальных положений, а также результатов экспериментальных исследований предложены практические рекомендации по выбору технологии и сырья для получения высококачественного картона, новые представления о структурообразовании волокон при производстве картона.

При разработке теоретических положений были использованы современные методы получения образцов для электронной микроскопии и программы для анализа и обработки данных. Рекомендации основываются на испытаниях полученных образцов с учётом физико-механических показателей европейских и российских стандартов. Рассмотрены особенности подготовки массы при получении многослойного картона.

Монография предназначена для студентов старших курсов, аспирантов и научных работников технических подразделений высших учебных заведений, занимающихся исследованием бумаги и картона, а также для инженеров предприятий, на которых производится бумага и картон.

УДК 676.6
ББК 35.77

ISBN 978-5-91646-384-2

© ВШТЭ СПбГУПТД, 2024
© Куров В. С., Мидуков Н. П.,
Тихонов Ю. А., 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО ИЗУЧЕНИЮ ФЛОКУЛООБРАЗОВАНИЯ ЦЕЛЛЮЛОЗНЫХ ВОЛОКОН.....	7
1.1. Анализ современного состояния исследования микроструктуры бумаги и картона.....	8
1.2. Реологические характеристики бумажной массы.....	17
1.3. Экспериментальные и аналитические характеристики течения бумажной массы по трубам.....	22
1.4. Статистические параметры дисперсности бумажной массы.....	25
1.5. Диспергирование флокул в ламинарном режиме течения.....	27
1.6. Диспергирование массы в турбулентном режиме течения.....	29
1.7. Характеристики течения массы в напорном ящике.....	33
2. МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ДИСПЕРГИРОВАНИЯ БУМАЖНОЙ МАССЫ В ЛАМИНАРНОМ РЕЖИМЕ.....	40
2.1. Реологические модели бумажной массы.....	40
2.2. Определение напряжений, возникающих во флокуле, движущейся в ламинарном потоке с градиентом скорости.....	42
2.3. Связь реологических параметров со степенью дисперсности массы..	49
2.4. Методика определения реологических параметров по экспериментальным данным.....	51
2.5. Реологические зависимости напряжений и вязкости от градиента скорости.....	53
2.6. Распределение скоростей в сдвиговом ламинарном течении.....	57
3. МОДЕЛИ ДИСПЕРГИРОВАНИЯ МАССЫ В ПЕРЕХОДНОМ И ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМАХ СДВИГОВОГО ТЕЧЕНИЯ.....	62
3.1. Модели переходного и турбулентного режимов течения для бумажной массы.....	62
3.2. Модель процесса разрушения флокулы в турбулентном режиме течения.....	71
3.3. Представление реологических моделей в виде явных зависимостей напряжений сдвига от концентрации массы.....	74
3.4. Экспериментальное определение реологических зависимостей.....	79
3.5. Параметрическая реологическая модель в качестве базиса аналитического обоснования гидродинамического принципа измерения концентрации бумажной массы.....	82
4. МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ДИСПЕРГИРОВАНИЯ МАССЫ В ТРУБАХ.....	86
4.1. Модель процесса диспергирования в трубах в ламинарном режиме течения.....	86
4.2. Модель процесса диспергирования в трубах в переходном и турбулентном режимах течения.....	99
5. МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ДИСПЕРГИРОВАНИЯ МАССЫ В ЭЛЕМЕНТАХ НАПОРНЫХ ЯЩИКОВ.....	110

5.1.	Модель процесса диспергирования флокулированного стержня в трубах и плоских каналах размером одного порядка с размером флокул в ламинарном режиме течения.....	110
5.2.	Модель процесса диспергирования флокулированного стержня в трубе и плоских каналах размером одного порядка с размером флокул в переходном и турбулентном режимах течения.....	114
5.3.	Модель процесса диспергирования флокул в ламинарном режиме течения в трубе и плоском канале.....	124
5.4.	Модель процесса диспергирования флокул в трубе и плоском канале в турбулентном режиме течения.....	128
5.5.	Рефлокуляция массы в напускном канале.....	142
5.6.	Диспергирование массы в губе напорного ящика в турбулентном режиме течения.....	149
5.7.	Скорость распада флокул в турбулентном режиме течения.....	154
5.8.	Рефлокуляция в струе массы, опускающейся на сетку машины.....	159
5.9.	Полупромышленный напорный ящик для низкоскоростных машин.	162
5.10.	Выравнивание профиля массы m^2 локальным регулированием высоты перелива.....	164
5.11.	Диспергирование массы в полупромышленном ящике.....	168
5.12.	Изменение интенсивности турбулентности вдоль оси напускного канала в экспериментальном ящике.....	174
6.	ОЦЕНКА РАВНОМЕРНОСТИ ФОРМОВАНИЯ БУМАГИ И КАРТОНА ПО МИКРОСТРУКТУРЕ.....	177
6.1.	Способ подготовки поперечного среза методом ионной резки и оценка физико-механических показателей тест-лайнера.....	177
6.2.	Оценка эффективности использования цифровых технологий в исследовании бумаги и картона.....	192
6.3.	Сравнительная оценка микроструктуры волокнистого композиционного материала с помощью цифровых технологий.....	196
6.4.	Новые представления о связеобразовании волокон в многослойном композиционном материале	203
6.5.	Оценка качества формования многослойного волокнистого композиционного материала по микроструктуре поперечного среза.	213
6.6.	Влияние микроструктуры картона на его механические свойства....	220
	БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	232

ВВЕДЕНИЕ

Одним из основных направлений технического прогресса в целлюлозно-бумажной промышленности (ЦБП) является инновационный путь развития отрасли на основе создания новых ресурсосберегающих экологически чистых технологий и оборудования для производства наукоёмких видов бумаги и картона с высокой добавленной стоимостью. Помимо развития технологии и оборудования, совершенствуются методы и приборы для контроля качества бумаги и картона, принцип работы которых сегодня основан на цифровизации научных исследований. Современный уровень развития цифровых технологий в исследовании бумаги и картона позволяет проанализировать однородность распределения волокон в формуемом листе, тем самым оценивается эффективность работы массоподготовительного оборудования. Главы данной монографии, связанные с разработкой методов оценки равномерности распределения волокон в микроструктуре бумаги и картона выполнен в рамках темы: «Разработка методов оценки и анализ неоднородности межволоконных связей в 2D/3D гетерогенной среде целлюлозных композиционных материалах»¹.

Равномерность распределения волокон в формуемом листе и снижение массоёмкости бумаги определяется степенью диспергированности бумажной массы и пульсационными процессами в массонапускных и массоподводящих системах. С одной стороны, оценку степени диспергированности и взаимосвязь внутренних напряжений волокнистой структуры со скоростями деформации можно получить на основе реологических закономерностей. С другой стороны, результат диспергирования бумажной массы отражается на равномерности распределении волокон в микроструктуре бумаги и картона, которую можно оценить современными цифровыми методами. Во всех гидравлических машинах происходит изменение структуры потока, сопровождающегося изменением реологических параметров напряжений и скоростей сдвига. Источником таких напряжений является турбулентность, которая фактически является пульсационным движением жидкости. Полный спектр пульсаций давления бумажной массы в напорном языке характеризует два процесса, сопровождающих напуск: высокочастотные пульсации способствуют диспергированию потока, а низкочастотные приводят к нестабильности напуска и колебаниям массы 1 м^2 .

Создание новых конструкций и совершенствование действующего гидравлического оборудования массоподводящих систем бумаго- и картоноделательных машин (БКДМ) сдерживается из-за отсутствия достаточно развитой теории диспергирования бумажной массы в проточных каналах машин и аппаратов ЦБП при изменении её концентрации и скорости. Особенно

¹ Совместный научный и научно-технический проект, выполняемый образовательными и научными организациями, расположенными на территориях Санкт-Петербурга и Республики Беларусь на тему: «Разработка методов оценки и анализ неоднородности межволоконных связей в 2D/3D гетерогенной среде целлюлозных композиционных материалах» поддержан Комитетом по науке и высшей школе Правительства Санкт-Петербурга

это актуально для низко- и среднескоростных БКДМ, конструкции напорных ящиков которых не в полной мере обеспечивают как необходимый уровень дисперсности бумажной массы, так и профиль бумаги и картона с минимальными отклонениями массы 1 м^2 от заданного значения.

Оценить эффективность работы напорного ящика можно по равномерности распределения волокон и флоккул, а также неравномерности формирования бумаги и картона, для чего можно использовать современные инновационные методы анализа поперечного среза. Для этого используются современные технологические приёмы подготовки образцов для сканирования при электронной микроскопии (ионная резка образцов) с последующей графической обработкой изображения поперечного среза и оценкой неравномерности готовой продукции в поперечном срезе картона большой протяженности. Анализ изображений поперечного среза бумаги и картона, полученного с помощью электронной микроскопии и ионной резки образцов, позволяет оценить равномерность распределения волокон, установить размеры флоккул в поперечном сечении. Кроме того, инновационный способ оценки микроструктуры бумаги и картона позволяет установить ряд показателей, таких как пористость, шероховатость, толщина, а также даёт возможность спрогнозировать физико-механические свойства готовой продукции по микроструктуре. Формирование микроструктуры, которая анализируется с помощью современных графических и аналитических программ, во многом определяется на стадиях массоподготовки и массоподачи.

Монография является развитием научных представлений по совершенствованию процессов массоподачи на БКДМ, представленных в книге «Гидродинамика процессов массоподачи на бумагоделательную машину» авторов В. С. Курова и Ю. А. Тихонова. В данной работе основное внимание уделено важному процессу массоподачи – диспергированию бумажной массы, главным образом определяющему качество бумаги и картона.

1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ИССЛЕДОВАНИЙ ПО ИЗУЧЕНИЮ ФЛОКУЛООБРАЗОВАНИЯ ЦЕЛЛЮЛОЗНЫХ ВОЛОКОН

Физико-механические свойства бумаги и картона во многом зависят от связеобразования между волокнами, которые формируются на их поверхности. Бумагообразующие свойства волокон зависит от развитости поверхности, от объёма волокнистого материала, которые в настоящее время оцениваются косвенным методом, например, по выделению тепла при взаимодействии целлюлозных волокон с водой (реакция целлюлозы с водой является экзотермической). Волокна, взаимодействуя между собой, образуют микроструктуру, исследование которой является важным научным направлением для оценки качества бумаги и картона.

Микроструктура бумаги и картона позволяет оценить ряд показателей. Например, с помощью цифровой обработки изображений микроструктуры, полученных электронным микроскопом, можно оценить равномерность формирования бумаги и картона, равномерность распределения крахмала, пористость материала [1-3]. Основным инструментом цифровой обработки микроструктуры бумаги и картона для многих исследователей является программа ImageJ, которая была успешно апробирована в Белорусском государственном техническом университете [4]. Целый ряд физико-механических показателей можно оценить по микроструктуре поперечного среза бумаги и картона, выполненного с помощью современных методов подготовки образцов для электронной микроскопии [5-8].

При цифровой обработке микроструктуры волокнистого композиционного материала важную роль играет выбор программы для оценки изображения. Программа и её функционал определяют качество и время измерений. Принципиально важно, в каком формате обрабатывается изображение микроструктуры. Например, векторный формат работы с файлом (программы AutoCAD, Coral Draw, ...) позволяет оценить с высокой точностью площадь, периметр объектов, но для их формирования требуется ручная обводка контуров, что приводит к большим затратам времени. Растровый формат работы с файлом (программы Adobe Photoshop, ImageJ, Ip-square,...) позволяет автоматизировать и ускорить процесс обработки, но программы оценивают размеры, рассчитывая количество «пикселей», того оттенка цвета, которому соответствует исследуемая область. Точность оценки в программе растровой обработки файла будет ниже, если кроме исследуемой области будут захвачены другие с идентичным оттенком цвета, которые невозможно удалить без дополнительной ручной обработки.

Для моделирования микроструктуры бумаги и картона предварительно необходимо разработать и отработать принцип 3D моделирования волокна с помощью наиболее адаптированных для этого графических программ. Из всего разнообразия графических программ не каждая позволяет смоделировать сложную форму волокон, не все программы позволяют рассчитать объём и поверхность волокна по его 3D модели. Критический анализ способов формирования 3D модели волокнистого материала и выбор наиболее

подходящих программ позволят разработать практические рекомендации по созданию 3D модели волокна. Поэтому определение оптимальных условий (программ, методов, режимов подготовки образцов для микроскопии) формирования 3D модели микроструктуры волокна бумаги или картона является одним из важных направлений исследования свойств бумаги и картона. Для этого решаются такие задачи, как критический анализ существующих способов создания 3D модели волокна в бумаге и картоне; оценка программных продуктов, позволяющих создать 3D модель волокна; разработка практических рекомендаций по созданию 3D модели волокна.

1.1. Анализ современного состояния исследования микроструктуры бумаги и картона

Первое упоминание о том, что бумага и картон являются волокнистым материалом, и древесина состоит из клеток (cell) датируется 1665 годом, когда Роберт Гук представил лондонскому королевскому обществу свою работу «Микрография» (рис. 1.1) [9].

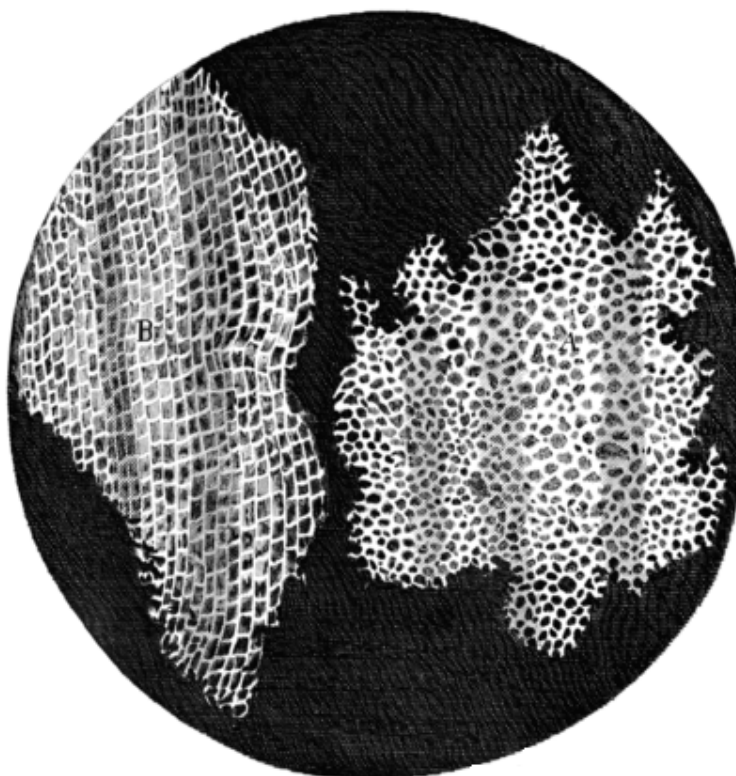


Рис. 1.1. Первый микроскопический снимок волокна дерева бука

На протяжении многих веков после работы Роберта Гука к бумаге и картону относились как к волокнистому материалу, прочность которого определяется механическим сцеплением волокон. Считалось, что физико-механические свойства бумаги и картона зависят только от прочности самих волокон. В конце XIX и начале XX века начинает стремительно развиваться микроскопия как способ изучения микроструктуры бумаги и картона. С появлением микроскопов с высоким разрешением научное общество

установило, что физико-механические свойства бумаги и картона во многом определяются поверхностью волокон, на которой возникают физико-химические связи. С этих пор большой интерес возник к геометрическим характеристикам целлюлозного волокна (к морфологии волокон), а именно к его поверхности, объему, изогнутости, фибрилляции, грубости, средней длине и т. д.

Конец XX века и начало XXI века связаны с бурным развитием цифровых технологий, которые позволили совершить прорыв в оценке микроструктуры бумаги и картона. В совокупности с электронной и оптической микроскопией современные компьютерные программы позволяют получить новые и интересные результаты по оценке характеристик волокна. В 2012 году скандинавскими и американскими учёными были предложены методы создания 3D модели волокнистого материала, принцип которого представлен на рис. 1.2 [10].

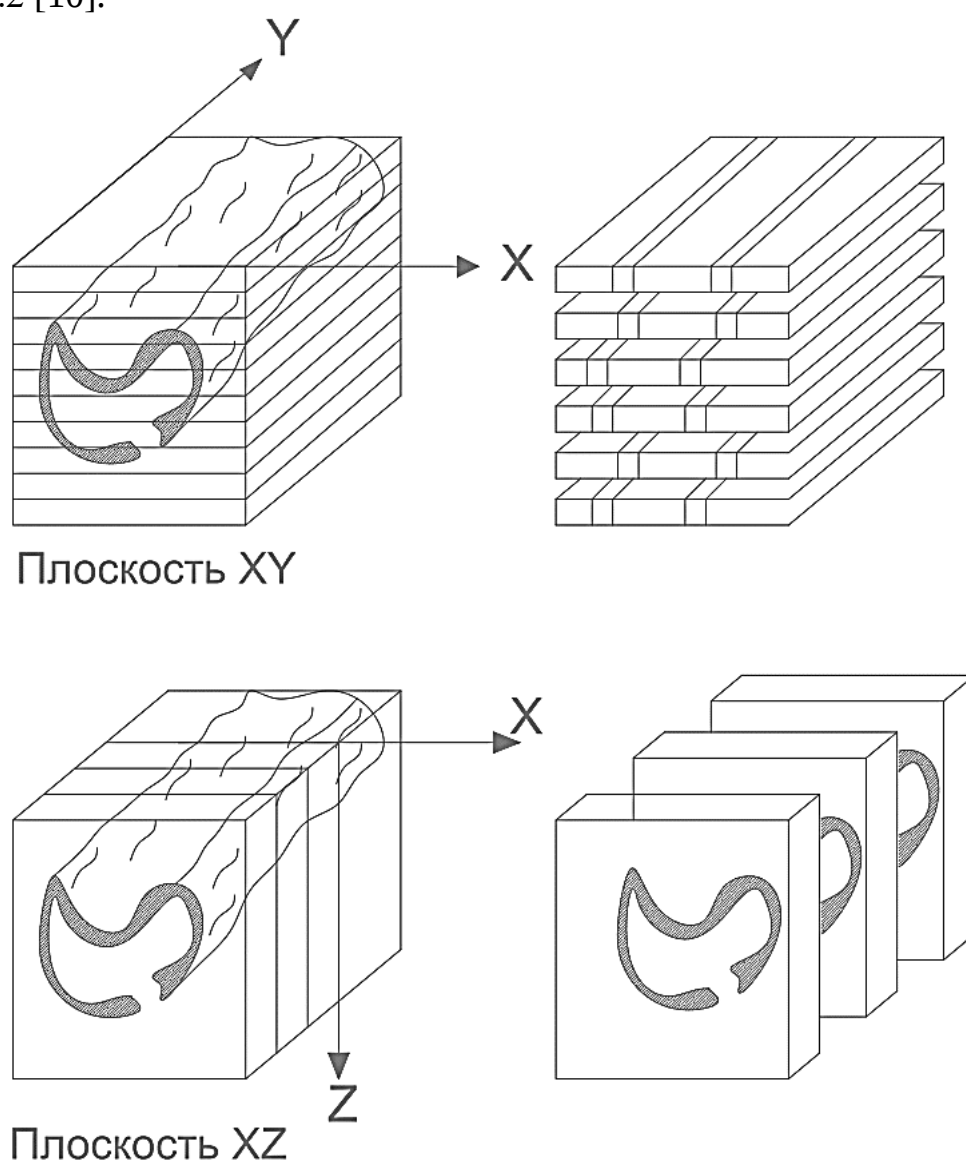


Рис. 1.2. Схема построения 3 D модели волокна по изображению микроструктуры

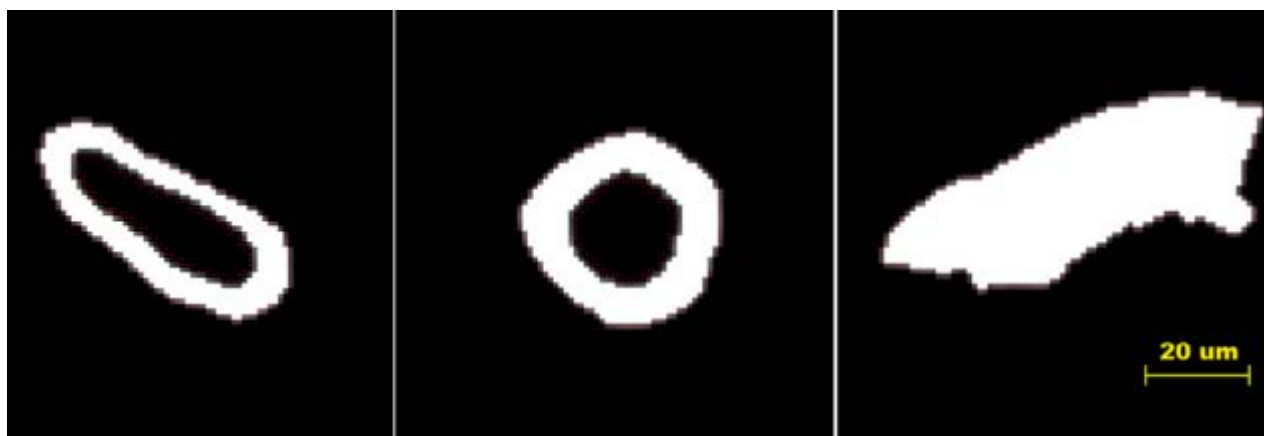


Рис. 1.4. Поперечные срезы волокнистого материала

Полученная 3D модель волокна не позволит сформировать микроструктуру бумаги и картона с достоверной геометрией волокон, которые переплетаются между собой и редко имеют прямую и правильную форму. Подобная работа проводилась учеными немецкого технологического института Карлсруэ (рис. 1.5) [12]. Их работа больше посвящена математическому описанию и не затрагивает вопросы 3D моделирования микроструктуры волокнистого материала.

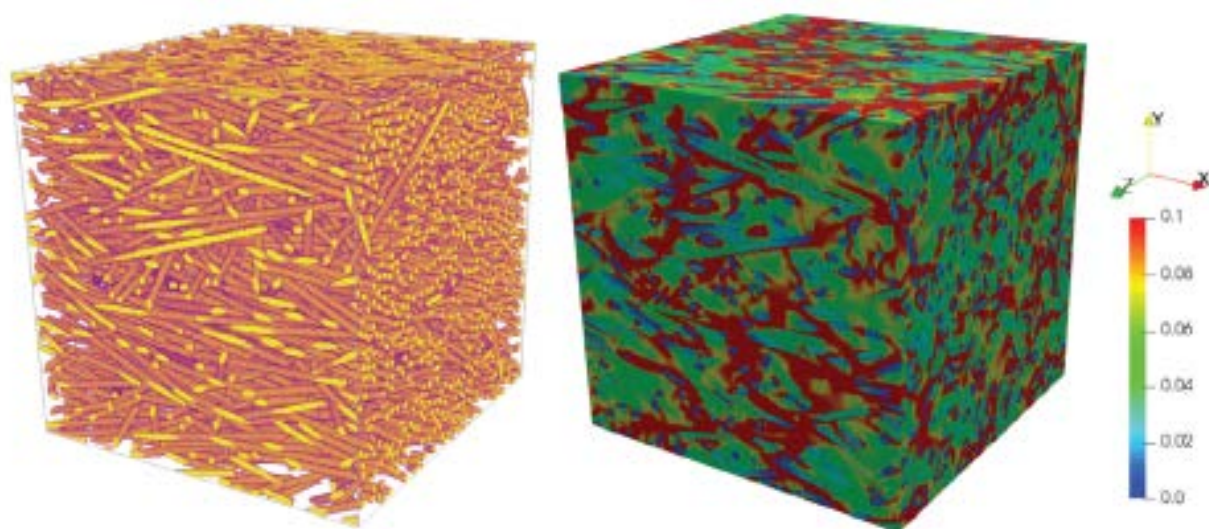


Рис. 1.5. Упрощенная 3D микроструктура волокнистого материала

Актуальной на сегодняшний день является работа ученых Лондонского университета химической технологии, которая была посвящена формированию 3D модели микроструктуры волокнистого материала, предназначенного для изготовления медицинской маски [13]. Особое внимание уделено процессу фильтрации частиц соизмеримых с вирусом COVID-19 (рис. 1.6).

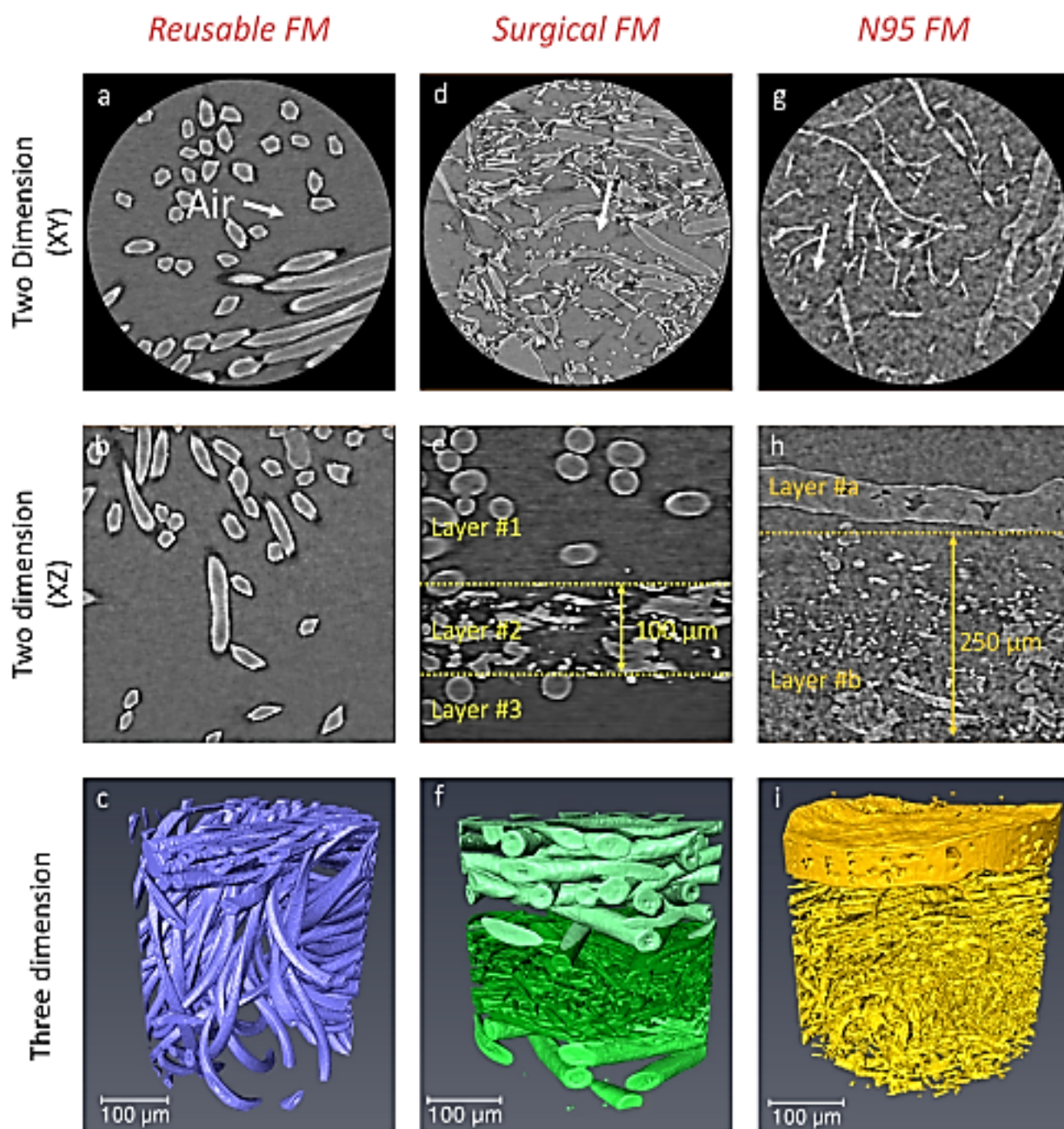


Рис. 1.6. 3D микроструктура волокнистого материала медицинской маски

Несмотря на то, что работа не посвящена исследованию бумаги и картона, она имеет принципиальные результаты с точки зрения 3D моделирования микроструктуры волокнистого материала. Из рис. 1.6 видно, что волокна материала обладают правильной цилиндрической формой и не похожи на волокна, из которых состоит бумага и картон. К такому же недостатку можно отнести микроструктуру, разработанную иранскими учеными национального технического университета (рис. 1.7) [14].

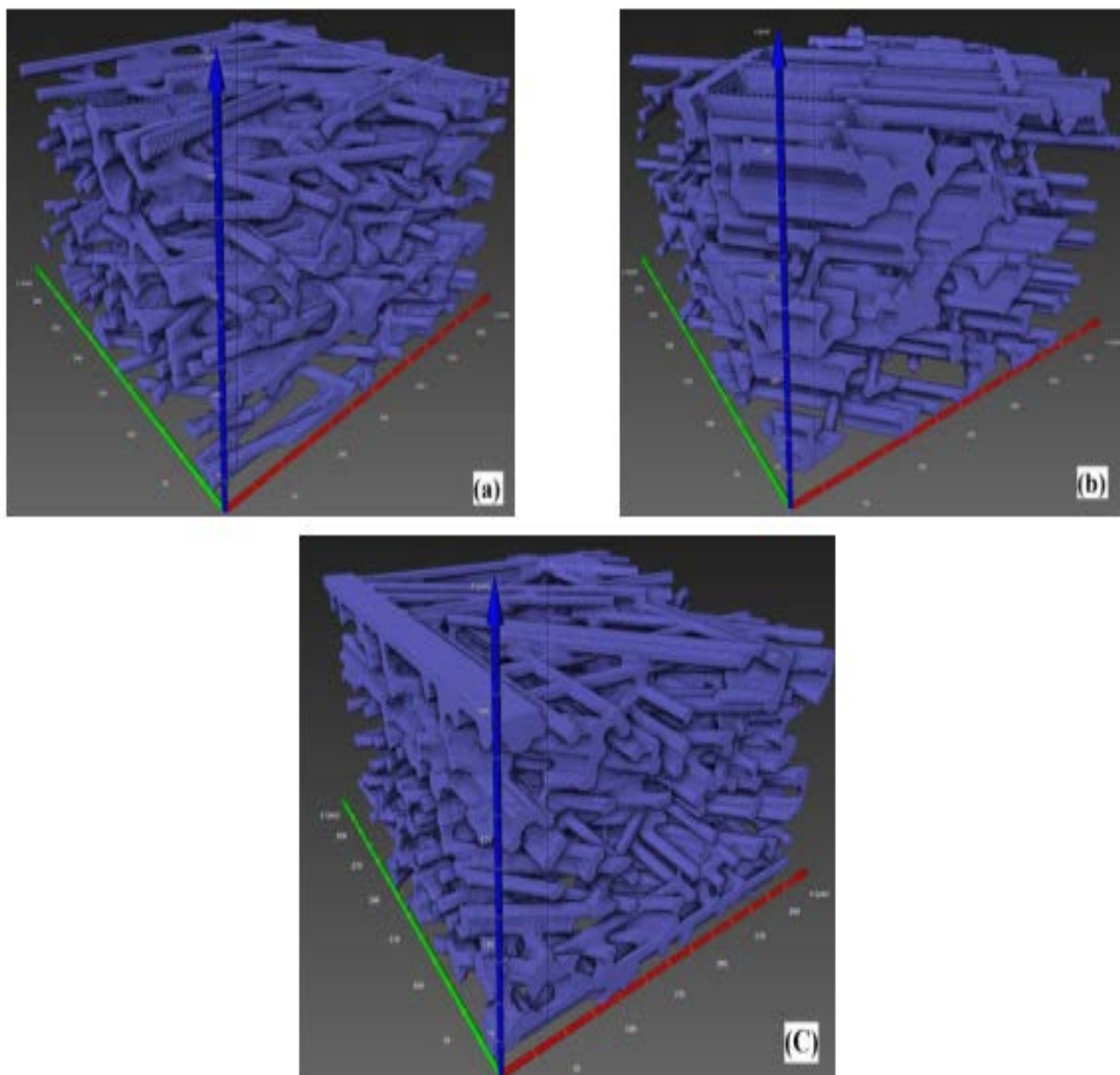


Рис. 1.7. 3D микроструктура волокнистого материала

Волокна представлены без изгибов, правильно располагаются, что не соответствует реальной микроструктуре. Наиболее близкий к действительности вариант представлен в совместной работе ученых Австрии (Градский технологический университет) и Германии (Ульмский университет) [15]. В их исследовании показан поперечный срез бумаги, которая состоит из волокон кольцеобразного поперечного сечения (рис. 1.8). Трехмерная модель формируется путем анализа изображений с высоким качеством в сочетании со статистическим расчетом. В результате исследователи получили неплохие результаты по оценке пористости бумаги и картона. Они также оценили массу, шероховатость по Бекку и по Герлею при прессовании бумаги и без него (рис. 1.8).

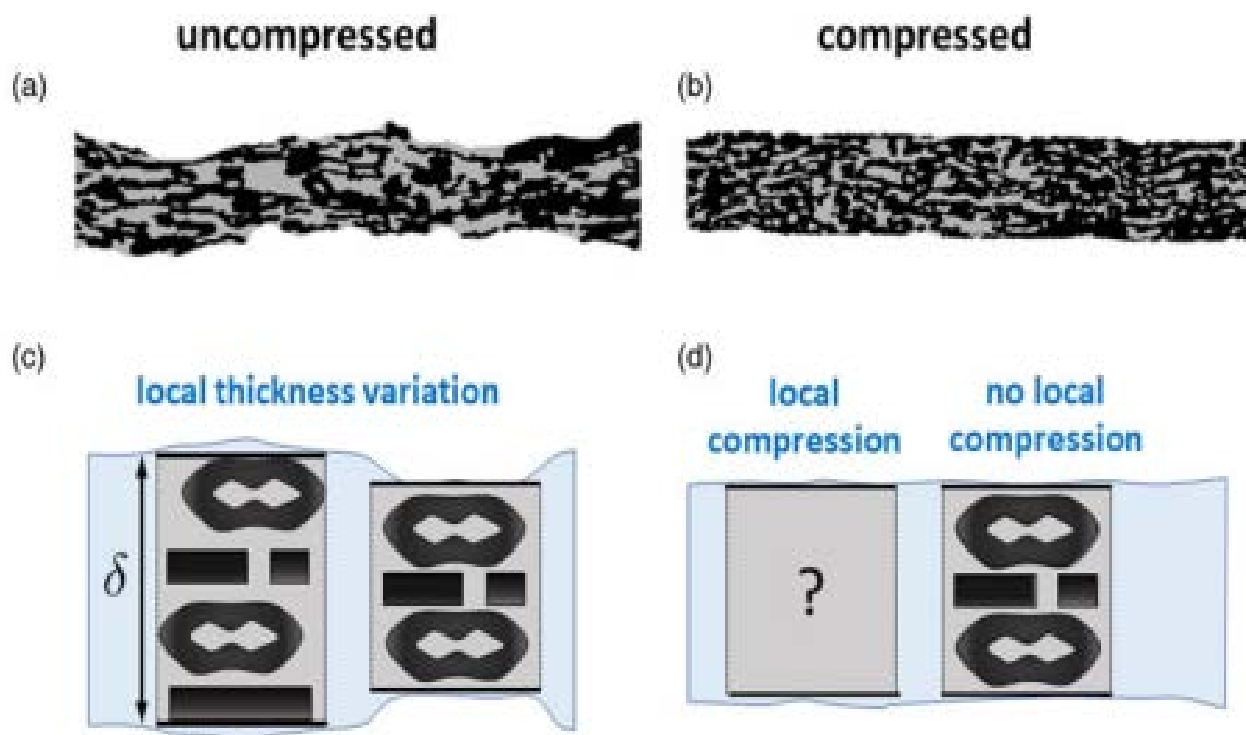


Рис. 1.8. Упрощенный вариант поперечного среза волокна и поперечного среза бумаги

Однако исследователи не представили 3D модель микроструктуры бумаги, вероятно потому, что остановились лишь на поперечном срезе и показатели измеряли по нему.

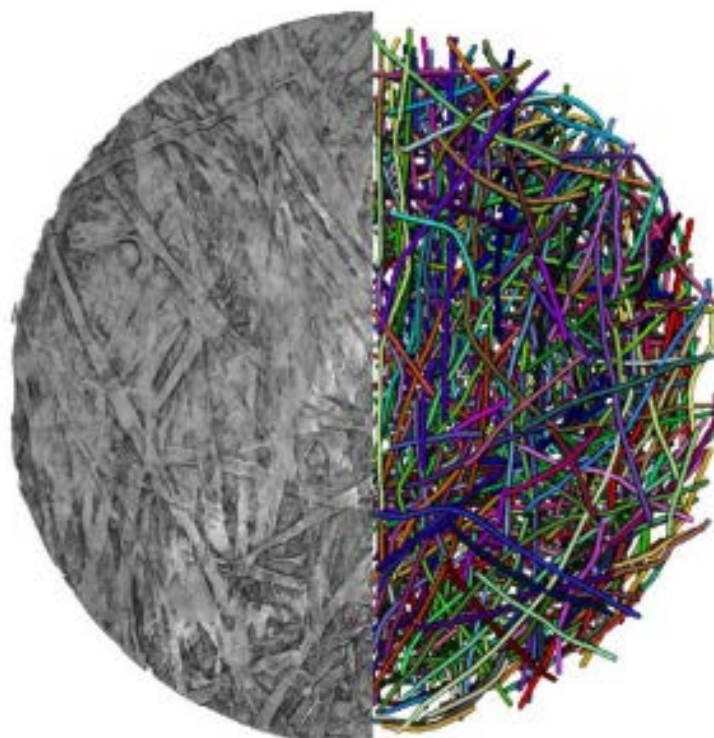


Рис. 1.9. 3D микроструктура волокнистого многофракционного материала

Интересную трехмерную модель микроструктуры волокнистого материала представили ученые из Королевского института технологии (Швеция) [16]. Из рис. 1.9 видно, что разработчики учли различия во фракциях материала. Они представили математический расчет случайных волокнистых сетей, тем самым смоделировав микроструктуру в объеме. Однако следует отметить, что целью их работы не являлось реальное строение микроструктуры волокнистых материалов, и поэтому не представляется возможным оценить необходимые геометрические показатели волокон микроструктуры.

Представленные ранее 3D модели микроструктуры волокнистых материалов не позволяют оценить достоверно объем волокон, их поверхность, а также поверхность контакта волокон. В работе ученых из Дармштадского университета (Германия) представлены 3D модели волокон и поверхности их взаимодействия (рис. 1.10) [17]. Важным результатом является то, что по такой 3D модели можно оценить равномерность распределения этих областей и геометрические параметры.

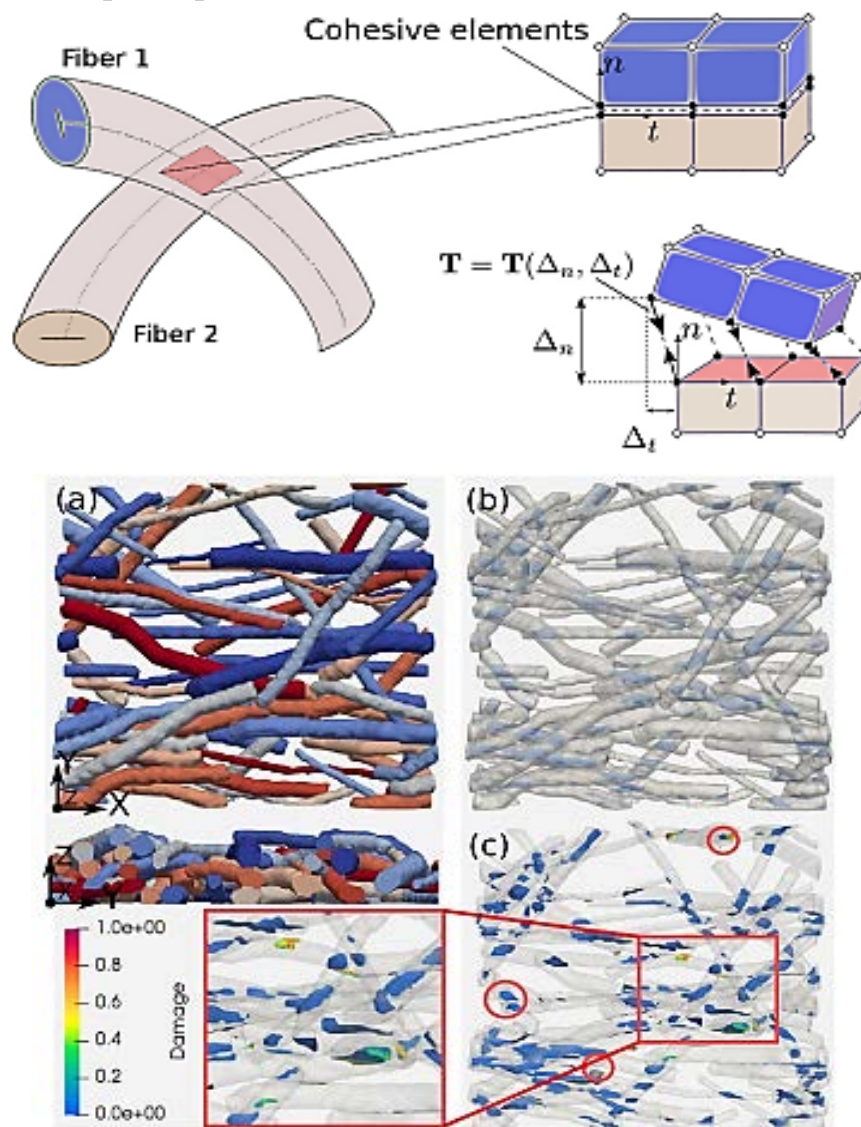


Рис. 1.10. Оценка поверхности контакта волокон в 3D микроструктуре бумаги и картона

На рис. 1.10 синим цветом показаны поверхности, по которым волокна контактируют между собой, что дает возможность косвенно прогнозировать физико-механические характеристики, т. к. чем больше контактирующих поверхностей, тем прочнее будет бумага или картон. На прочность также будет влиять равномерность распределения поверхности контакта.

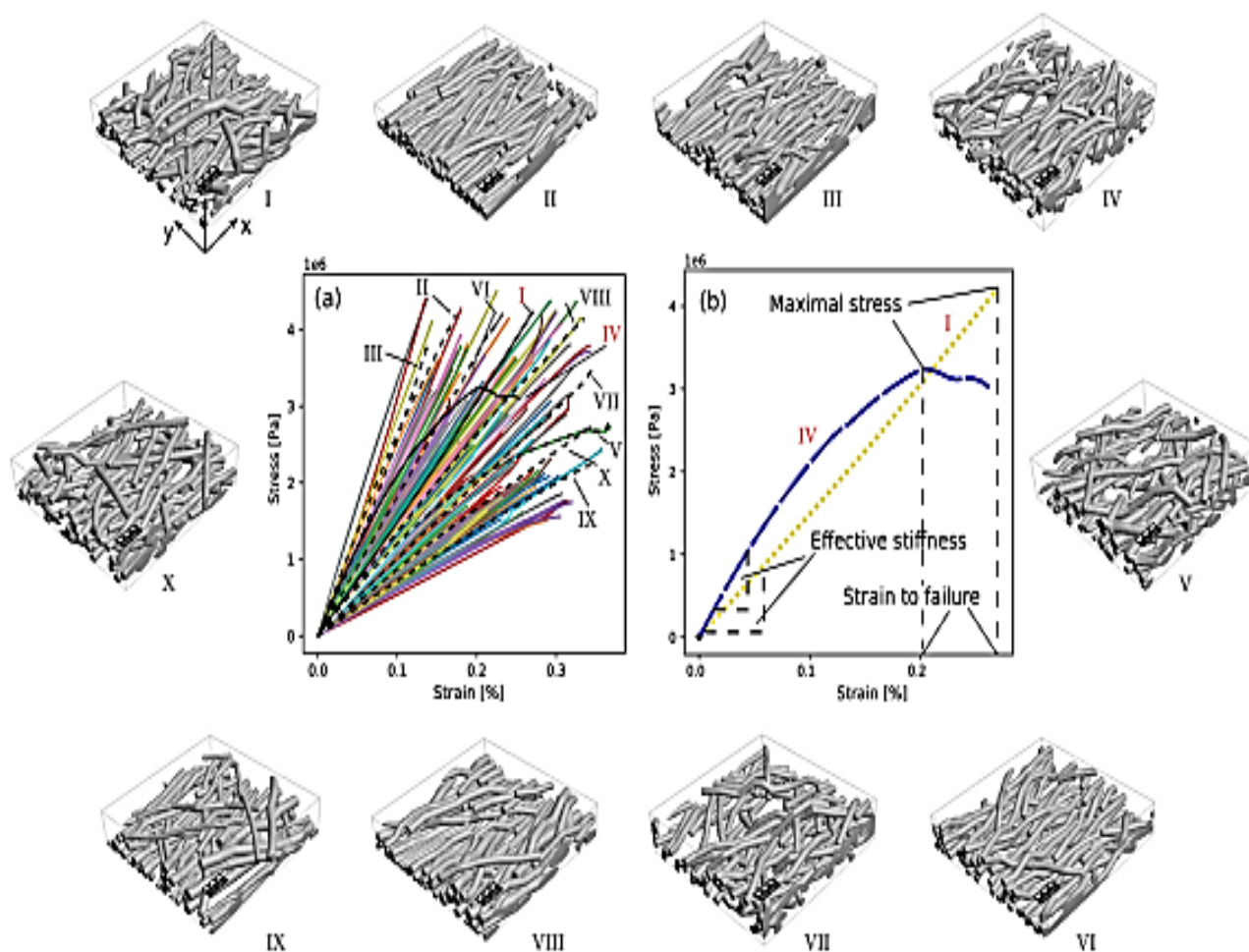


Рис. 1.11. Примеры ориентации волокон в 3D микроструктуре бумаги и картона

Дополнительным положительным моментом работы является построение 3D модели микроструктуры при различной ориентации волокон (рис. 1.11). Для каждого из вариантов были найдены механические характеристики. Основным замечанием является идеальность формы волокон. Если обратить внимание, то волокна в их представлении круглые в сечении, слабо переплетены, поэтому по представленным 3D моделям невозможно достоверно оценить объем материала, площадь поверхности, поверхность контакта волокнистого материала. Для этого необходимо использовать микроструктуру волокон реального материала, изображение поперечного среза, которое выполнено в высоком качестве и может обрабатываться современными графическими

компьютерными программами. Такой срез был получен авторами монографии совместно с учёными ЦНИИ «Прометей» (рис. 1.12) [5-8].

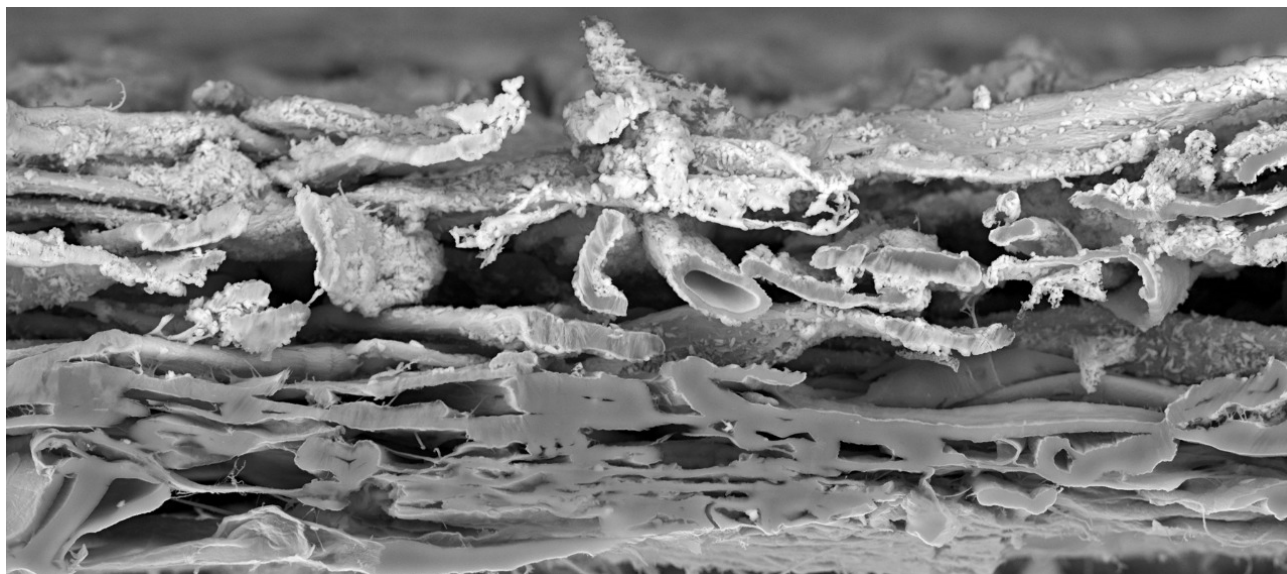


Рис. 1.12. Микроструктура поперечного среза, полученная методом ионного травления

Полученное качественное поперечное сечение может быть использовано для построения 3D микроструктуры бумаги и картона. Для этого рекомендуется на практике использовать метод, представленный в одной из рассмотренных работ [10], где формируется 3D микроструктура волокон по поперечным срезам с учетом сложности их форм. При этом должны быть использованы современные графические компьютерные программы [5-8] с учетом многократного применения технологии ионной резки для получения поперечного среза.

Критический анализ перечисленных выше современных научных исследований в области создания 3D модели микроструктуры волокнистых материалов позволяет оценить их основные положительные и отрицательные моменты с точки зрения достоверного определения объёма волокна и его поверхности, а также сформировать 3D модель в программе, работающей в векторном формате на основе изображений поперечных сечений реальных образцов бумаги и картона, выполненных с высоким качеством.

1.2. Реологические характеристики бумажной массы

На основе анализа исследований по реологии бумажных масс, а также собственных исследований в [18] установлено, что реологические зависимости напряжений от градиента скорости (рис 1.13) характеризуются начальным напряжением сдвига τ_n , при котором масса приобретает текучесть, и значением градиента скорости γ_0 с соответствующим ему напряжением τ_0 , при котором

масса получает основные черты ньютоновской жидкости с практически постоянной вязкостью. На рис. 1.14 приведены зависимости напряжений от градиента скорости массы различной композиции и концентрации, полученные на вискозиметрах с вращающимися внутренними и наружными цилиндрами. На рис. 1.14 также приведена зависимость индекса флокуляции F от окружной скорости цилиндра определенного световым методом:

$$F = \frac{\Delta I}{\bar{I}} \cdot 100\%,$$

где $\Delta I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (I - \bar{I})^2 dt}$ – среднеквадратичная величина пульсаций отраженного света; $\bar{I} = \frac{1}{T} \int_0^T I dt$ – средняя величина отраженного света за время осреднения T .

На рис. 1.13 и рис. 1.14 показаны зависимости вязкости массы от градиента скорости при различной концентрации. На рис. 1.20 представлена зависимость относительной вязкости (отношение вязкости к вязкости суспензии в диспергированном состоянии) от объёмной концентрации.

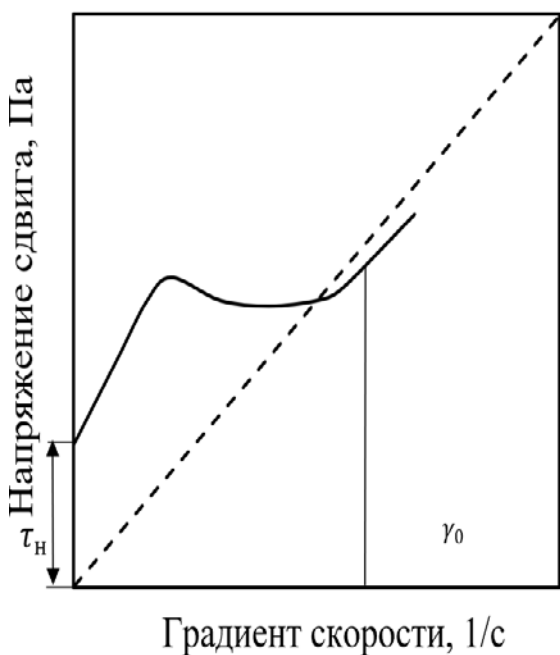


Рис. 1.13. Характерная зависимость напряжения сдвига от градиента скорости

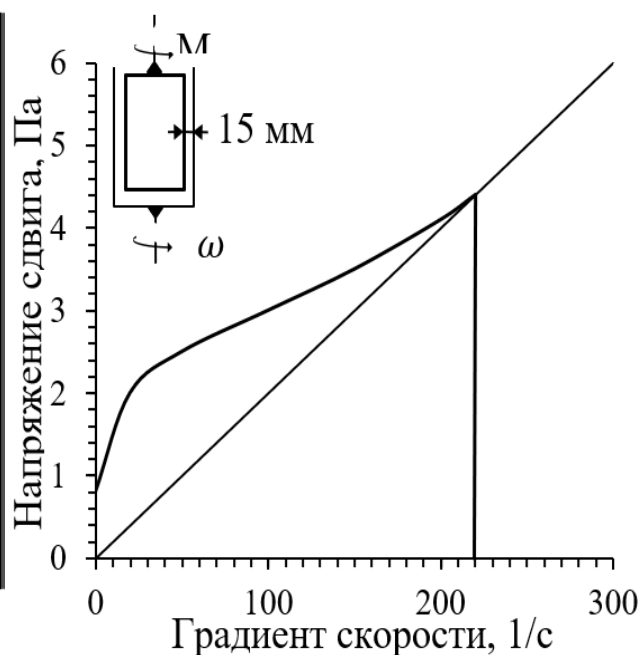


Рис. 1.14. Зависимость напряжений от градиента скорости сульфатной беленой целлюлозы концентрацией 1,1 % [19]

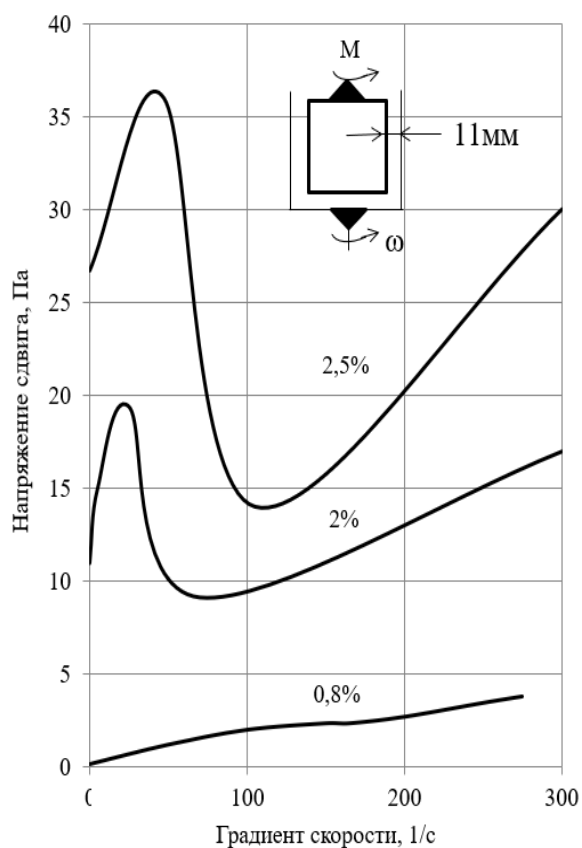


Рис. 1.15. Зависимость напряжений от градиента скорости сульфатной небеленой целлюлозы различной концентрации [20-24]

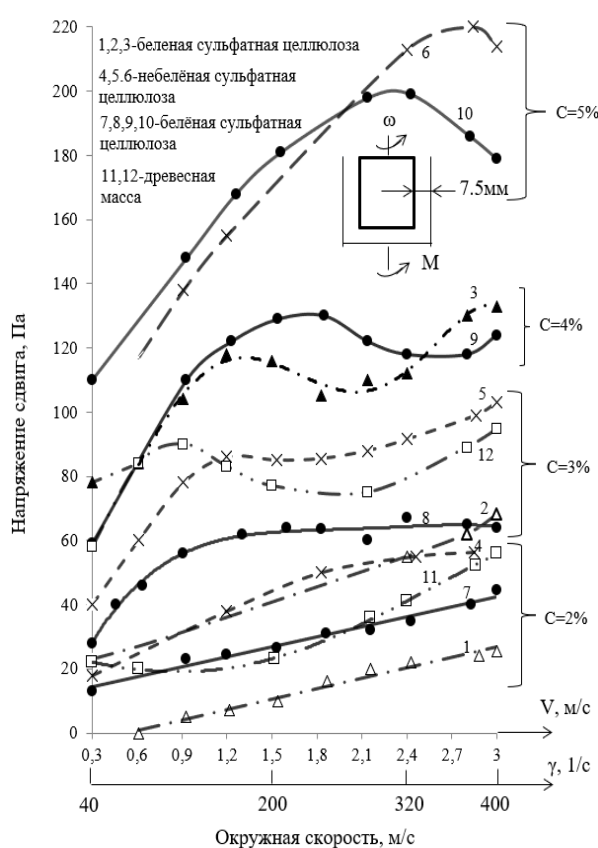


Рис. 1.16. Зависимость напряжений от окружной скорости и от градиента скорости массы различной композиции и концентрации [18]

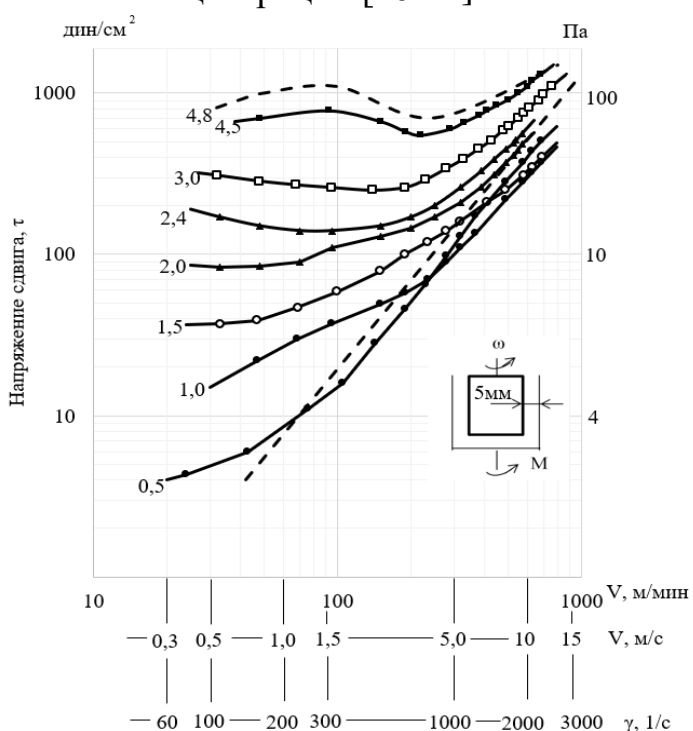
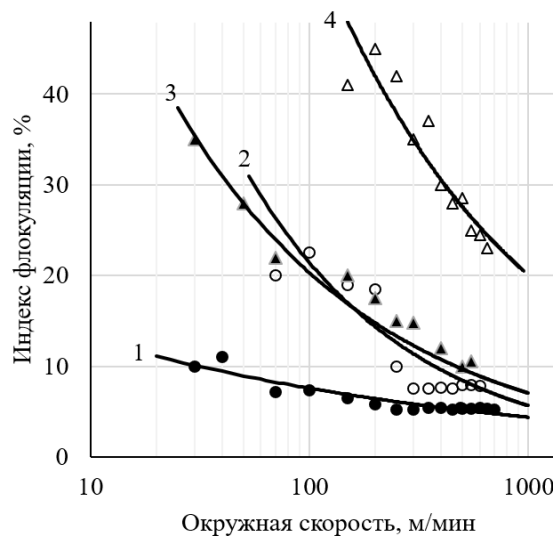


Рис. 1.17. Зависимость напряжений сдвига и индекса флокуляции от окружной скорости цилиндра вискозиметра для сульфатной беленой лиственной целлюлозы [23]



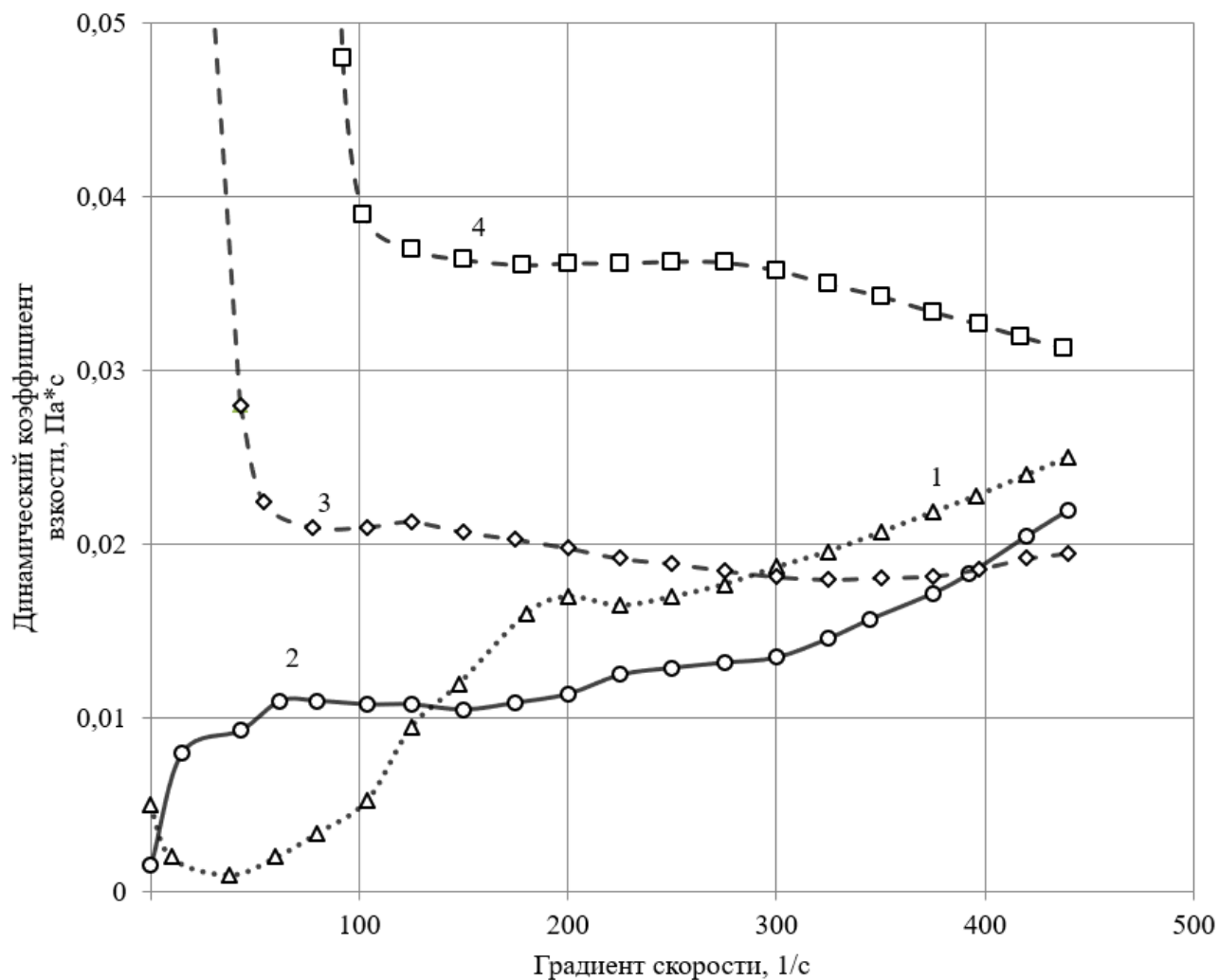


Рис. 1.18. Динамика изменения коэффициента вязкости [24]:
 1 – вода; 2 – волокнистая суспензия $C=0,3\%$;
 3 – волокнистая суспензия $C=0,6\%$; 4 – волокнистая суспензия $C=0,9\%$

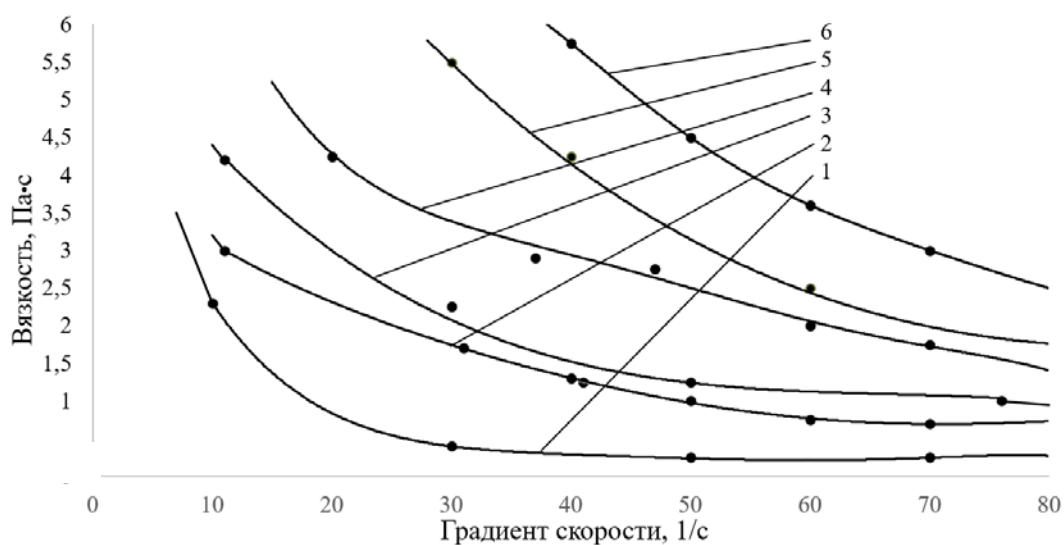


Рис. 1.19. Зависимость вязкости сульфатной небеленой целлюлозы от градиента скорости [19]:
 1 – 2% концентрации; 2 – 2,5%; 3 – 3%; 4 – 3,5%; 5 – 4%; 6 – 4,5%

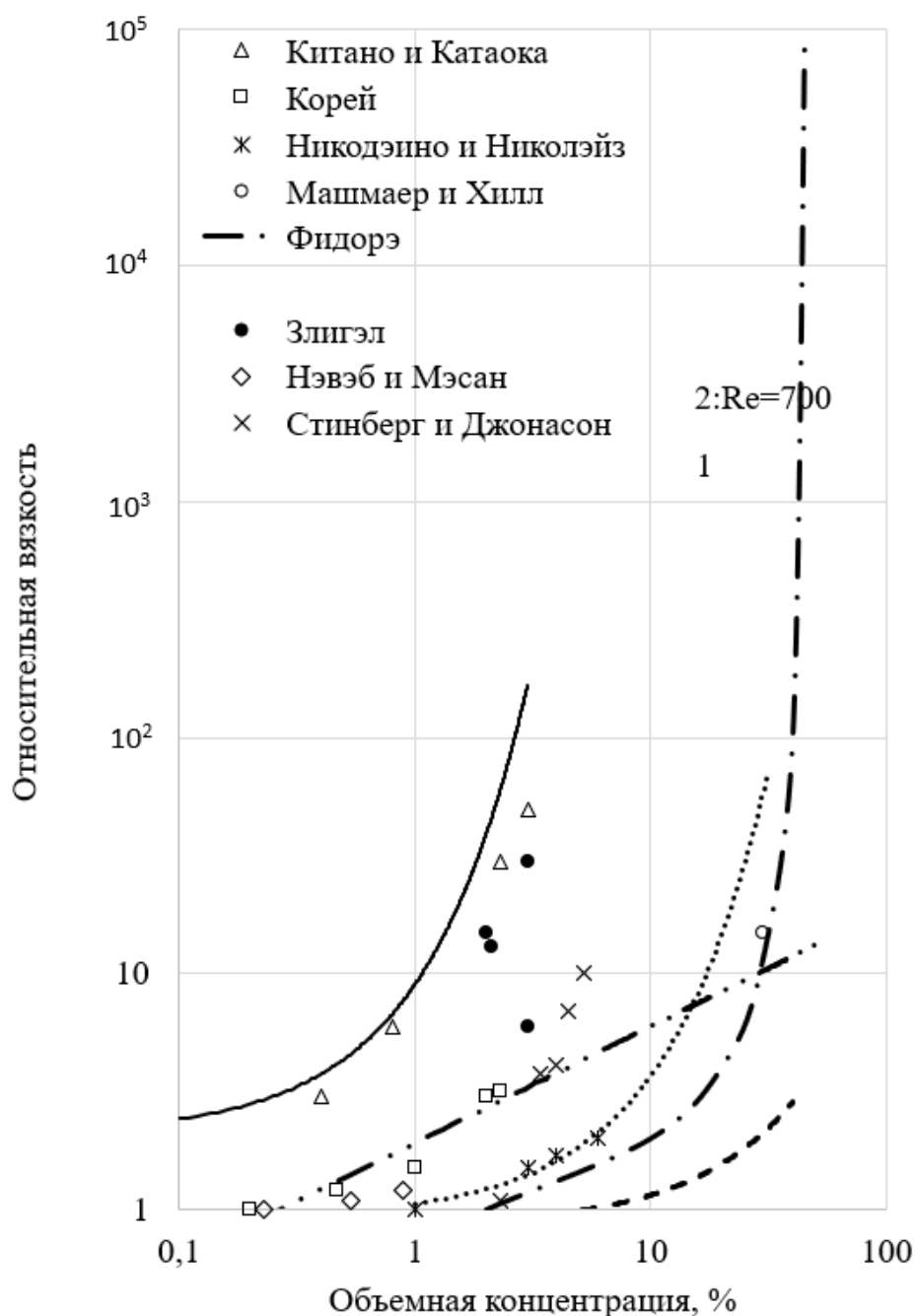


Рис. 1.20. Зависимость относительной вязкости бумажных масс от концентрации согласно данным различных исследований [25]

Обзор реологических моделей бумажной массы [18, 19, 26-31] показывает, что наиболее распространенными являются модели Гершеля–Балкли и О. А. Терентьева. Модель Гершеля–Балкли определяется уравнением:

$$\tau = \tau_n + K \cdot \gamma^n, \quad (1.1)$$

где γ – градиент скорости; τ_n – начальное напряжение сдвига, при котором масса приобретает текучесть; K и n – эмпирические постоянные.

Недостатком модели (1.1) является, как это следует из рис. 1.18-1.20, несоответствие экспериментальным данным при достаточно больших градиентах скорости.

Наиболее точно во всем диапазоне градиентов скорости описывает экспериментальные реологические зависимости модель О. А. Терентьева:

$$\tau = A_1 \cdot e^{\alpha_1 \cdot \gamma} + A_2 \cdot e^{\alpha_2 \cdot \gamma} + A_3 \cdot e^{\alpha_3 \cdot \gamma} + \mu_0 \cdot \gamma, \quad (1.2)$$

где μ_0 – вязкость диспергированной суспензии; γ – градиент скорости; A_i, α_i – эмпирические коэффициенты ($i=2$ или $i=3$ в зависимости от концентрации).

Для оптимизации работы действующего или проектируемого оборудования в ЦБП необходимо иметь не только аналитическую связь между напряжением и градиентом скорости $\tau(\gamma)$, определяемую формулами (1.1) или (1.2), но и более общую аналитическую зависимость напряжения или вязкости от градиента скорости и концентрации массы $\tau(\gamma, c)$. Согласно (1.2), для каждой концентрации массы фиксированной композиции из экспериментальных зависимостей $\tau(\gamma)$ необходимо получить 5 или 7 параметров (A_i, α_i и μ_0), что сильно затрудняет как само определение искомых зависимостей $\tau(\gamma, c)$ или $\mu(\gamma, c)$, так и их физический анализ.

1.3. Экспериментальные и аналитические характеристики течения бумажной массы по трубам

Течению бумажной массы по трубам посвящено большое количество экспериментальных и теоретических работ. Экспериментальные методы базировались на разных способах определения гидродинамических характеристик течения массы в трубах: шаровыми зондами с противодавлением [18], методом ядерно-магнитного резонанса [32-33], электрохимическим методом [34], ультразвуковым методом [35, 36]. Имея расхождения в количественных оценках, качественные оценки течения в трубах в этих работах приводят к одинаковой картине, представленной на рис. 1.21. При небольшой скорости масса течет флокулированным стержнем по всему диаметру трубы (АВ на рис. 1.21), который с увеличением скорости разрушается на стенке трубы, образуя вблизи стенки ламинарный поток, состоящий из отдельных флокул, размер которых постепенно уменьшается (ВС), вследствие чего в диапазоне скорости (СД) ламинарный поток образован из волокон и мелких флокул. В диапазоне скорости (DE) ламинарный поток на стенке переходит в турбулентный, так что в диапазоне скорости (EF) образуется смешанный режим течения, состоящий из флокулированного стержня движущегося на оси трубы и турбулентного кольца, в конце которого стержень распадается на флокулы, а последние частично на волокна (FH).

Зависимости перепада давления от средней скорости, приведенные в [37-41], имеют характерную форму, изображенную на рис. 1.22, при этом

точки смены режимов течения на рис. 1.21 соответствуют точкам, показанным на рис. 1.22. На рис. 1.23. приведены, согласно [42], конкретные зависимости перепада давления от средней скорости в трубе сульфитной небеленой целлюлозы различной концентрации, хорошо согласующиеся с общей зависимостью на рис. 1.22.

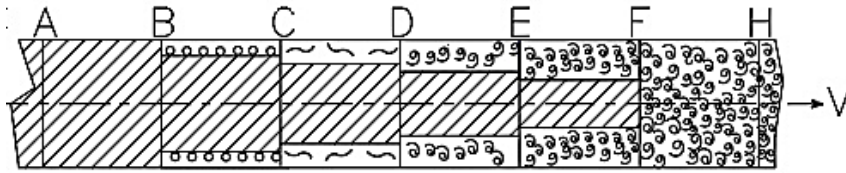


Рис. 1.21. Изменение картины течения бумажной массы в трубе с увеличением средней скорости

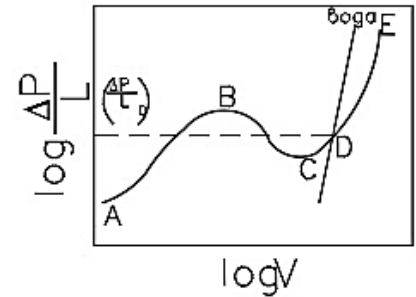


Рис. 1.22. Зависимость перепада давления на единицу длины трубы от средней скорости массы и воды

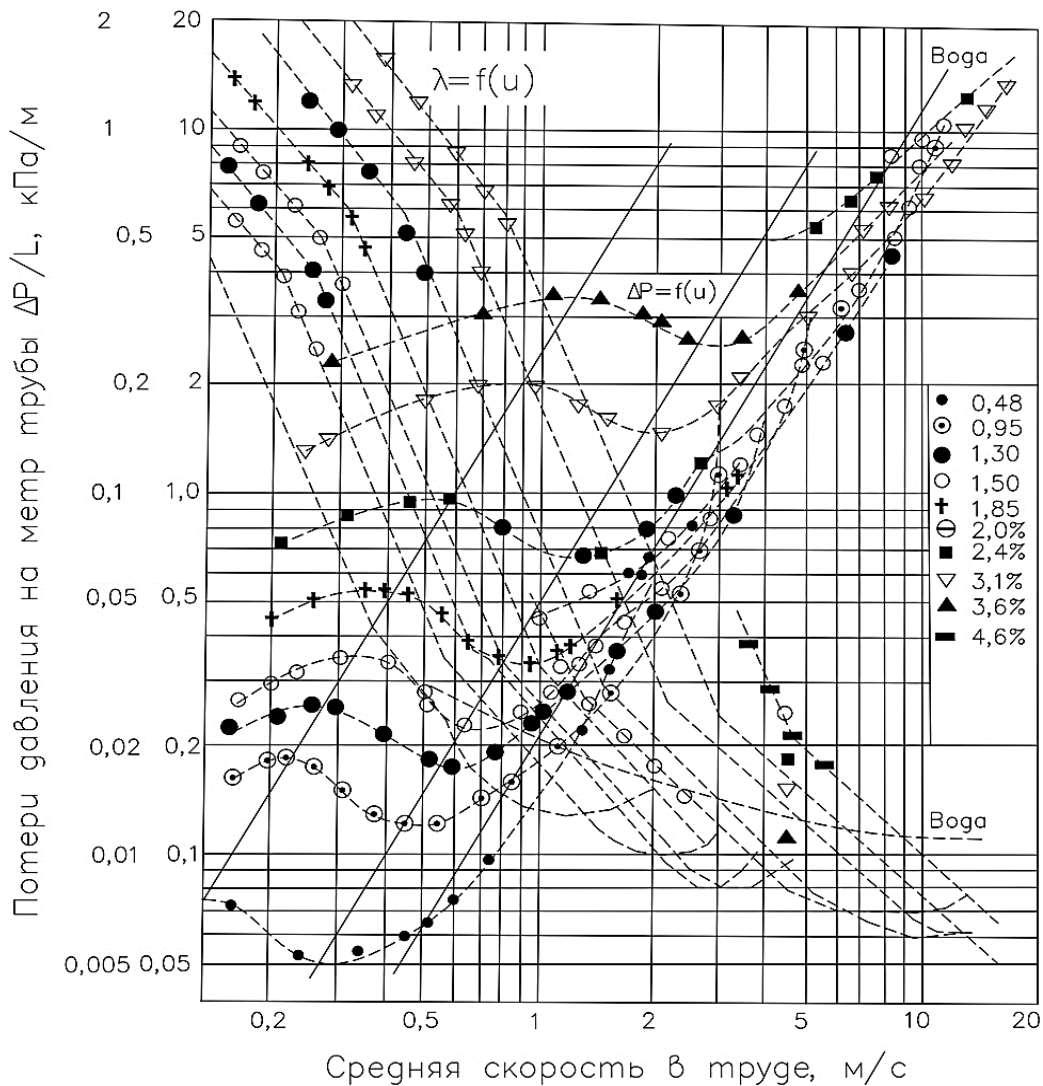


Рис. 1.23. Зависимость потерь давления и коэффициента сопротивления трения от средней скорости СФИ в трубе диаметром 0,052 м

Аналитическое описание распределения скорости бумажной массы в трубах и зависимости потерь напора от средней скорости базируется на эмпирических формулах с использованием реологических характеристик. В работе [18] приведено распределение скоростей в трубе с использованием реологической зависимости (1.2):

$$u(y) = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{R^2}{4(\mu - \sum_{k=1}^{n+k} A_k \cdot \alpha_k)} \cdot \left(1 - \frac{y^2}{R^2}\right), \quad (1.3)$$

где μ – вязкость массы в диспергированном состоянии; $u(y)$ – распределение скорости по радиусу трубы R .

При $\sum_{k=1}^{n+k} A_k \cdot \alpha_k = 0$ формула (1.3) переходит в известную форму Пуазейля для ламинарного режима течения ньютоновской жидкости. Формула (1.3) не согласуется с картиной распределения скоростей на рис. 1.21. В [18] также не представлена зависимость перепада давления от средней скорости, аналогичная рис. 1.22, согласующаяся с реологической характеристикой (1.2).

В работах [42–44] для расчета потерь давления бумажной массы в трубах предложена критериальная зависимость:

$$\frac{\tau}{\tau_D} = f[Eu^n, (Re_w)^m], \quad (1.4)$$

$$\tau = \frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{d}{4}; \quad \tau_D = \left(\frac{\Delta P}{L}\right)_D \cdot \frac{d}{4}; \quad Eu = \frac{\tau_D}{\rho V^2}; \quad Re_w = \frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu_w},$$

где μ_w – вязкость воды; $\left(\frac{\Delta P}{L}\right)_D$ – точка пересечения зависимостей перепада давления для воды и массы (рис. 1.22); τ_D – соответствующее этой точке напряжение сдвига; n и m – экспериментальные показатели степени.

Аналитическая зависимость (1.4) для ламинарного режима хорошо описывает экспериментальные зависимости на рис. 1.22, но, являясь эмпирической зависимостью (поскольку не использует реологические характеристики массы), не позволяет определить распределение скорости аналогичное рис. 1.21, а также спрогнозировать изменение функциональных зависимостей при изменении концентрации массы.

Для практического аналитического расчета потерь давления или напора в трубах используются эмпирические зависимости [45–48]:

$$\frac{\Delta H}{L} = \frac{\Delta P}{L \cdot \rho \cdot g} = K \cdot V^\alpha \cdot C^\beta \cdot d^n, \quad (1.5)$$

где V – средняя скорость; C – концентрация массы; d – диаметр трубопровода; k, α, β, n – эмпирические коэффициенты.

Зависимости (1.5) позволяют по ряду экспериментальных характеристик для разных труб и различных концентраций массы, определив коэффициенты, спрогнозировать потери напора для любой концентрации в ламинарном режиме

течения, но не позволяют оценить физическую картину течения, изображенную на рис. 1.21

Известны полуэмпирические модели [41, 49, 50], где распределение скорости и перепад давления в трубах описывается уравнениями:

$$\mu \frac{\partial u}{\partial r} + (f_1 \cdot u_s^{e-1} + f_2) \cdot u_s = 0; \quad (1.6)$$

$$V = \left(\frac{\Delta P}{L} \cdot \frac{R}{2} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{n}{3n+1} \cdot R + u_s, \quad (1.7)$$

где u_s – скорость на стенке трубы; μ – средняя вязкость массы; f_1, f_2, e – коэффициенты, n – параметр реологического уравнения, из которого определяется средняя вязкость.

Для использования модели (1.6) – (1.7), как показано в [50], для каждой концентрации необходимо подбирать 5 коэффициентов, что делает затруднительным ее применение.

Таким образом, отсутствуют модели течения бумажной массы в трубе, основанные на реологических характеристиках, позволяющие спрогнозировать распределение скорости, разрушение волокнистого стержня и перепад давления при изменении концентрации массы.

1.4. Статистические параметры дисперсности бумажной массы

Высокий уровень дисперсности массы при напуске на сетку машины является одним из необходимых условий качественного формования и, соответственно, высокого качества бумажного полотна, что иллюстрируют рис. 1.24 и 1.25, согласно [51, 52].

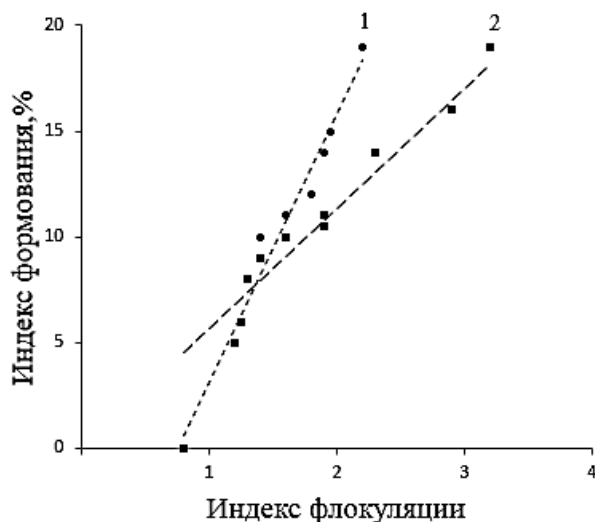


Рис. 1.24. Зависимость индекса формования от индекса флокуляции для неразмолотой (1) и размолотой (2) сосновой целлюлозы

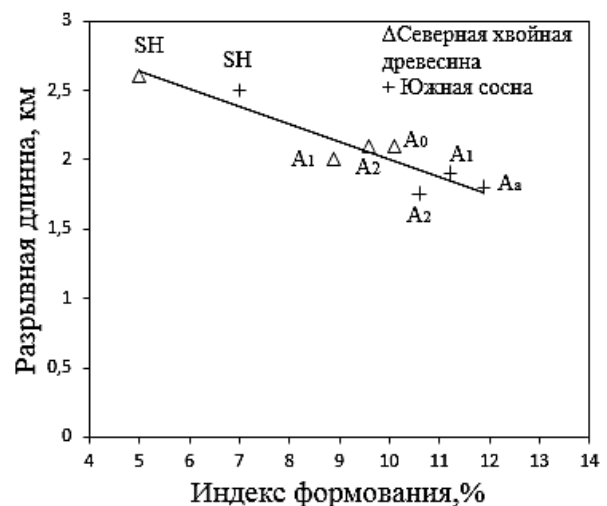


Рис. 1.25. Зависимость разрывной длины бумаги от индекса формования

Тенденцию к снижению флокуляции в массе обуславливают следующие основные факторы (исключая химические):

- снижение концентрации;
- снижение длины волокна;
- повышение скорости машины;
- повышение турбулентности потока.

Первые два параметра определяют потенциальную способность волокон объединяться во флокулы и, согласно [53-55], характеризуются числом облачности (crowding number) n_{cr} :

$$n_{cr} = \frac{2}{3} A^2 \cdot C_w = \frac{2}{3} \left(\frac{\ell}{d_b} \right)^2 \cdot C_w, \quad (1.8)$$

где C_w – объемная концентрация; ℓ , d_b – длина и толщина волокна.

А также фактором облачности N_c :

$$N_c = \frac{5 \cdot C_m \cdot \ell^2}{\omega}; \quad \omega = \frac{\ell}{g_b}, \quad (1.9)$$

где C_m – массовая концентрация, %; ℓ – длина волокна, м; ω – грубость волокна, кг/м; g_b – масса волокна, кг.

Размер флокул D_f в массе, находящейся в покое, можно оценить по уравнению [56]:

$$D_f = \frac{\ell}{2} \left(1 + \frac{n_k}{3} \right), \quad (1.10)$$

где n_k – число контактов волокон, ℓ – длина волокна.

Оценка облачности в бумаге производится по различным индексам. Наиболее распространенный и простой, но наименее точный – это индекс формования CV, представляющий стандартные отклонения локального веса бумаги отнесенное к среднему весу образца. Недостаток этого индекса состоит в том, что он может быть одинаков для совершенно разных флокульных структур. Более точный индекс связывает индексы формования коммерческих бумаг CV и лабораторных отливок, сделанных при низкой концентрации массы CV_г [54]:

$$n_f = \frac{CV}{CV_g}. \quad (1.11)$$

На рис. 1.26 представлены масштабные весовые диаграммы флокульной структуры высокосортной и газетной бумаг, а также ручных отливок, полученных при нормальной и низкой концентрации. На рис. 1.27 представлены зависимости индекса формования n_f согласно (1.11), для тех же бумаг и отливок от средней массы флокул.

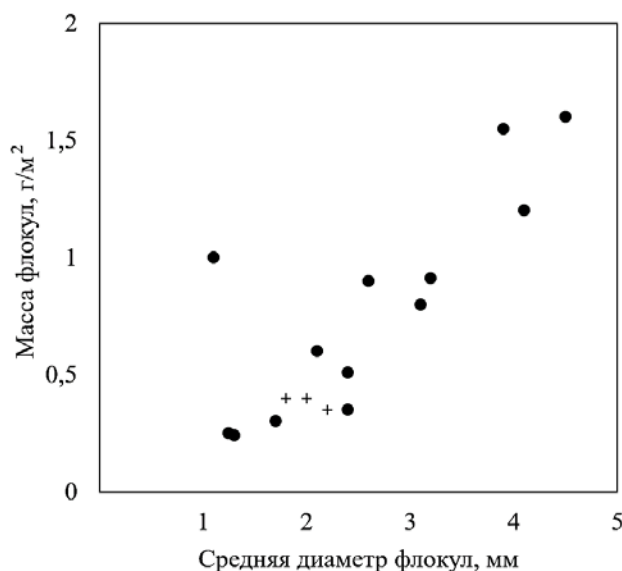


Рис. 1.26. Зависимость массы флокул от их размера для бумаг и отливок

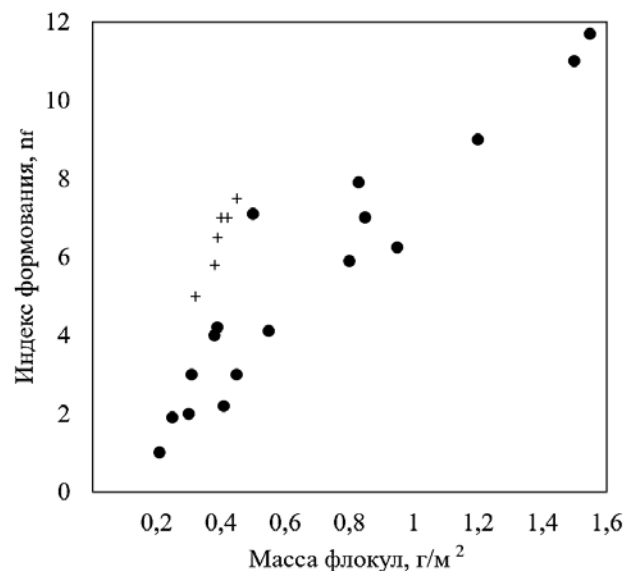


Рис. 1.27. Зависимость индекса формирования от массы флокул для бумаг и отливок

Кроме упомянутых индексов, существуют более сложные индексы формирования [57, 58]. Несмотря на разнообразие количественных оценок флокуляции, из приведенных параметров следует, что размер флокулы коррелирует с ее массой и качеством полотна. В свою очередь, согласно (1.9) и (1.10), основными параметрами, определяющими размер флокул, являются половина длины волокна, как наименьший размер флокул $D/\ell = 0,5$ при числе контактов n_k равным нулю, и концентрация массы.

1.5. Диспергирование флокул в ламинарном режиме течения

Процесс диспергирования флокул в ламинарном режиме течения обуславливается градиентом скорости и рассмотрен в ряде работ.

Согласно [18], условием полностью диспергированного течения в трубах является выражение:

$$\gamma = \frac{V \cdot 2}{D} \geq \gamma_{кр}, \quad (1.12)$$

где $\gamma_{кр}$ — значение градиента скорости, взятое из реологической характеристики, при котором вязкость массы становится постоянной.

Выражение (1.12) определяет ориентировочную картину дисперсности потока, но не учитывает процесс диспергирования флокул, движущихся на оси трубы, где градиент скорости равен нулю.

Модели процесса диспергирования флокул в ламинарном режиме течения рассмотрены в работах [59-69], согласно которым флокулы под действием сдвиговых усилий сначала дробятся на более мелкие, размер которых уменьшается вследствие отрыва от них волокон. Эти два основных механизма разрушения флокул иллюстрируются на рис. 1.28 и рис. 1.29 [63]. Показанная

картина течения на рис. 1.28 и на рис. 1.29, соответственно, является промежуточным и окончательным этапами процесса диспергирования упакованных флокул, когда они еще не окружены достаточно большими объемами свободных волокон. Однако дальнейший процесс диспергирования свободных флокул в работах не рассмотрен. Кроме того, не определена связь между реологическими параметрами массы различной концентрации и размерами флокул.

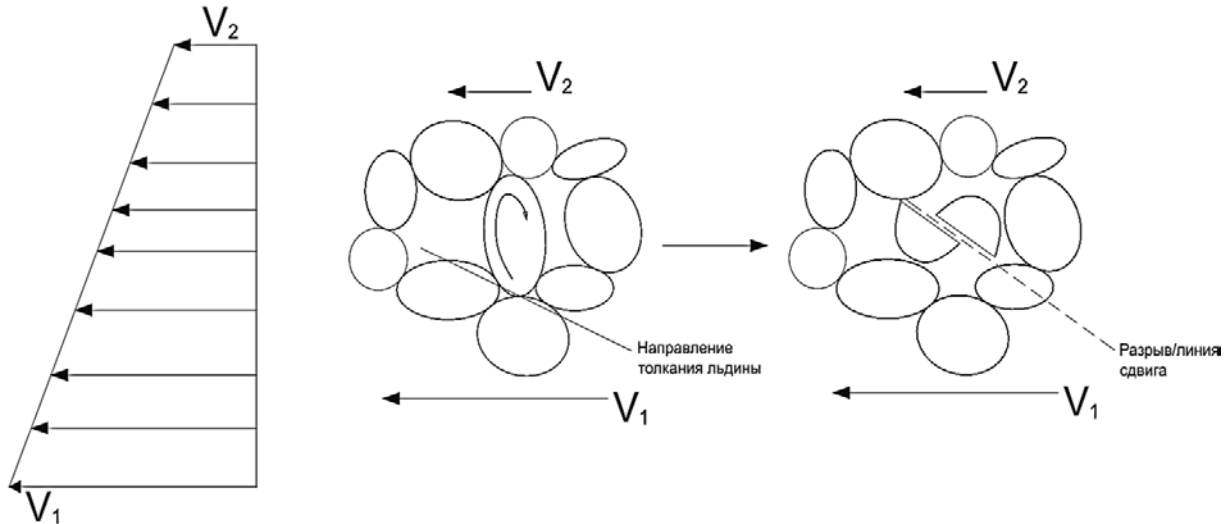


Рис. 1.28. Схема дробления флокул в промежуточной стадии структурного течения массы

В [70] при помощи нового матричного оптического анализатора определена связь между индексом флокуляции и средним градиентом скорости в плоском канале для термомеханической массы с разной степенью гибкости волокна (рис. 1.30), однако не приводится аналитическое описание процесса диспергирования флокул.

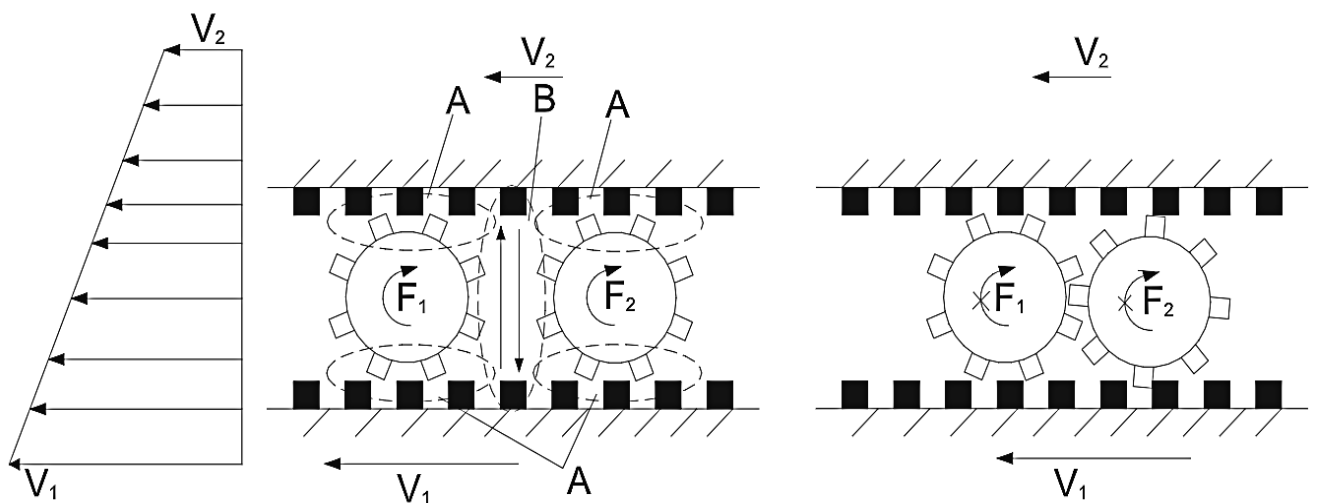


Рис. 1.29. Схема поверхностного диспергирования флокул в конечной стадии структурного течения

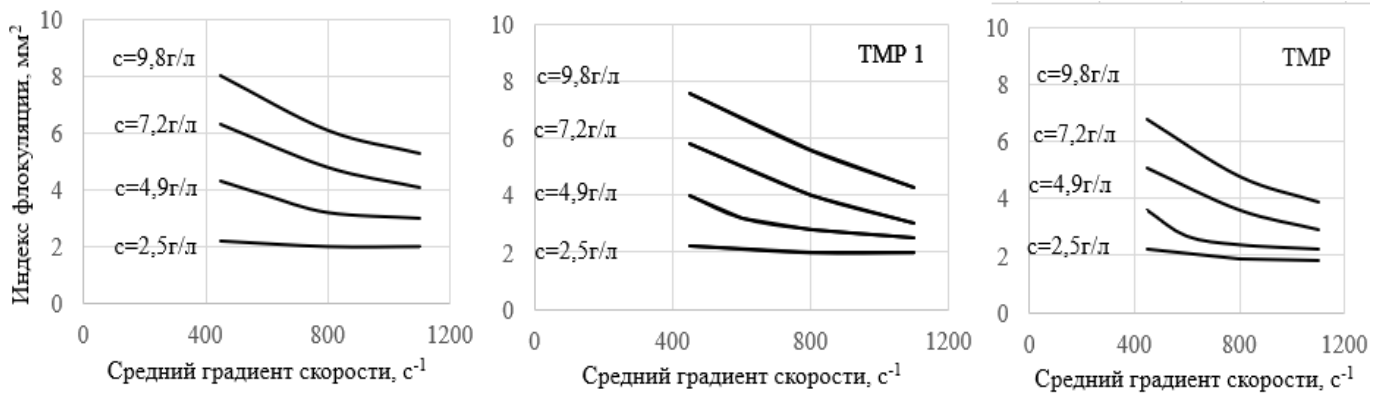


Рис. 1.30. Зависимость индекса флокуляции (мм²) от среднего градиента скорости (с⁻¹) для термомеханической массы различной концентрации (г/л) и различной гибкости (N⁻¹м⁻²)·10⁻¹¹: ТМРО-1,1; ТМР1-1,3; ТР2-1,7

Аналитические зависимости изменения размера флоккул d_f от градиента скорости γ сводятся, согласно литературному обзору по флокуляции [71], к эмпирическому выражению:

$$\log d_f = \log A - B \cdot \log \gamma, \quad (1.13)$$

где A и B – коэффициенты, зависящие от композиции и концентрации массы.

Эмпирическая зависимость (1.13) хорошо описывает экспериментальные данные, но не связывает гидромеханические и реологические параметры массы.

1.6. Диспергирование массы в турбулентном режиме течения

Большое количество исследований посвящено влиянию параметров турбулентности на процессы диспергации массы при напуске и формировании. Сложность аналитического описания процессов диспергирования возрастает в связи с изменением некоторых параметров турбулентного течения массы по сравнению с ньютоновскими жидкостями [72-75]. Согласно [74], для бумажной массы фактор трения ϕ_m трубы выражается формулой:

$$\phi_m = \left[\frac{1}{K} \ln \left(\frac{ReK}{\ln Re - 8,361 + 14K} \right) + \left(14 - \frac{5,6}{K} \right) \right]^{-2} \cdot \exp \left\{ - \left(\frac{59,4}{\ln Re - 1,34} \right) / 1000 K^2 \right\}, \quad (1.14)$$

где K – постоянная Кармана, Re – число Рейнольдса.

Согласно [75], пристеночное распределение скорости для бумажной массы выражается уравнением:

$$y^+ = u^+ + e^{-Kc} \left[e^{Ku^+} - 1 - Ku^+ - \frac{(Ku^+)^2}{2} - \frac{(Ku^+)^3}{3} \right], \quad (1.15)$$

где $y^+ = \frac{u_\tau}{\nu} \cdot y$ – безразмерная координата; $u^+ = \frac{u}{u_\tau}$ – безразмерная скорость; u_τ – динамическая скорость; $k=0,41$ и $C=5,0$ – коэффициенты.

В работах [76-78] предложены теоретические модели сил, возникающих внутри флокул, представляющих соединение нескольких волокон, но эти модели не были апробированы в реальных конфигурациях каналов и не представляют практической ценности.

В работах [79-85] модели флокуляции представлены в виде флуктуаций концентрации и не включают в себя главный параметр флокул – их размер, что делает затруднительным применение этих моделей для массонапуска и формирования.

Численные методы расчета флокуляции в турбулентных течениях основываются на нескольких основных теоретических концепциях. Первая концепция использует основные уравнения механики многофазных сред [86] и оперирует функциями распределения частиц по размерам, плотности и скорости движения [87], что делает малореальным использование этой модели для исследования механизма разрушения и восстановления флокул. Поэтому при использовании этой модели распределение флокул по плотности и скорости берется одинаковым для всех размеров флокул [88]. Вторая концепция является моделью разрушения флокул и базируется на модели, аналогичной модели разрушения пузырей [89], основывающейся на теории изотропной турбулентности. Хотя турбулентность, в общем, в аппаратах не является изотропной, согласно [90] с достаточной степенью точности во многих технических приложениях ее можно считать локально изотропной. Кроме того, концепция использует опытный факт, что вихри, способные разрушить флокулу, должны иметь масштаб меньше, чем размер флокулы. При этих условиях распад флокул, имеющих объем W_m на две флокулы, одна из которых имеет объем W_n , описывается уравнениями [88]:

$$g(W_m, W_n) = C_B \cdot 0,923 N_m (1 - \alpha) \left(\frac{\varepsilon_c}{d_m^2} \right)^{\frac{1}{3}} \int_{\xi_{min}}^1 \frac{1+\xi}{\xi^{1/3}} e^{-\chi} d\xi,$$

$$\text{где } \chi = \frac{12\sigma \left[f_{BV}^{1/3} + (1-f_{BV})^{2/3} - 1 \right]}{13\rho \cdot \varepsilon_c^{2/3} \cdot d_m^{5/3} \cdot \xi^{11/3}}. \quad (1.15)$$

Уравнения (1.15) связывают размер флокулы d_m , в которых волокна обладают силами сцепления σ , с размером турбулентных вихрей ξ , с напряжениями, характеризующимися диссипацией ε_c . Остальные параметры определяются экспериментальным путем и подбором коэффициентов, при которых (1.15) совпадает с экспериментальными данными.

Третья концепция оперирует коагуляционными (рефлокуляционными) параметрами. Известны [91] три основных механизма коагуляции: турбулентность, плавучесть и разница в скорости частиц. Доминирующими параметрами, определяющими коэффициент коагуляции при напуске, являются

турбулентные и коагуляционная эффективность θ_{mn} , согласно [88], определяющиеся уравнениями:

$$\begin{aligned}\theta_{mn} &= C_{CT} \cdot A_{mn} \sqrt{U_{tm}^2 + U_{tn}^2} ; \\ A_{mn} &= \frac{\pi}{4} (d_m + d_n)^2 ; \\ U_{tm} &= \sqrt{2} \cdot \varepsilon_c^{1/3} \cdot d_m^{1/3} ,\end{aligned}\tag{1.16}$$

где C_{CT} – турбулентный коагуляционный коэффициент, определяющий способность частиц к коагуляции; A_{mn} – коагуляционная площадь контактов частиц размерами d_m и d_n ; U_{tm} – скорость частиц размерами d_m .

Таким образом, для определения динамики изменения флокульной структуры численным методом, базирующимся на приведенных трёх концепциях флокуляции, необходимо экспериментальным путем определить двенадцать параметров, причем пять из них для конкретной конфигурации потока массы, что делает крайне затруднительным применение этого метода для прогнозирования степени дисперсности массы при изменении ее концентрации, геометрии каналов и скорости течения.

В работах [92-106] рассмотрен специальный механизм диспергирования флокул, базирующийся на энергетическом спектре турбулентности и использующий вышеприведенную концепцию, что турбулентные вихри размером больше, чем флокулы, способствуют рефлокуляции, а вихри размером меньше флокулы диспергируют ее, если их энергии достаточно, чтобы преодолеть силы сцепления во флокуле. Как показано в [105, 64], флокулы в турбулентном потоке будут распадаться до размера вихря d_i , энергии которого будет недостаточно для разрушения флокулы. Это условие выражается неравенством:

$$\tau_i = \rho \int_{K_i}^{\infty} E_{\tau}(k) dk \leq \tau_L ,\tag{1.17}$$

где τ_L – критическое напряжение сдвига, определяющееся из реологической характеристики; K_i – волновое число, соответствующее вихрю размером d_i ; $E_{\tau}(k)$ – спектр касательных напряжений, по волновым числам соответствующий турбулентным напряжениям сдвига τ_i :

$$\tau_t = \rho \int_0^{\infty} E_{\tau}(k) dk .\tag{1.18}$$

Спектр касательных напряжений $E_{\tau}(k)$ связан с энергетическим спектром $E(k)$ формулами Чена и Гейзенберга [90]:

$$\int_0^K E_{\tau}(k) dk = -\psi \left[2 \int_0^K k^2 E(k) dk \right]^{1/2} ,$$

$$\text{где } \psi = \alpha \int_K^\infty \sqrt{\frac{E(k)}{k^3}} dk, \quad \alpha = 0,8. \quad (1.19)$$

Микромасштаб турбулентности λ_g определяется согласно формуле:

$$\lambda_g = u' \left[\int_0^\infty k^2 E(k) dk \right]^{-1/2}, \quad (1.20)$$

где u' – пульсационная скорость.

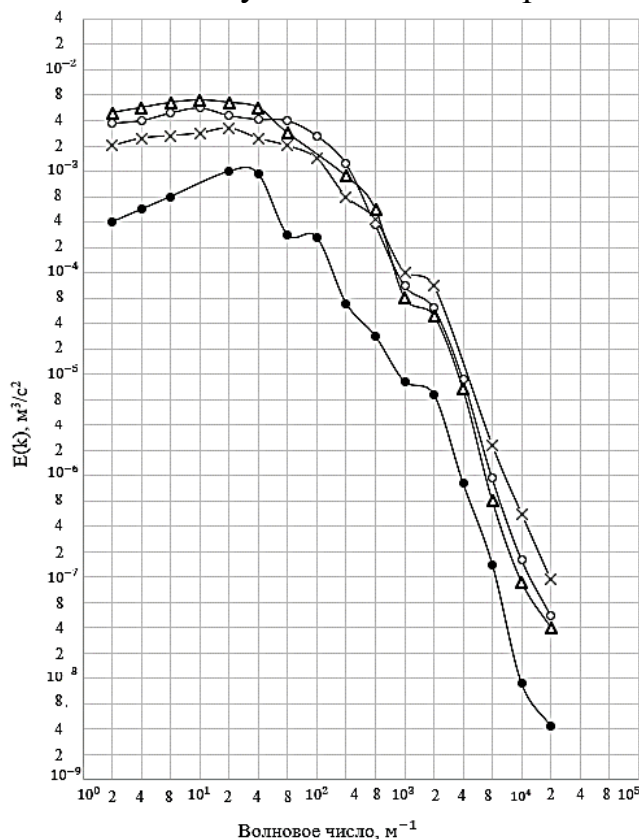


Рис. 1.31. Энергетический спектр $E(k)$:
1, 2, 3 – соответственно, для воды и масел концентрацией 2 и 3,3 %; в зоне поворота потока; 4 – для воды на расстоянии 0,45 м от зоны поворота

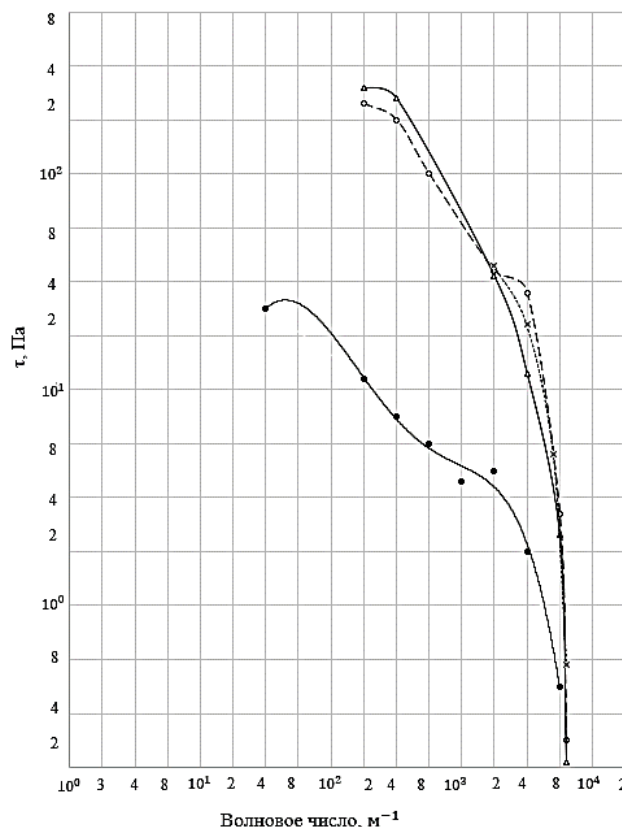


Рис. 1.32. Зависимость напряжений τ_i от волновых чисел k_i для условий на рис 1.31; τ_L – реологическое критическое напряжение сдвига для массы 2 %

На рис. 1.31 представлены энергетические спектры массы $E(k)$ концентрацией 2 и 3,3 % и воды при резком повороте потока на 90° , и воды на расстоянии 0,45 м от зоны поворота при средней скорости 6,6 м/с; а на рис. 1.32 значения напряжений τ_i турбулентных вихрей в зависимости от волнового числа k_i , вычисленных по формулам (1.19) и (1.17) согласно энергетическим спектрам на рис. 1.31. Значение критического напряжения τ_L , показанного на рис. 1.32, определяет волновое число k_i и тем самым размер флоккулы $d_i \approx 1/k_i$.

Из анализа работ [92-105] следует, что поперечный микромасштаб λ_g турбулентных диссипативных вихрей эквивалентен размеру флоккул в

рассматриваемой области течения, если флоккулы перед поступлением в эту область были уже диспергированы до размера менее 6 мм. Приведенные работы раскрывают спектральный механизм разрушения флокул, но поскольку энергетический спектр целиком не моделируется [90, 106], применение энергетического спектра для прогноза флокуляции затруднительно.

В работе [107] показано, что в диспергированном состоянии зависимость вязкости массы μ_s от концентрации C_v хорошо аппроксимируется зависимостью:

$$\mu_s = \mu_c(1 + \alpha \cdot C_v^n), \quad (1.21)$$

где μ_c – вязкость несущей фазы; α , n – экспериментальные коэффициенты.

1.7. Характеристики течения массы в напорном ящике

Напорный ящик должен [108] обеспечить равномерность профиля скорости по ширине в напускаемой на сетку струе массы; стабильность напуска и высокую степень дисперсности. На рис. 1.33 представлен напорный ящик с перфовалами, предназначенный для низкоскоростных машин, в среднем до 500 м/мин; а на рис. 1.35 – напорный ящик с его элементами, предназначенный для скоростных машин.

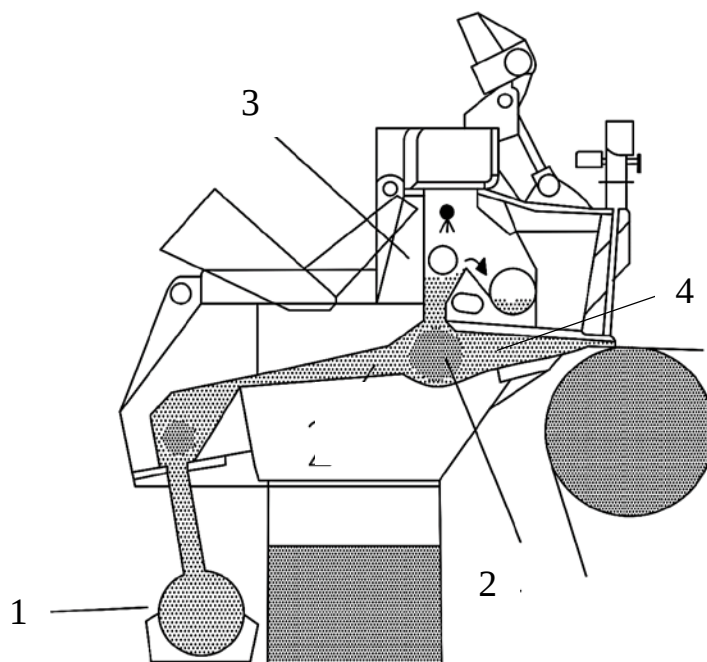


Рис. 1.33. Напорный ящик на низкоскоростные машины:
1 – коллектор; 2 – перфовал; 3 – перелив; 4 – конфузорный канал с напускной губой

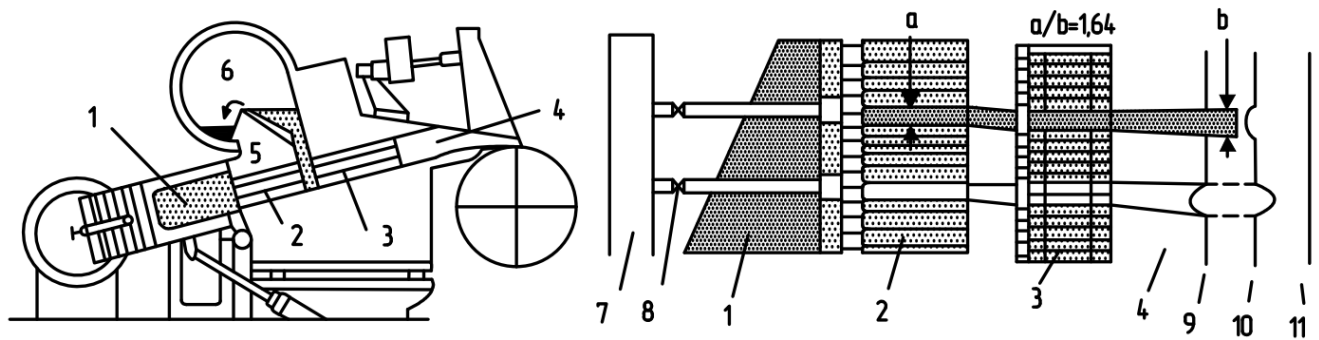


Рис. 1.34. Скоростной напорный ящик с дополнительной системой выравнивания профиля массы m^2 обратной водой:
 1 – коллектор; 2 – трубки; 3 – блок ступенчатых диффузоров; 4 – напускной канал; 5 – перелив; 6 – воздушная подушка; 7 – коллектор обратной воды на разбавление; 8 – клапаны регулировки подачи обратной воды на разбавление; 9 – профиль скорости; 10 – профиль концентрации; 11 – профиль массы m^2

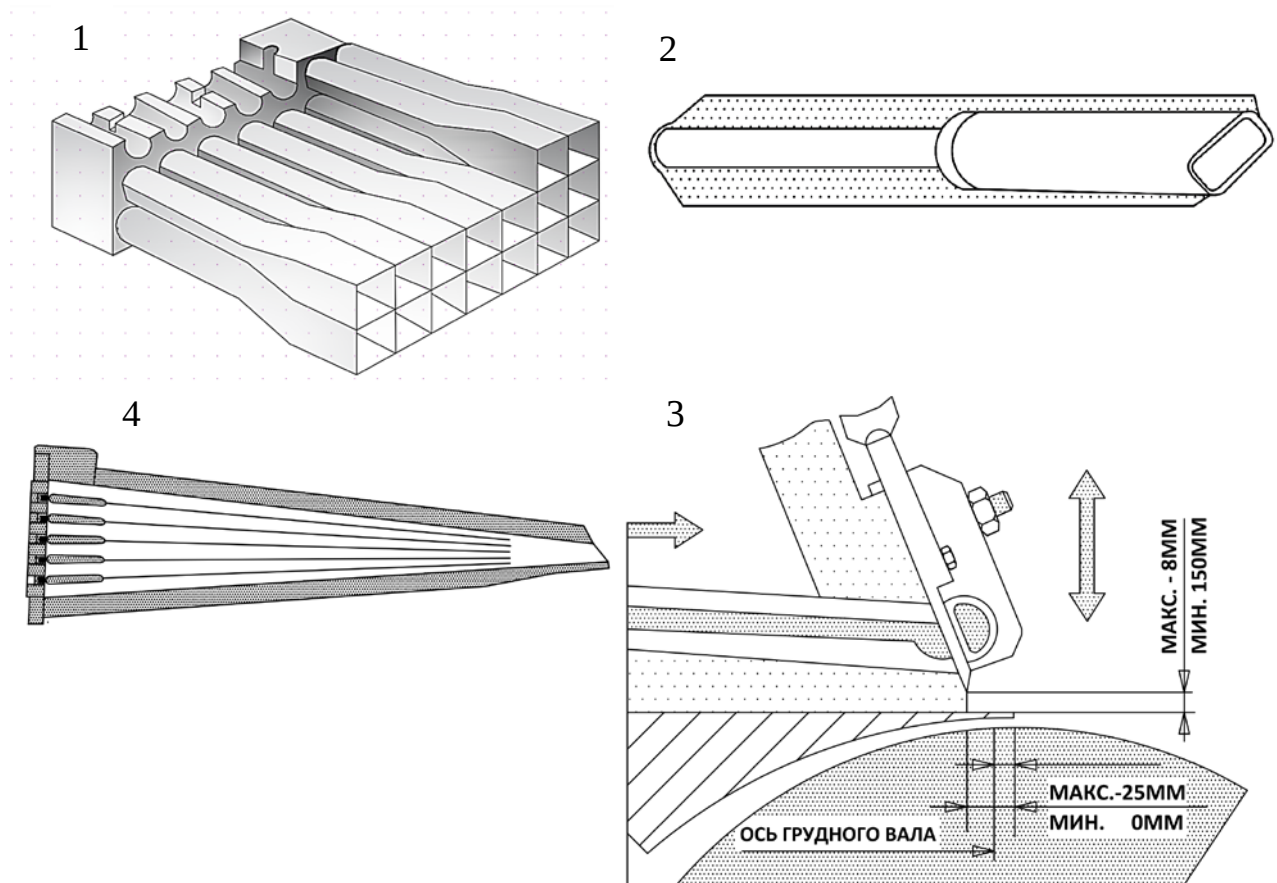


Рис. 1.35. Элементы скоростных напорных ящиков:
 1 – блок ступенчатых диффузоров; 2 – ступенчатый диффузор;
 3 – конфузорный канал с напускной губой; 4 – конфузорный канал с эластичными пластинами

Гидродинамика течения массы в коллекторах напорных ящиков рассмотрена в [109-111] и [64]. Стабильность работы напорных ящиков и массоподающих систем рассмотрены в [112] и [30]. Обзор конструкций современных напорных ящиков приведен в [113].

Уже ранние работы, связанные с улучшением структуры бумаги при напуске [114-126], были направлены на повышение степени дисперсности массы в напорном ящике и выравнивание профиля скорости по ширине ящика. Исследования по выравниванию профиля скорости привели к появлению системы регулирования профиля концентрации локальным разбавлением очищенной оборотной водой, что позволило резко сократить поперечную вариацию массы m^2 формуемого полотна [127].

Однако такая система регулирования профиля массы m^2 неприменима к напорным ящикам низкоскоростных машин, снабженными перфовалями (рис. 1.33), поскольку перфовалы искажают зоны локального смешения массы и оборотной воды, показанные на рис. 1.34. Кроме того, перфовалы, имея живое сечение порядка 50 %, создают после себя неоднородную струйную конфигурацию потока, трудно поддающуюся выравниванию. Вследствие этих факторов качество продукции низкоскоростных машин уступает качеству продукции, произведенной на современных скоростных машинах.

В работах [128-131] определялись гидромеханические характеристики массы в ступенчатых диффузорах (рис. 1.35) напорных ящиков. На рис. 1.36 согласно [132] представлено сравнение реологических критических напряжений для коротковолокнистой и длиноволокнистой массы и турбулентных напряжений в ступенчатых диффузорах, которое показывает, что турбулентные напряжения τ_n при входной скорости 10 м/с, по крайней мере, в 2 раза больше, чем максимальные реологические напряжения τ_{TU} . Однако такое сравнение не позволяет определить степень дисперсности массы, поскольку согласно (1.17) для этого требуется спектр напряжений по волновым числам, а не полное напряжение сдвига $\tau_{TU} = -\rho \bar{U} \cdot \bar{V}$.

На рис. 1.37, согласно [132], представлено распределение относительной флуктуации концентрации хвойной массы $\bar{C} = 0,17\%$ в ступенчатом диффузоре с расширением $D_{in}/D_{out} = 0,8$ по безразмерному радиусу $2Y/D_{out}$ выходной трубы. $D_{out} = 23,8$ мм (Y – расстояние от стенки трубы) на различном расстоянии X/D_{out} от начала зоны расширения. Рис. 1.37 показывает, что интенсивность флокуляции приблизительно равномерна по сечению выходной трубы до значения $X_{max}/D_{out} = 5$. Для ступенчатого диффузора с расширением $D_{in}/D_{out} = 0,5$ это значение увеличилось до $X_{max}/D_{out} = 6,5$.

Сравнение его со значением $X_{max}/D_{out} = 7$, при котором, согласно [133], турбулентные напряжения начинают существенно убывать, показывает близкую сходимость. Однако, как отмечает сам автор, в работе не определен размер флокул, а концентрация массы 0,17% при исследованиях существенно ниже рабочей концентрации, используемой в промышленных напорных ящиках.

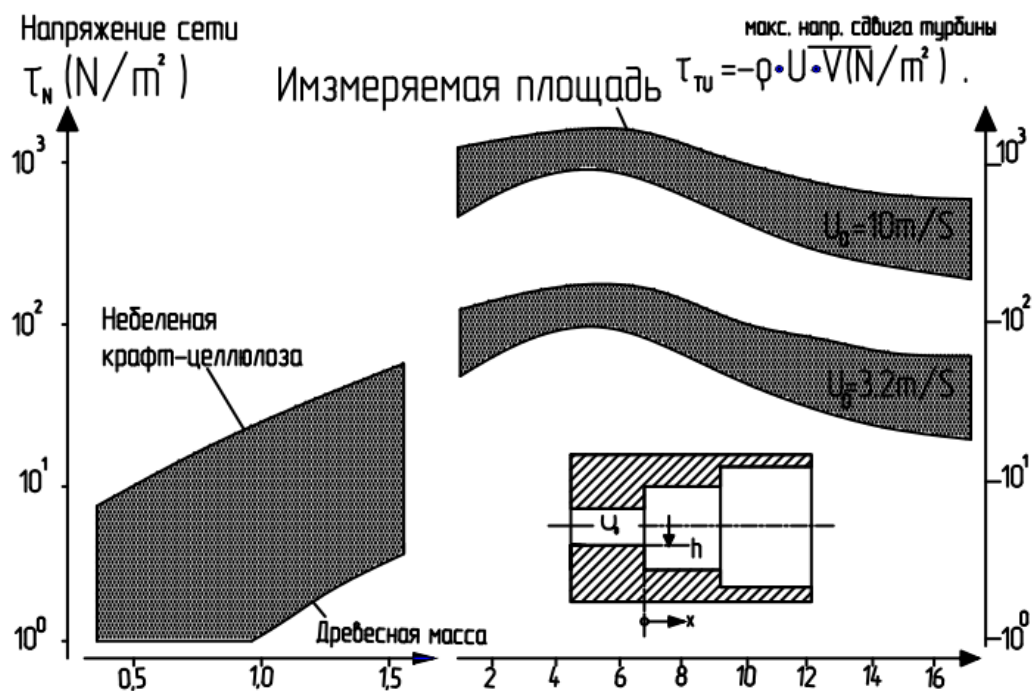


Рис. 1.36. Сравнение реологических напряжений τ_N небеленой сульфатной целлюлозы, древесной массы различной концентрации и турбулентных напряжений τ_{TU} при входной скорости $U_0 = 3,2 \text{ м/с}$ и 10 м/с в ступенчатом диффузоре на различном расстоянии X/h от начала расширения

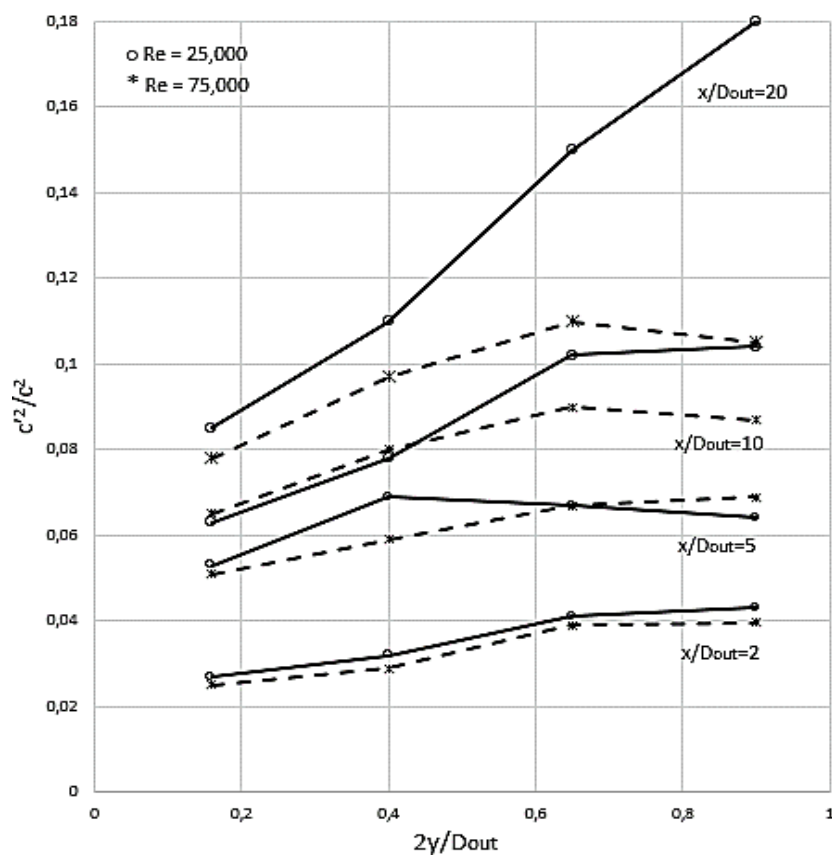


Рис. 1.37. Распределение относительной флуктуации концентрации $\frac{c'^2}{\bar{c}^2}$ по радиусу выходной трубы ступенчатого диффузора на различном расстоянии от начала расширения

После диспергирования в блоке ступенчатых диффузоров масса поступает в напускной канал (рис. 1.34, 1.35), где интенсивность турбулентности уменьшается, а размер флокул увеличивается, как показано на рисунке 1.38 согласно [126].

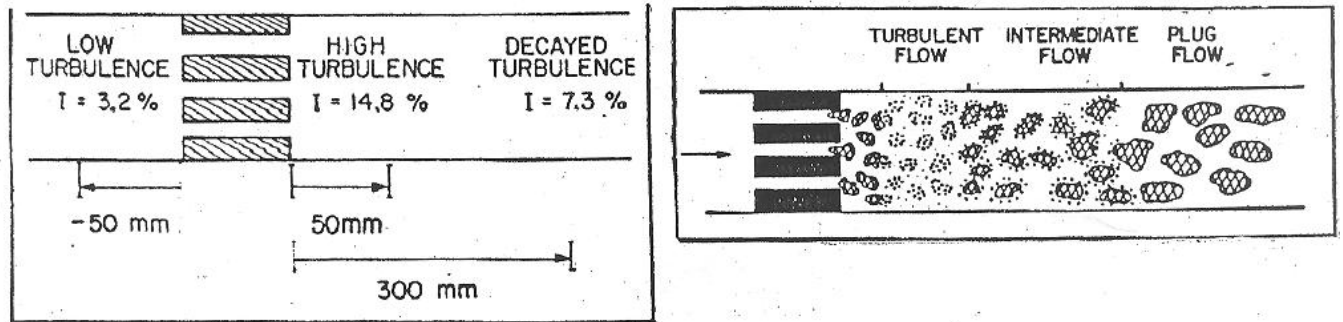


Рис. 1.38. Изменение интенсивности турбулентности и размера флокул в канале после турбулентного генератора

В работе [134] исследовались характеристики турбулентности массы в конфузорном канале после генератора турбулентности с различными углами конфузорности. Рис 1.39 показывает уменьшение интенсивности турбулентности при увеличении угла конфузорности напускного канала.

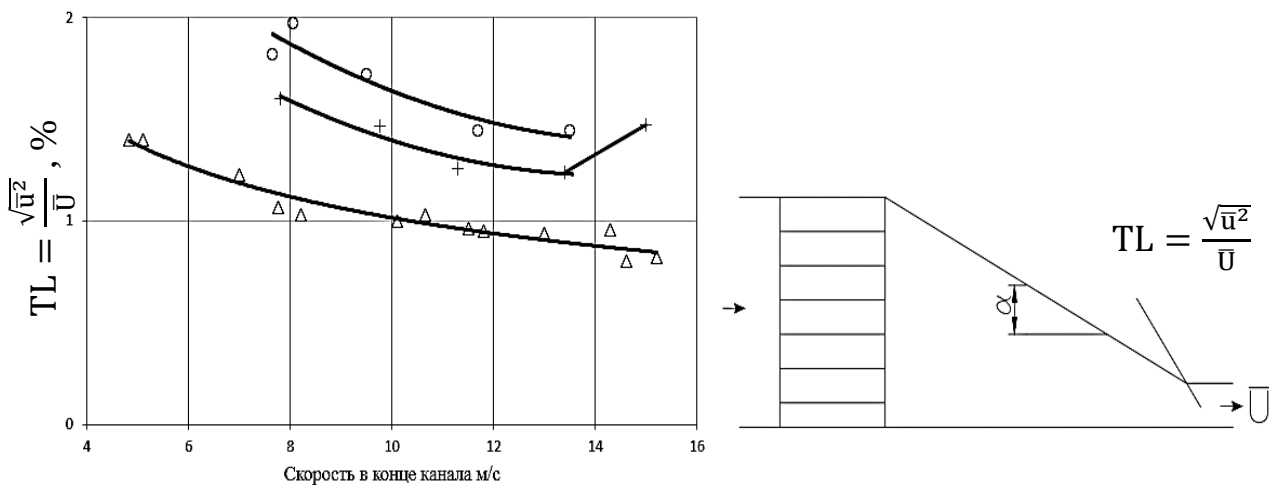


Рис. 1.39. Зависимость относительной интенсивности турбулентности TL от средней скорости в конце конфузорного канала с различными углами α конфузорности: $\circ - \alpha = 5^\circ$; $+ - \alpha = 10^\circ$; $\nabla - \alpha = 15^\circ$

Рис. 1.40, согласно испытаниям промышленного напорного ящика [134], показывает изменение относительной интенсивности турбулентности вдоль конфузорного канала, изображенного на рис. 1.35 (4).

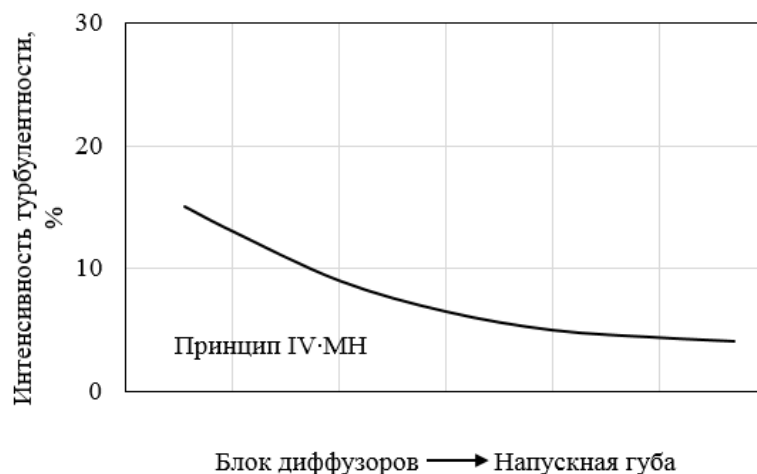


Рис. 1.40. Изменение относительной интенсивности турбулентности вдоль конфузорного канала, снабженного пластинами от генератора турбулентности до напускной губы

В работе [136] проводились измерения размера флокул перед губой экспериментального напорного ящика с 13 модификациями диффузорных турбулизирующих блоков при скорости струи, выходящей из напорного ящика $450 \div 600$ м/мин концентрацией массы 0,5 %, использующейся для выработки газетной бумаги весом 45 г/м^2 . На рис. 1.41 представлено среднестатистическое распределение размеров флокул с частотой их появления перед губой ящика.

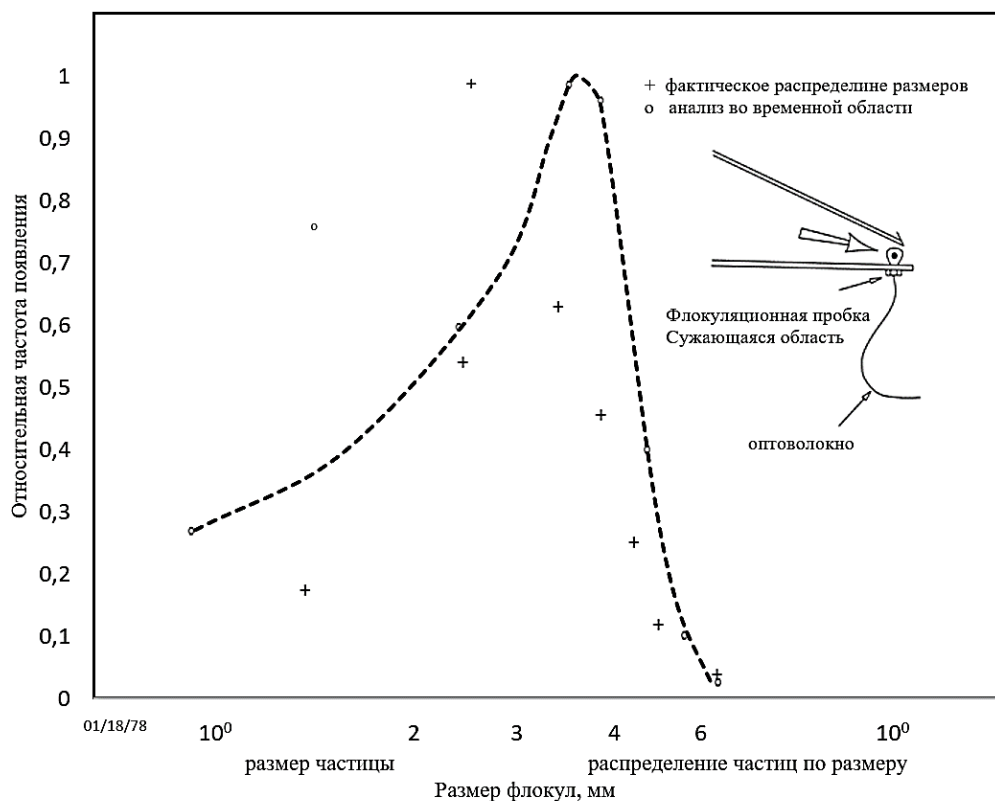


Рис. 1.41. Распределение флокул по размерам с частотой их появления перед губой напорного ящика с тринадцатью модификациями турбулентных генераторов

В работе [137] также показано увеличение размеров флокул при движении массы в конфузорном канале.

На рис. 1.42 согласно [138] показано увеличение размеров флокул по ходу течения массы концентрацией 1 % от турбулентного генератора до напускной губы в конфузорном канале напорного ящика, что согласуется с результатами [81].

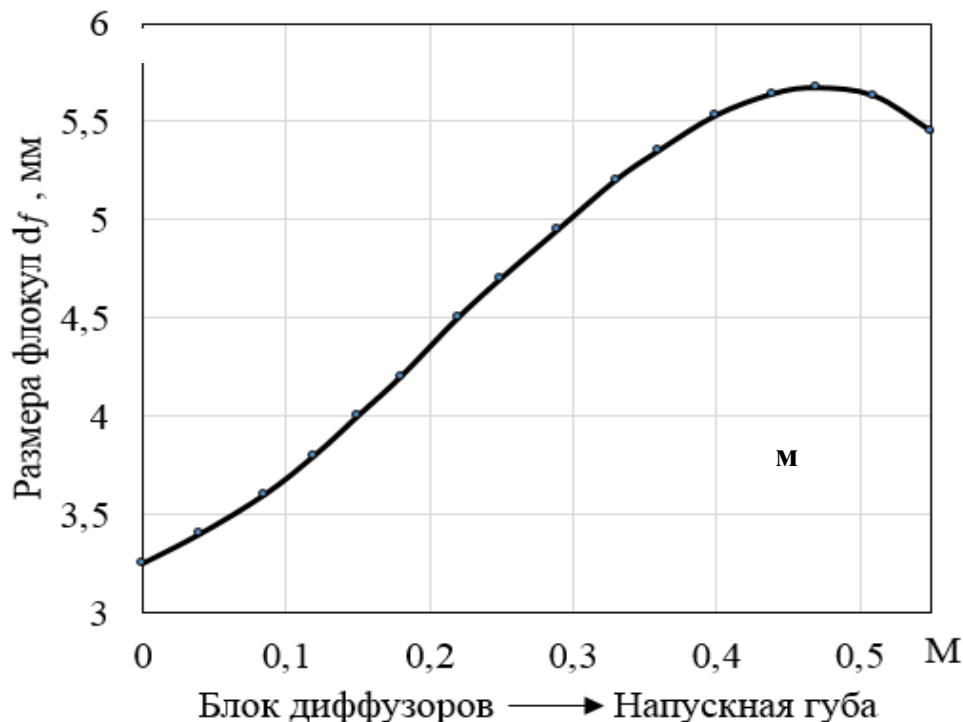


Рис. 1.42. Зависимость размера флокул от расстояния от турбулентного генератора (m) в конфузорном канале напорного ящика

В работе [92] показано, что напускная губа играет важную роль для диспергирования массы в ламинарном режиме течения массы, образуя в ней большие напряжения сдвига, и гораздо меньшую роль в турбулентном режиме течения, но не приводится математический анализ гидромеханических факторов, влияющих на размер флокул.

Таким образом, отсутствует математическая модель, позволяющая связать размер флокул с гидродинамическими параметрами массы в элементах напорных ящиков от входа в блок ступенчатых генераторов до струи, вышедшей из напорного ящика и опускающейся на сетку машины. Это затрудняет процесс совершенствования напорных ящиков, что особенно актуально для ящиков низкоскоростных машин.

2. МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ДИСПЕРГИРОВАНИЯ БУМАЖНОЙ МАССЫ В ЛАМИНАРНОМ РЕЖИМЕ

2.1. Реологические модели бумажной массы

Для каждой концентрации массы фиксированной композиции существует область течения, где она движется аналогично ньютоновской жидкости, меняя вязкость μ от наибольшей ньютоновской вязкости μ_l до наименьшей μ_0 . Выделим в общей реологической зависимости $\tau(\gamma)$ зону $\gamma_l \leq \gamma \leq \gamma_0$, где бумажная масса, подобно многим полимерам, подчиняется зависимости:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma} \right)^\varphi \text{ при } \gamma_l \leq \gamma \leq \gamma_0, \quad (2.1)$$

$$\mu_l = \mu_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_l} \right)^\varphi. \quad (2.2)$$

Исходя из (2.1) и (2.2), зависимость напряжения сдвига τ от градиента скорости γ в указанной области будет иметь вид:

$$\tau = \mu \cdot \gamma = \mu_0 \cdot \left(\frac{\gamma_0}{\gamma} \right)^\varphi \cdot \gamma = \mu_0 \cdot \gamma_0^\varphi \cdot \gamma^{1-\varphi} \text{ при } \gamma_l \leq \gamma \leq \gamma_0, \quad (2.3)$$

$$\tau_l = \mu_0 \cdot \left(\frac{\gamma_0}{\gamma_l} \right)^\varphi \cdot \gamma_l, \quad (2.4)$$

$$\tau_0 = \mu_0 \cdot \gamma_0. \quad (2.5)$$

В безразмерной форме (2.1) и (2.3) будут иметь вид:

$$\frac{\mu}{\mu_l} = \left(\frac{\gamma_l}{\gamma} \right)^\varphi \text{ при } 1 \leq \frac{\gamma}{\gamma_l} \leq \frac{\gamma_0}{\gamma_l}, \quad (2.6)$$

$$\frac{\tau}{\tau_l} = \left(\frac{\gamma}{\gamma_l} \right)^{1-\varphi} \text{ при } 1 \leq \frac{\gamma}{\gamma_l} \leq \frac{\gamma_0}{\gamma_l}. \quad (2.7)$$

В области малых градиентов скорости $0 \leq \gamma \leq \gamma_l$ предложена реологическая зависимость в безразмерной форме:

$$\frac{\tau}{\tau_l} = K_n + (1 - K_n) \left(2 - \frac{\gamma}{\gamma_l} \right) \cdot \frac{\gamma}{\gamma_l} \text{ при } 0 \leq \frac{\gamma}{\gamma_l} \leq 1, \quad (2.8)$$

$$\text{где } K_n = \frac{\tau_n}{\tau_l}; \quad (2.9)$$

τ_n – начальное напряжение сдвига, при котором масса приобретает текучесть.

Формула (2.8) основана на том, что при градиентах скорости, близких к нулю, основной вклад в напряжения сдвига вносит структурное напряжение τ_n , учитывающееся коэффициентом K_n , а при градиентах близких к γ_l структурное напряжение несущественно и картина течения, в основном, определяется напряжением τ_l , соответствующим наибольшей ньютоновской вязкости μ_l . Кроме того, формула (2.8) имеет максимум τ_l при γ_l , что имеет место в экспериментальных реологических зависимостях.

Согласно (2.8) кажущаяся вязкость $\mu = \frac{\tau}{\gamma}$ определится:

$$\frac{\mu}{\mu_l} = (1 - K_n) \left(2 - \frac{\gamma}{\gamma_l} \right) + K_n \cdot \frac{\gamma_l}{\gamma} \text{ при } 0 < \frac{\gamma_l}{\gamma} \leq 1. \quad (2.10)$$

В области больших градиентов $\gamma \geq \gamma_0$ вязкость становится практически постоянной $\mu = \mu_0$, и реологическая зависимость соответствует ньютоновскому течению:

$$\tau = \mu_0 \cdot \gamma \text{ при } \gamma_0 \leq \gamma \leq \gamma_p. \quad (2.11)$$

В безразмерной форме (2.11) с учетом (2.5) имеет вид:

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \frac{\gamma}{\gamma_0} \text{ при } 1 \leq \frac{\gamma}{\gamma_0} \leq \frac{\gamma_p}{\gamma_0}, \quad (2.12)$$

$$\text{где } \gamma_p = \frac{Re_p \cdot \mu_0}{\rho \cdot S^2}; \quad (2.13)$$

S – величина зазора между неподвижной и движущейся со скоростью U_s стенками; Re_p – начало переходного режима в сдвиговом течении.

Представим зависимость наименьшей ньютоновской вязкости μ_0 от концентрации массы C , % степенной функцией двумя выражениями:

$$\mu_0 = \mu_{\text{вод}} + \alpha_1 \cdot C^{n_1},$$

$$\mu_0 = \alpha \cdot C^n.$$

Первое выражение будет точным, поскольку при $C = 0$ $\mu_0 = \mu_{\text{вод}}$, а второе – приближенным. Как показано ниже (таблица 2.1) для сульфитной небеленой целлюлозы эти зависимости можно представить:

$$\mu_0 = \mu_{\text{вод}} + \alpha_1 \cdot C^{n_1} = 1 \cdot 10^3 + 1,36 \cdot 10^{-2} \cdot C^{1,3},$$

$$\mu_0 = \alpha \cdot C^n = 1,4915 \cdot 10^{-2} \cdot C^{1,25}.$$

Максимальная разница этих выражений в диапазоне концентрации массы $0,5 \leq C\% \leq 5\%$ составит менее 4%, поэтому с достаточной точностью можно принять выражение:

$$\mu_0 = \alpha \cdot C^n. \quad (2.14)$$

Коэффициент α и показатель степени n в (2.14) будут определяться композицией массы.

Коэффициент $K_H = \frac{\tau_H}{\tau_L}$ в (2.8) – (2.10), а также показатель степени φ в (2.1) – (2.7) зависят от концентрации массы и незначительно зависят от ее композиции, причем эти зависимости определяются одинаковой функцией с разными числовыми значениями (рис. 2.1).

$$K_H = \frac{\tau_H}{\tau_L} = \frac{C}{1,6 \cdot C + 1,7}, \quad (2.15)$$

$$\varphi = \frac{C}{0,7 \cdot C + 0,4}. \quad (2.16)$$

Рис. 2.1 показывает тенденцию к стабилизации коэффициента K_H и показателя φ при концентрации массы выше 3,5%. Такая тенденция согласуется с известным фактом стабилизации параметров массы при достижении ее концентрации 3,5% вследствие образования при этой концентрации устойчивой трехмерной волокнистой структуры.

Приведенная система реологических характеристик (2.1) – (2.16) может быть замкнута, если будут определены зависимости между параметрами γ_L , γ_0 и μ_0 , связанные с процессом диспергирования флокулов в ламинарном режиме потока с градиентом скорости γ .

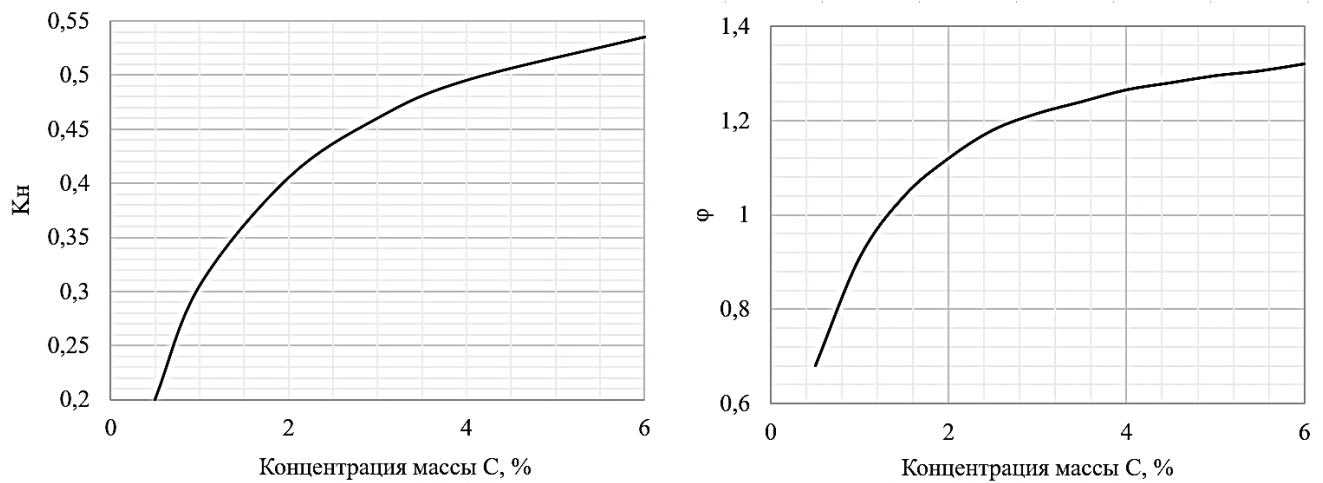


Рис. 2.1. Зависимости коэффициента K_n в структурном течении и показателя степени ϕ в ньютоновском течении с переменной вязкостью от концентрации массы

2.2. Определение напряжений, возникающих во флокуле, движущейся в ламинарном потоке с градиентом скорости

Рассмотрим изображенную на рисунке 2.2 схему разрушения флокулы эллиптической формы толщиной b , диаметром d в потоке с локальным градиентом скорости в центре флокулы $\gamma = \left(\frac{dU}{dy}\right)_f$.

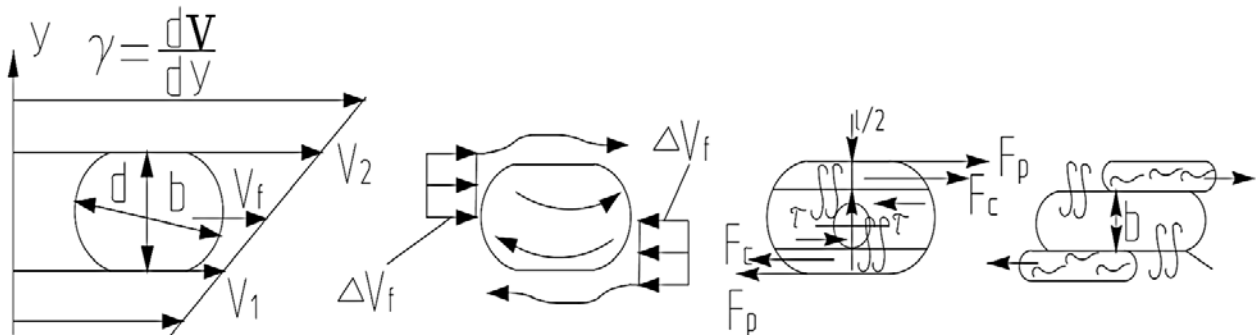


Рис. 2.2. Схема распада флокулы, движущейся в потоке с градиентом скорости

Локальный градиент скорости на размере флокулы можно принять постоянным:

$$\gamma_f = \frac{V_2 - V_1}{b}. \quad (2.17)$$

Скорость флокулы V_f определится средней величиной:

$$V_f = \frac{V_1 + V_2}{2}. \quad (2.18)$$

Средняя относительная скорость ΔV_f флоккулы и потока массы с учетом (2.18) и (2.17) определится:

$$\Delta V_f = \frac{V_f - V_2}{2} = \frac{\frac{V_1 + V_2}{2} - V_2}{2} = -\frac{V_2 - V_1}{4} = -\frac{b}{4} \cdot \gamma_f,$$

$$\Delta V_f = \frac{V_f - V_1}{2} = \frac{\frac{V_1 + V_2}{2} - V_1}{2} = \frac{V_2 - V_1}{4} = \frac{b}{4} \cdot \gamma_f. \quad (2.19)$$

Вследствие разнонаправленной относительной скорости (2.19) на верхнем и нижнем секторах флоккулы противоположно направленные силы: F_c – сила, действующая на боковую поверхность флоккулы, размером порядка половины длины волокна l и F_p – сила, действующая на плоскую поверхность флоккулы.

Возникающие от этих сил напряжения τ выдирают из флоккулы сплетения волокон характерным размером половины длины волокна l , в результате чего толщина флоккулы уменьшается на размер волокна.

Для определения указанных сил поместим флоккулу в систему координат, изображенную на рисунке 2.3.

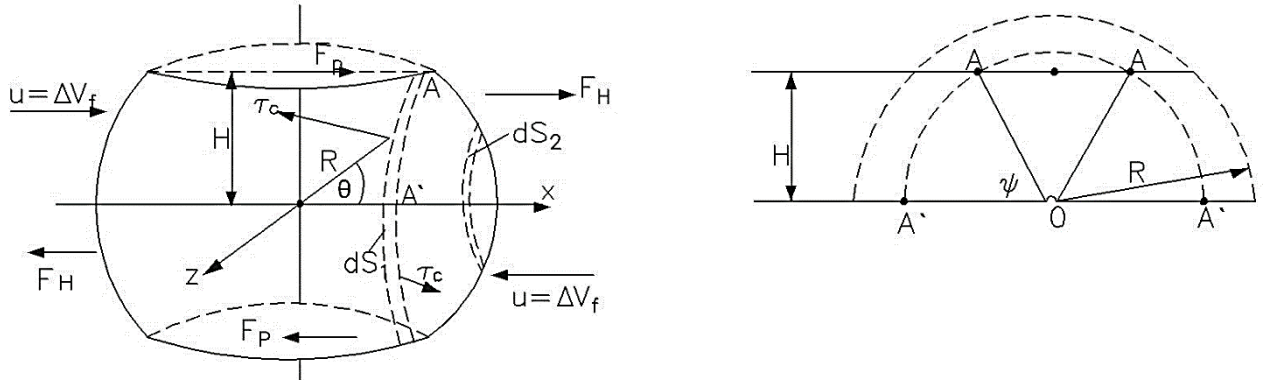


Рис. 2.3. Схема сил, действующих на флоккулу в относительном ползущем течении

Выделим на сферической части флоккулы поясok A – A' шириной dS , на элементарную площадку которого действуют напряжения τ_c . Относительная скорость ΔV_f мала, вследствие чего режим обтекания флоккулы относится к классу ползущих течений, что дает возможность применить формулу распределения напряжений τ_c , полученную в [139]:

$$\tau_c = -\frac{3}{2} \cdot \mu \cdot \frac{U}{R} \cdot \sin \theta = -\frac{3}{2} \cdot \mu_0 \cdot \frac{\Delta V_f}{R} \cdot \sin \theta. \quad (2.20)$$

Из рисунка 2.3 будем иметь следующие формулы:

$$OA = R \cdot \sin \theta; \quad \Psi = \arcsin \frac{H}{OA} = \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta},$$

$$l_{AA'} = OA \cdot \Psi = R \cdot \sin \theta \cdot \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta}.$$

Отсюда площади элементарных поясков выразятся:

$$dS_1 = 2 \cdot l_{AA'} \cdot R \cdot d\theta = 2R^2 \sin \theta \cdot \arcsin \frac{H \cdot d\theta}{R \cdot \sin \theta},$$

где $\arcsin \frac{H}{R} \leq \theta \leq \pi - \arcsin \frac{H}{R}$;

$$dS_2 = \frac{1}{2} \cdot 2\pi R \cdot \sin \theta \cdot R \cdot d\theta = \pi R^2 \sin \theta \cdot d\theta,$$

где $0 \leq \theta \leq \arcsin \frac{H}{R}$; $\pi - \arcsin \frac{H}{R} \leq \theta \leq \pi$.

Сила F_H , действующая на боковую поверхность сектора высотой H , определится при умножении напряжений τ_c на элементарные площади dS_1 и dS_2 с последующим интегрированием:

$$\begin{aligned} F_H &= \int_{S_2} (\tau \cdot dS_2)_x + \int_{S_1} (\tau \cdot dS_1)_x = \\ &= \int_0^{\arcsin \frac{H}{R}} \frac{3}{2} \cdot \mu \cdot \frac{U}{R} \cdot \sin \theta \cdot 2 \cdot R^2 \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot \sin \theta + \\ &+ \int_{\pi - \arcsin \frac{H}{R}}^{\pi} \frac{3}{2} \cdot \mu \cdot \frac{U}{R} \cdot \sin \theta \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \sin \theta \cdot d\theta \cdot \sin \theta + \\ &+ \int_{\arcsin \frac{H}{R}}^{\pi - \arcsin \frac{H}{R}} \frac{3}{2} \cdot \mu \cdot \frac{U}{R} \cdot \sin \theta \cdot 2 \cdot R^2 \cdot \sin \theta \cdot \arcsin \frac{H \cdot d\theta}{R \cdot \sin \theta} \sin \theta = \\ &= 3\mu RU \left[\frac{\pi}{2} \int_0^{\arcsin \frac{H}{R}} \sin^3 \theta d\theta + \frac{\pi}{2} \int_{\pi - \arcsin \frac{H}{R}}^{\arcsin \frac{H}{R}} \sin^3 \theta d\theta + \right. \\ &+ \left. \int_{\arcsin \frac{H}{R}}^{\pi - \arcsin \frac{H}{R}} \sin^3 \theta \cdot \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} d\theta \right] = 3\mu RU \left[\frac{\pi}{2} \left(\frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta \right) \Big|_0^{\arcsin \frac{H}{R}} + \right. \\ &+ \left. \frac{\pi}{2} \left(\frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta \right) \Big|_{\pi - \arcsin \frac{H}{R}}^{\pi} + \int_{\arcsin \frac{H}{R}}^{\pi - \arcsin \frac{H}{R}} \sin^3 \theta \cdot \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} d\theta \right]. \end{aligned}$$

Согласно рисунку 2.3 будем иметь:

$$\cos \arcsin \frac{H}{R} = \sqrt{\frac{R^2 - H^2}{R^2}}; \cos \left(\pi - \arcsin \frac{H}{R} \right) = -\sqrt{\frac{R^2 - H^2}{R^2}}.$$

Подставляя последнее выражение в предыдущее, получим:

$$\begin{aligned} F_H &= 3\mu RU \left\{ \pi \left[\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{H^2}{R^2} \right)^{\frac{3}{2}} - \sqrt{1 - \frac{H^2}{R^2}} \right] + \right. \\ &+ \left. \int_{\arcsin \frac{H}{R}}^{\pi - \arcsin \frac{H}{R}} \sin^3 \theta \cdot \arcsin \frac{H \cdot d\theta}{R \cdot \sin \theta} \right\}. \end{aligned}$$

Интегрируем по частям с последующими подстановками $U = \operatorname{tg} \theta$, $t = U^2$ и $x =$

$$\sqrt{t - \frac{H^2}{R^2 - H^2}}.$$

$$\begin{aligned}
U &= \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta}; \quad dv = \sin^3 \theta d\theta; \\
dU &= -\frac{H \cos \theta}{R \sin^2 \theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \left(\frac{H}{R \cdot \sin \theta}\right)^2}}; v = \frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta. \\
\int \sin^3 \theta \cdot \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} d\theta &= \left(\frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta \right) \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} + \\
+ \frac{H}{R} &\left[\frac{1}{3} \int \frac{d\theta}{\sin^2 \theta \sqrt{1 - \left(\frac{H}{R \cdot \sin \theta}\right)^2}} - \frac{2}{3} \int \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \left(\frac{H}{R \cdot \sin \theta}\right)^2}} + \frac{1}{3} \int \frac{\sin^2 \theta d\theta}{\sqrt{1 - \left(\frac{H}{R \cdot \sin \theta}\right)^2}} \right. \\
&\quad \left. - \int \frac{d\theta}{\operatorname{tg}^2 \theta \sqrt{1 - \left(\frac{H}{R \cdot \sin \theta}\right)^2}} \right] = \left(\frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta \right) \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} + \\
+ \frac{H}{R} &\left[\frac{1}{3} \int \frac{dU}{U^2 \sqrt{1 + \left(\frac{H}{R}\right)^2 \frac{1 + U^2}{U^2}}} - \frac{2}{3} \int \frac{dU}{(1 + U^2) \sqrt{1 - \left(\frac{H}{R}\right)^2 \frac{1 + U^2}{U^2}}} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{3} \int \frac{U^2 dU}{(1 + U^2)^2 \sqrt{1 - \left(\frac{H}{R}\right)^2 \frac{1 + U^2}{U^2}}} - \int \frac{dU}{U^2 (1 + U^2) \sqrt{1 - \left(\frac{H}{R}\right)^2 \frac{1 + U^2}{U^2}}} \right] = \\
= &\left(\frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta \right) \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} + \\
+ \sqrt{\frac{H^2}{R^2 - H^2}} &\left[\frac{1}{6} \int \frac{dt}{(1 + t) \sqrt{t - \frac{H^2}{R^2 - H^2}}} + \frac{1}{6} \int \frac{t dt}{(1 + t)^2 \sqrt{t - \frac{H^2}{R^2 - H^2}}} \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{3} \int \frac{dt}{t \sqrt{t - \frac{H^2}{R^2 - H^2}}} \right] = \\
= &\left(\frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta \right) \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} + \sqrt{\frac{H^2}{R^2 - H^2}} \left[\frac{1}{3} \int \frac{dx}{x^2 + \frac{R^2}{R^2 - H^2}} + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{3} \int \frac{x^2 + \frac{H^2}{R^2 - H^2}}{(x^2 + \frac{R^2}{R^2 - H^2})^2} dx - \frac{2}{3} \int \frac{dx}{x^2 + \frac{H^2}{R^2 - H^2}} \right] \\
= &\left(\frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta \right) \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} +
\end{aligned}$$

$$+ \frac{2H}{3R} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{R^2 - H^2}{R^2}} \cdot x \right) - \frac{2}{3} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{R^2 - H^2}{H^2}} \cdot x \right) -$$

$$- \frac{1}{6} \frac{H}{R} \frac{R^2 - H^2}{R^2} \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{R^2 - H^2}{R^2}} \cdot x \right) - \frac{1}{6} \frac{H}{R} \sqrt{\frac{R^2 - H^2}{R^2}} \cdot \frac{x}{x^2 + \frac{R^2}{R^2 - H^2}}.$$

Возвратимся к старой переменной θ :

$$x = \sqrt{t - \frac{H^2}{R^2 - H^2}} = \sqrt{U^2 - \frac{H^2}{R^2 - H^2}} = \sqrt{\operatorname{tg}^2 \theta - \frac{H^2}{R^2 - H^2}}.$$

При подстановке последнего выражения в предыдущее получим:

$$\int_{\arcsin \frac{H}{R}}^{\pi - \arcsin \frac{H}{R}} \sin^3 \theta \cdot \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} d\theta = \left(\frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta \right) \times$$

$$\times \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} \Big|_{\arcsin \frac{H}{R}}^{\pi - \arcsin \frac{H}{R}} + \left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \frac{R^2 - H^2}{R^2} \right) \frac{H}{R} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R^2 - H^2}{R^2}} \cdot \operatorname{tg}^2 \theta - \frac{H^2}{R^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{2}{3} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{R^2 - H^2}{R^2}} \cdot \operatorname{tg}^2 \theta - 1 \right] \Big|_{\arcsin \frac{H}{R}}^{\pi - \arcsin \frac{H}{R}} -$$

$$- \frac{1}{6} \frac{H}{R} \left[\frac{\sqrt{\frac{R^2 - H^2}{R^2}} \cdot \operatorname{tg}^2 \theta - \frac{H^2}{R^2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} \Big|_{\arcsin \frac{H}{R}}^{\frac{\pi}{2}} + \frac{\sqrt{\frac{R^2 - H^2}{R^2}} \cdot \operatorname{tg}^2 \theta - \frac{H^2}{R^2}}{1 + \operatorname{tg}^2 \theta} \Big|_{\frac{\pi}{2}}^{\pi - \arcsin \frac{H}{R}} \right].$$

Учтем, что:

$$\arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \left(\arcsin \frac{H}{R} \right)} = \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \left(\pi - \arcsin \frac{H}{R} \right)} = \arcsin \frac{H}{R \cdot \frac{H}{R}} =$$

$$= \arcsin 1 = \frac{\pi}{2} \cos \left(\arcsin \frac{H}{R} \right) = \sqrt{\frac{R^2 - H^2}{R^2}};$$

$$\cos \left(\pi - \arcsin \frac{H}{R} \right) = -\sqrt{\frac{R^2 - H^2}{R^2}}.$$

С учетом последних выражений будем иметь:

$$\left(\frac{\cos^3 \theta}{3} - \cos \theta \right) \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} \Big|_{\arcsin \frac{H}{R}}^{\pi - \arcsin \frac{H}{R}} = \pi \left[\sqrt{1 - \frac{H^2}{R^2}} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{H^2}{R^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right].$$

Также учтем:

$$\operatorname{tg} \left(\arcsin \frac{H}{R} \right) = \frac{\sin \left(\arcsin \frac{H}{R} \right)}{\cos \left(\arcsin \frac{H}{R} \right)} = \sqrt{\frac{H^2}{R^2 - H^2}},$$

$$\operatorname{tg} \left(\pi - \arcsin \frac{H}{R} \right) = -\operatorname{tg} \left(\arcsin \frac{H}{R} \right) = -\sqrt{\frac{H^2}{R^2 - H^2}}.$$

С учетом последних выражений будем иметь:

$$\frac{R^2 - H^2}{R^2} \cdot \operatorname{tg}^2 \left(\arcsin \frac{H}{R} \right) - \frac{H^2}{R^2} = \frac{R^2 - H^2}{R^2} \cdot \operatorname{tg}^2 \left(\pi - \arcsin \frac{H}{R} \right) - \frac{H^2}{R^2} =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{R^2-H^2}{R^2} \cdot \frac{H^2}{R^2-H^2} - \frac{H^2}{R^2} = 0, \\
\frac{R^2-H^2}{R^2} \cdot \operatorname{tg}^2 \left(\arcsin \frac{H}{R} \right) - 1 &= \frac{R^2-H^2}{R^2} \cdot \operatorname{tg}^2 \left(\pi - \arcsin \frac{H}{R} \right) - 1 = \\
&= \frac{R^2-H^2}{R^2} \cdot \frac{H^2}{R^2-H^2} - 1 = 0.
\end{aligned}$$

Раскроем неопределенность $\left(\frac{\infty}{\infty}\right)$:

$$\begin{aligned}
\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\frac{R^2-H^2}{R^2} \operatorname{tg}^2 \theta - \frac{H^2}{R^2}}}{1+\operatorname{tg}^2 \theta} &= \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\left(\sqrt{\frac{R^2-H^2}{R^2} \operatorname{tg}^2 \theta - \frac{H^2}{R^2}} \right)'}{(1+\operatorname{tg}^2 \theta)'} = \\
&= \lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} \frac{R^2-H^2}{R^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2-H^2}{R^2} \operatorname{tg}^2 \theta - \frac{H^2}{R^2}}} = 0.
\end{aligned}$$

С учетом этих выражений вычислим интеграл:

$$\begin{aligned}
&\int_{\arcsin \frac{H}{R}}^{\pi - \arcsin \frac{H}{R}} \sin^3 \theta \cdot \arcsin \frac{H}{R \cdot \sin \theta} d\theta = \pi \left[\sqrt{1 - \frac{H^2}{R^2}} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{H^2}{R^2} \right)^{\frac{3}{2}} \right] + \\
&\quad + \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \left(1 - \frac{H^2}{R^2} \right) \right] \frac{H}{R} \cdot \operatorname{arctg} 0 - \frac{2}{3} \operatorname{arctg} 0 = \\
&= \pi \left\{ \sqrt{1 - \frac{H^2}{R^2}} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{H^2}{R^2} \right)^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{2} + \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \left(1 - \frac{H^2}{R^2} \right) \right] \frac{H}{R} \right\}.
\end{aligned}$$

Подставим значение интеграла в полученное выражение F_H :

$$\begin{aligned}
F_H &= 3\pi\mu RU \left\{ \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left(1 - \frac{H^2}{R^2} \right)^{\frac{3}{2}} - \sqrt{1 - \frac{H^2}{R^2}} + \sqrt{1 - \frac{H^2}{R^2}} - \frac{1}{3} \left(1 - \frac{H^2}{R^2} \right) - \frac{2}{3} + \right. \\
&\quad \left. + \left[\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \left(1 - \frac{H^2}{R^2} \right) \right] \frac{H}{R} \right\} = \frac{\pi}{2} \mu UH \left(3 + \frac{H^2}{R^2} \right).
\end{aligned}$$

Окончательно, учитывая, что $U = \Delta V_f$, получим:

$$F_H = \frac{\pi}{2} \cdot \mu \cdot \Delta V_f \cdot H \left(3 + \frac{H^2}{R^2} \right). \quad (2.21)$$

Согласно схеме разрушения флоккулы, изображенной на рисунке 2.2, определим из (2.21) силу F_c , действующую на поясok сферы толщиной от плоской части сферы, равной половине длины волокна:

$$\begin{aligned}
F_c &= F_H(H) - F_H\left(H - \frac{l}{2}\right) = \\
&= \frac{\pi}{2} \cdot \mu \cdot \Delta V_f \left[H \left(3 + \frac{H^2}{R^2} \right) - \left(H - \frac{l}{2} \right) \left(3 + \frac{\left(H - \frac{l}{2} \right)^2}{R^2} \right) \right].
\end{aligned}$$

Учитывая, что $H = \frac{b}{2}$; $H - \frac{l}{2} = \frac{b-l}{2}$; $R = \frac{d}{2}$, получим из последней формулы:

$$F_c = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot \mu \cdot \Delta V_f \cdot d \cdot \left(\frac{l}{d} \right)^3 \left[\left(\frac{b}{l} \right)^2 - \frac{b}{l} + \left(\frac{d}{l} \right)^2 + \frac{1}{3} \right]. \quad (2.22)$$

Подставляя в (2.22) выражение (2.19), получим:

$$F_c = \frac{3}{16} \cdot \pi \cdot \mu_o \cdot \gamma \cdot b \cdot d \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^3 \left[\left(\frac{b}{l}\right)^2 - \frac{b}{l} + \left(\frac{d}{l}\right)^2 + \frac{1}{3} \right]. \quad (2.23)$$

Определим силу F_p , действующую на плоскую поверхность флокулы. При ползущих течениях инерционные силы отсутствуют, а лобовое сопротивление рыхлой пористой флокулы мало, вследствие чего для вычисления силы F_p можно воспользоваться формулой обтекания потоком пластины.

$$F_p = 1,33 \cdot b_{\pi} \cdot \sqrt{\mu_o \cdot \rho \cdot u^3 \cdot l_{\pi}}, \quad (2.24)$$

где b_{π} и l_{π} – ширина и длина пластины, соответственно;

u – скорость набегания потока на пластину.

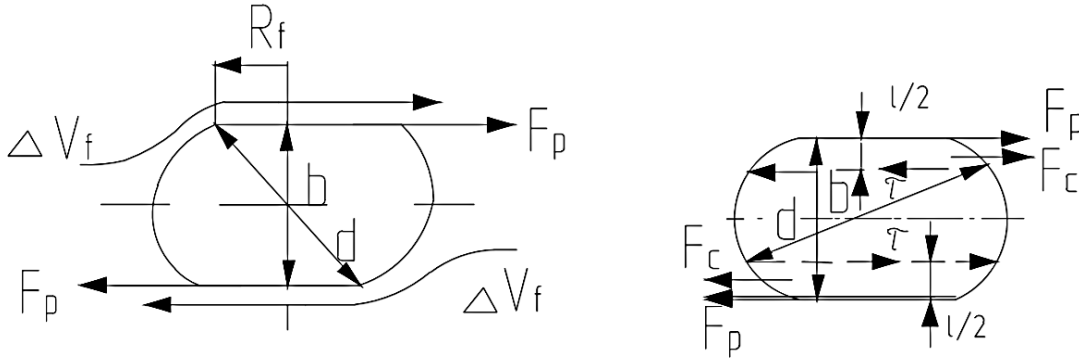


Рис 2.4. Схема образования сил F_p , действующих на верхнюю и нижнюю грани флокулы и напряжений τ от сил F_c и F_p

Согласно рисунку 2.4, указанная формула будет применима для флокулы, если в ней положить:

$$b_{\pi} = l_{\pi} = \sqrt{\pi \cdot R_f^2} = \sqrt{\pi} \cdot \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot d \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{b}{d}\right)^2}, \quad (2.25)$$

$$U = \Delta V_f = \frac{b}{4} \cdot \gamma.$$

При подстановке (2.25) в (2.24) получим:

$$\begin{aligned} F_p &= 1,33 \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot d \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{b}{d}\right)^2} \left(\mu_o \cdot \rho \cdot \Delta V_f^3 \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} \cdot d \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{b}{d}\right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} = \\ &= 0,14 \cdot d^{\frac{3}{2}} \cdot b^{\frac{3}{2}} \left[1 - \left(\frac{b}{d}\right)^2 \right]^{\frac{3}{4}} \sqrt{\rho \cdot \mu_o \cdot \gamma^3}. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Определим напряжения τ во флокуле, действующие по площадям S_{τ} , расположенным на расстоянии половины длины волокна $\frac{l}{2}$ от верхней и нижней граней флокулы (рис. 2.4). Площадь S_{τ} определится:

$$S_{\tau} = \pi \left[\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \left(\frac{b-l}{2}\right)^2 \right] = \frac{\pi}{4} \cdot d^2 \left[1 - \left(\frac{l}{d}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{b}{l}\right)^2 \right].$$

Напряжения на этой площади будут равны:

$$\tau = \frac{F_c + F_p}{S_{\tau}}. \quad (2.27)$$

Для разрушения флоккулы по схеме рисунка 2.2 необходимо, чтобы напряжения (2.27) во флоккуле от воздействия внешних сил были не меньше напряжений τ_l сил сцепления волокон, соответствующих согласно (2.4) наибольшей ньютоновской вязкости:

$$\tau \geq \tau_l. \quad (2.28)$$

Подставляя в (2.27) выражение (2.23) и (2.26), получим с учетом (2.28):

$$\tau_l = \frac{0,75 \cdot \mu_0 \cdot \gamma \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^4 \cdot \frac{b}{l} \left[\left(\frac{b}{l}\right)^2 - \frac{b}{l} + \left(\frac{l}{d}\right)^2 + \frac{1}{3} \right]}{1 - \left(\frac{l}{d}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{b}{l}\right)^2} + \frac{0,2\sqrt{\rho \cdot \mu_0 \cdot \gamma^3 \cdot d^2} \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{b}{l}\right)^{\frac{3}{2}}}{1 - \left(\frac{l}{d}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{b}{l}\right)^2} \cdot \left[1 - \left(\frac{l}{d}\right)^2 \cdot \left(\frac{b}{l}\right)^2 \right]^{\frac{3}{4}} \quad (2.29)$$

Учитывая, что $\tau_l = \mu_l \cdot \gamma_l$ запишем (2.29) в безразмерной форме:

$$\frac{\mu_l}{\mu_0} = \frac{\frac{3}{4} \gamma \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^4 \frac{b}{l} \left[\left(\frac{b}{l}\right)^2 - \frac{b}{l} + \left(\frac{l}{d}\right)^2 + \frac{1}{3} \right] + 0,267\sqrt{Re_d} \left(\frac{l}{d}\right)^{\frac{3}{2}} \left(\frac{b}{l}\right)^{\frac{3}{2}} \left[1 - \left(\frac{l}{d}\right)^2 \left(\frac{b}{l}\right)^2 \right]^{\frac{3}{4}}}{1 - \left(\frac{l}{d}\right)^2 \left(1 - \frac{b}{l}\right)^2}, \quad (2.30)$$

$$\text{где } Re_d = \frac{\rho \cdot \gamma \cdot d^2}{\mu_0}; \gamma \geq \gamma_l$$

Уравнение (2.29) или (2.30) связывает безразмерную толщину флоккулы $\frac{b}{l}$ с градиентом скорости γ и реологическими параметрами массы μ_0 , μ_l , γ_l и τ_l .

2.3. Связь реологических параметров со степенью дисперсности массы

Введем число Re_f для флоккулы толщиной b , движущейся в потоке массы вязкостью μ с градиентом скорости γ согласно рисунку 2.2:

$$Re_f = \frac{\rho \Delta V_f b}{\mu}. \quad (2.31)$$

Подставляя в (2.31) выражение (2.19), получим:

$$Re_f = \frac{\rho \gamma b^2}{4\mu}. \quad (2.32)$$

Обозначим Re_{fl} – число Рейнольдса флоккулы толщиной b_l , движущейся в потоке массы с наибольшей ньютоновской вязкостью μ_l :

$$Re_{fl} = \frac{\rho \gamma_l b_l^2}{4\mu_l}. \quad (2.33)$$

При увеличении градиента скорости вязкость снижается, вследствие чего согласно (2.32) число Re_f должно расти приблизительно в квадратичной зависимости, но при этом, вследствие уменьшения толщины флоккулы b , число

Re_f должно снижаться также в квадратичной зависимости. В результате, число Re_f остается постоянным:

$$Re_{fl} = \frac{\rho \gamma_l b_l^2}{\mu_l} = Re_f = \frac{\rho \gamma b^2}{\mu}. \quad (2.34)$$

Из (2.34) следует:

$$\left(\frac{b}{b_l}\right)^2 = \frac{\gamma_l}{\gamma} \cdot \frac{\mu}{\mu_l}. \quad (2.35)$$

Подставляя в (2.35) формулу (2.6) получим:

$$\frac{\mu}{\mu_l} = \left(\frac{b}{b_l}\right)^{\frac{2\varphi}{1+\varphi}}; \quad \frac{\mu_0}{\mu_l} = \left(\frac{b_0}{b_l}\right)^{\frac{2\varphi}{1+\varphi}}, \quad (2.36)$$

$$\frac{b}{b_0} = \left(\frac{\gamma_0}{\gamma}\right)^{\frac{1+\varphi}{2}}; \quad \frac{b}{l} = \frac{b_0}{l} \left(\frac{\gamma_0}{\gamma}\right)^{\frac{1+\varphi}{2}}. \quad (2.37)$$

Формулы (2.36) показывают, что снижение вязкости от наибольшей ньютоновской до наименьшей происходит вследствие уменьшения толщины флокулы от сцепленных толстых флокул до тонких, окруженных большим объемом подвижных волокон. Следует ожидать, что абсолютные размеры b_l и b_0 будут зависеть от зазоров между подвижной и неподвижной стенкой в градиентном течении, в то время как отношение $\frac{b_0}{b_l}$ останется постоянным:

$$\frac{b_0}{b_l} = \sqrt{B_f} = const. \quad (2.38)$$

Подставляя в (2.38) формулы (2.36) и (2.37) получим:

$$\frac{\mu_0}{\mu_l} = B_f^{\frac{\varphi}{1+\varphi}}, \quad (2.38)$$

$$\frac{\gamma_l}{\gamma_0} = B_f^{\frac{1}{1+\varphi}}. \quad (2.39)$$

При увеличении вязкости массы вследствие повышения ее концентрации растет значение градиента скорости γ_0 , при котором вязкость становится равной наименьшей ньютоновской вязкости μ_0 . Согласно (2.14), будем иметь:

$$\mu_0 = \alpha \cdot C^n; \quad \gamma_0 = \alpha_\gamma \cdot C^n.$$

Отсюда получим:

$$\frac{\gamma_0}{\mu_0} = \frac{\alpha_\gamma}{\alpha} = F_0 = const. \quad (2.40)$$

Подставим в (2.38) формулы (2.40) и (2.39):

$$\mu_l = \frac{\mu_0}{B_f^{\frac{\varphi}{1+\varphi}}} = \frac{\gamma_0}{B_f^{\frac{\varphi}{1+\varphi}} \cdot F_0} = \frac{\gamma_l}{B_f^{\frac{\varphi}{1+\varphi}} \cdot F_0 \cdot B_f^{\frac{1}{1+\varphi}}} = \frac{\gamma_l}{F_0 \cdot B_f}. \quad (2.41)$$

Подставим в (2.5) формулу (2.40):

$$\tau_0 = \mu_0 \cdot \gamma_0 = \frac{\gamma_0^2}{F_0}. \quad (2.42)$$

Из (2.41) будем иметь:

$$\tau_l = \mu_l \cdot \gamma_l = \frac{\gamma_l^2}{F_0 \cdot B_f}. \quad (2.43)$$

2.4. Методика определения реологических параметров по экспериментальным данным

Установка, на которой были получены экспериментальные данные и способ их получения, описаны ранее.

На рисунке 2.5 представлены экспериментальные значения напряжений τ от градиента скорости γ для сульфитной небеленой целлюлозы (СФИ), 12°ШР при концентрации массы 2÷5 %.

Соединим штриховыми линиями характерные точки для каждой концентрации $\tau_{л}$, τ_0 и τ_p , в которых происходит смена режимов течения.

Определим для каждой концентрации C по характерным точкам (γ_0 , τ_0) наименьшую ньютоновскую вязкость μ_0 :

$$\mu_0 = \frac{\tau_0}{\gamma_0}.$$

Определим по значениям μ_0 средний коэффициент α и показатель степени n в формуле (2.14) из уравнений:

$$n = \frac{\ln \frac{\mu_0(C_i)}{\mu_0(C_k)}}{\ln \frac{C_i}{C_k}}; \quad \alpha = \frac{\mu_0(C_i)}{C_i^n}; \quad i = 4,$$

$$\mu_0 = \alpha \cdot C^n = 1,4915 \cdot 10^{-2} \cdot C^{1,25}. \quad (2.44)$$

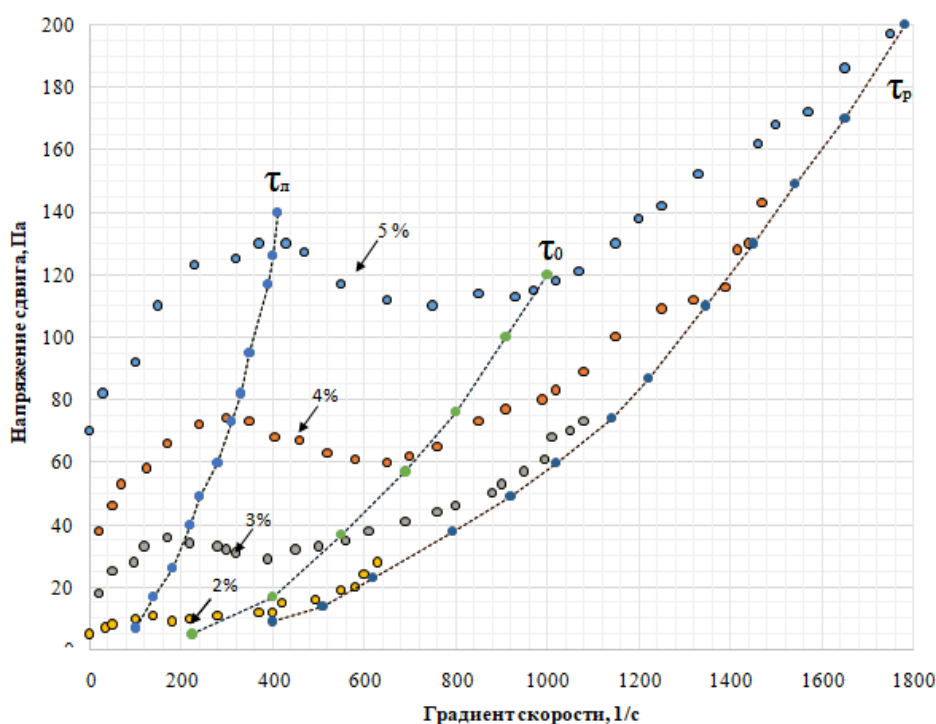


Рис. 2.5. Экспериментальные значения зависимости напряжений от градиента скорости неразмолотой сульфитной небеленой целлюлозы концентрацией 2÷5 % в ламинарном режиме течения

Определим среднее значение коэффициента пропорциональности F_0 в (2.40):

$$F_0 = \frac{\gamma_0}{\mu_0} = 8380. \quad (2.45)$$

Определим среднее значение коэффициента B_f в формуле (2.43) по значениям (γ_L, τ_L) :

$$B_f = \frac{1}{F_0} \cdot \frac{\gamma_L^2}{\tau_L} = \frac{1}{8380} \cdot \frac{\gamma_L^2}{\tau_L} = 0,15. \quad (2.46)$$

Определим показатель степени φ по значениям γ_L, γ_0 из (2.43) для каждой концентрации C :

$$\varphi = \frac{\ln B_f}{\ln \frac{\gamma_L}{\gamma_0}} - 1 = \frac{\ln 0,15}{\ln \frac{\gamma_L}{\gamma_0}} - 1.$$

Определим по найденным значениям φ коэффициенты a и b для зависимости $\varphi(C)$ согласно (2.16):

$$\varphi = \frac{C}{a \cdot C + b} = \frac{C}{0,7 \cdot C + 0,4}. \quad (2.47)$$

Определим по значениям $\tau_H = \tau(0)$ и τ_L коэффициент K_H :

$$K_H = \frac{\tau_H}{\tau_L}.$$

Определим по найденным значениям K_H коэффициенты в (2.15):

$$K_H = \frac{C}{a_H \cdot C + b_H} = \frac{C}{1,6 \cdot C + 1,7}. \quad (2.48)$$

В конце ламинарного режима, характеризующегося согласно (2.13) числом Re_p , будем иметь:

$$\tau_p = \mu_0 \cdot \gamma_p = \frac{\rho \cdot \gamma_p \cdot S^2}{Re_p} \cdot \gamma_p = \frac{\rho \cdot S^2}{Re_p} \cdot \gamma_p^2. \quad (2.49)$$

В начале переходного режима экспериментальная зависимость $\tau(\gamma)$ резко отклоняется от зависимости $\tau = \mu \cdot \gamma$ и уходит вверх. Начало отклонения (γ_p, τ_p) соответствует числу Re_p :

$$Re_p = \rho \cdot S^2 \cdot \frac{\gamma_p^2}{\tau_p} = 1,6 \cdot 10^3. \quad (2.50)$$

По формулам (2.38), (2.39) с учетом (2.45) определим:

$$\gamma_L = B_f^{\frac{1}{1+\varphi}} \cdot \gamma_0 = B_f^{\frac{1}{1+\varphi}} \cdot F_0 \cdot \mu_0 = 0,15^{\frac{1}{1+\varphi}} \cdot 8380 \cdot \mu_0, \quad (2.51)$$

$$\mu_L = \frac{\mu_0}{B_f^{\frac{\varphi}{1+\varphi}}} = \frac{\mu_0}{0,15^{\frac{\varphi}{1+\varphi}}}. \quad (2.52)$$

Таблица 2.1. Значения реологических параметров согласно формулам (2.44) – (2.52) для неразмолотой сульфитной небеленой целлюлозы (СФИ) концентрацией 2÷5 %

СФИ		$\mu_0 = 1,4915 \cdot 10^{-2} \cdot C^{1,25}; F_0 = 8380; B_f = 0,15$							
C, %	K _н	φ	$\mu_0, \text{Па}\cdot\text{с}$	$\mu_{\text{л}}, \text{Па}\cdot\text{с}$	$\gamma_0, 1/\text{с}$	$\gamma_{\text{л}}, 1/\text{с}$	$\gamma_p, 1/\text{с}$	$\tau_0, \text{Па}$	$\tau_{\text{л}}, \text{Па}$
2	0,4082	1,111	$3,547 \cdot 10^{-2}$	$9,634 \cdot 10^{-2}$	297,2723	121,0256	567,58	10,5454	11,652
3	0,4615	1,2	$5,889 \cdot 10^{-2}$	0,1658	493,4817	208,3375	942,21	29,0602	34,53
4	0,4938	1,25	$8,437 \cdot 10^{-2}$	0,2422	707,0378	304,2739	1349,95	59,6542	73,654
5	0,5155	1,282	0,1115	0,3239	934,3705	406,9027	1784	104,1824	131,718

2.5. Реологические зависимости напряжений и вязкости от градиента скорости

После определения реологических параметров построим зависимости $\tau(\gamma)$ по формулам (2.8), (2.3) и (2.11) и зависимости $\mu(\gamma)$ по формулам (2.10) и (2.1):

$$\tau = \mu_{\text{л}} \left[K_{\text{н}} \cdot \gamma_{\text{л}} + (1 - K_{\text{н}}) \left(2 - \frac{\gamma}{\gamma_{\text{л}}} \right) \cdot \gamma \right] \text{ при } 0 \leq \gamma \leq \gamma_{\text{л}},$$

$$\tau = \mu_0 \cdot \gamma_0^{\varphi} \cdot \gamma^{1-\varphi} \text{ при } \gamma_{\text{л}} \leq \gamma \leq \gamma_0,$$

$$\tau = \mu_0 \cdot \gamma \text{ при } \gamma_0 \leq \gamma \leq \gamma_p. \quad (2.53)$$

Уравнения характерных точек:

$$\tau_0 = \frac{\gamma_0^2}{F_0}; \tau_{\text{л}} = \frac{\gamma_{\text{л}}^2}{F_0 \cdot B_f}; \tau_p = \frac{\rho \cdot S^2}{Re_p} \cdot \gamma_p^2; \quad (2.54)$$

$$\mu = \frac{\tau}{\gamma} = \mu_{\text{л}} \left[K_{\text{н}} \cdot \frac{\gamma_{\text{л}}}{\gamma} + (1 - K_{\text{н}}) \left(2 - \frac{\gamma}{\gamma_{\text{л}}} \right) \right] \text{ при } 0 < \gamma \leq \gamma_{\text{л}},$$

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{\gamma_0}{\gamma} \right)^{\varphi} \text{ при } \gamma_{\text{л}} \leq \gamma \leq \gamma_0,$$

$$\mu = \mu_0 \text{ при } \gamma \geq \gamma_0. \quad (2.55)$$

Уравнения характерных точек:

$$\mu_0 = \frac{\gamma_0}{F_0}; \mu_{\text{л}} = \frac{\gamma_{\text{л}}}{F_0 \cdot B_f}. \quad (2.56)$$

На рис. 2.6 приведены зависимости $\tau(\gamma)$ СФИ концентрацией 2÷5 % согласно формулам (2.53), (2.54) с теми же экспериментальными точками, что и на рисунке 2.5. На рисунке 2.7 приведены зависимости $\tau(\gamma)$ СФИ концентрацией 0,5÷1,5 %. На рисунке 2.8 приведены зависимости вязкости СФИ и СФА от градиента скорости при фиксированных значениях концентрации согласно (2.55) и (2.56), а на рисунке 2.9 – зависимости вязкости от концентрации при фиксированных значениях градиента скорости.

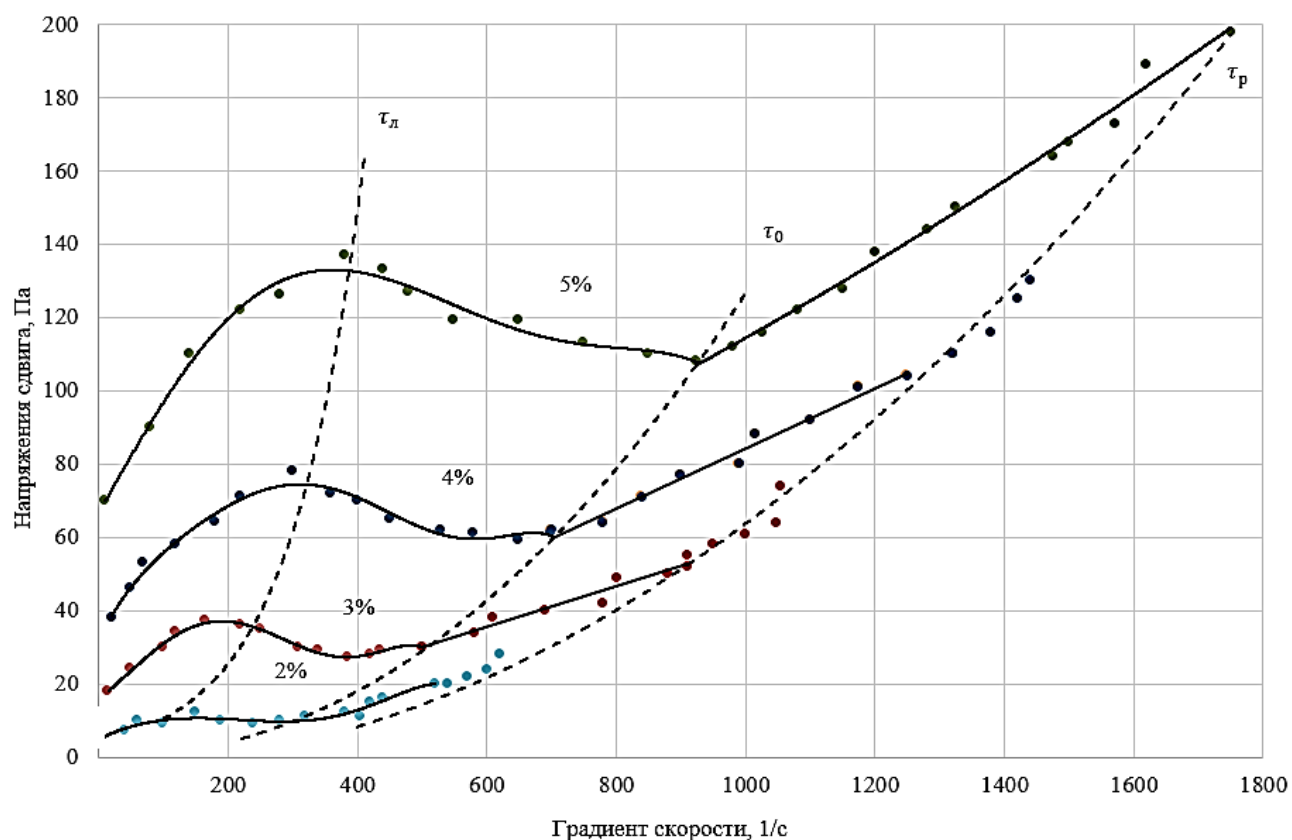


Рис. 2.6. Теоретические и экспериментальные зависимости напряжений от градиента скорости СФИ концентрацией 2÷5 % в ламинарном режиме течения

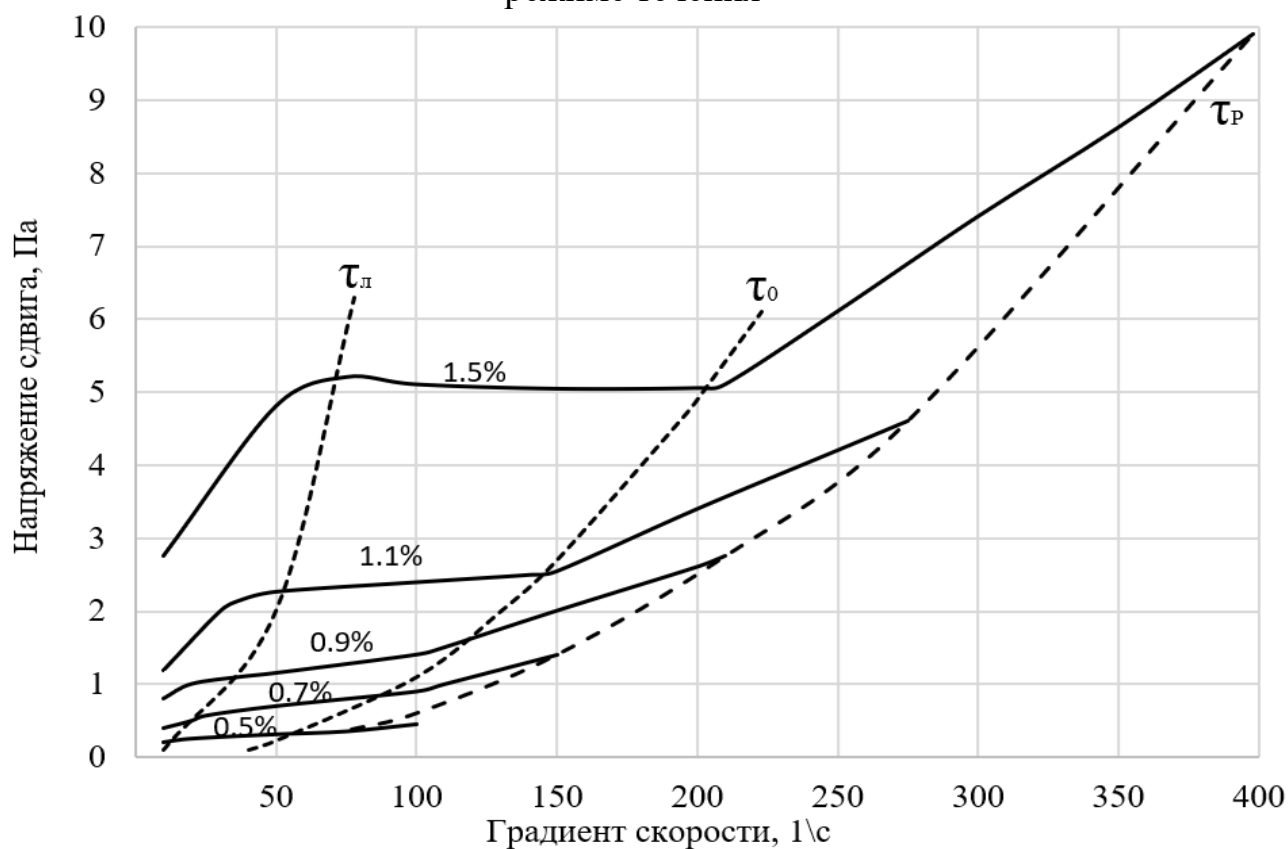


Рис. 2.7. Зависимость напряжений от градиента скорости СФИ концентрацией 0,5÷1,5 % в ламинарном режиме течения

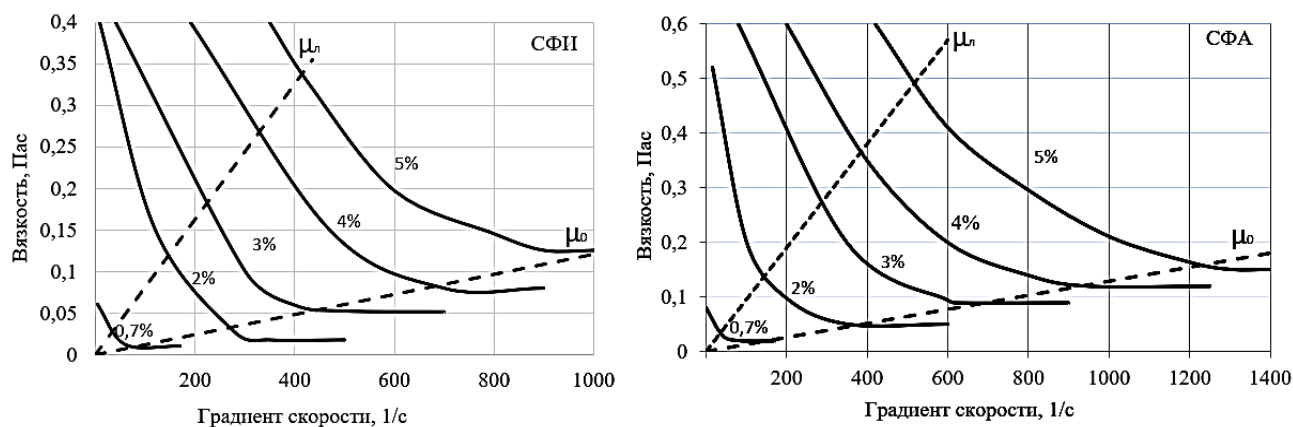


Рис. 2.8. Зависимость вязкости от градиента скорости СФИ и СФА концентрацией 0,7÷5 %

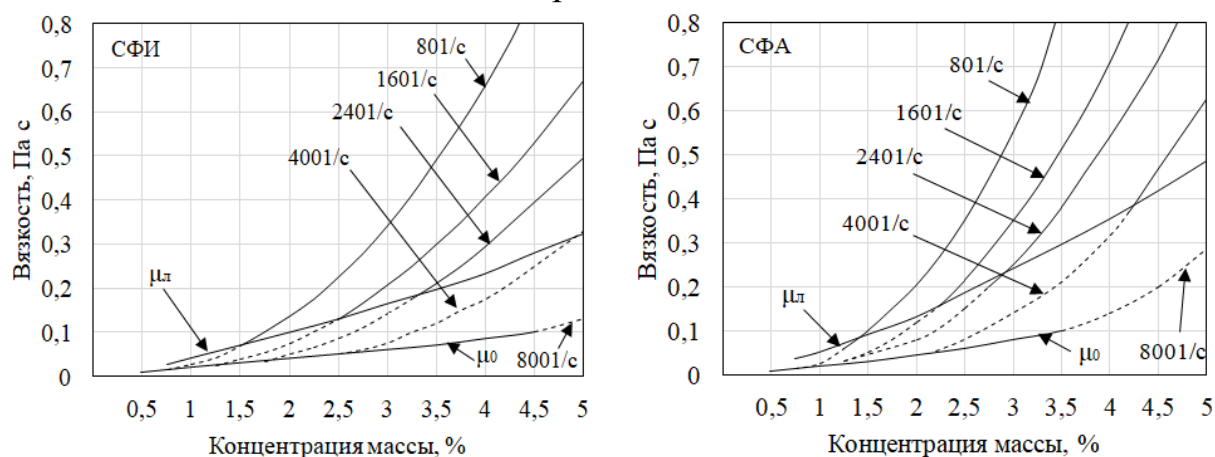


Рис. 2.9. Зависимость вязкости от концентрации СФИ и СФА при градиенте скорости $\gamma = 80 \div 800 \frac{1}{c}$

В таблице 2.2 приведены значения реологических параметров аналогичных таблице 2.1 для неразмолотой сульфатной небеленой целлюлозы (СФА), а на рисунке 2.10 приведено сравнение зависимостей напряжений от градиента скорости для СФИ и СФА при одинаковых значениях концентраций.

Таблица 2.2. Значения реологических параметров для СФА

СФА $\mu_0 = 1,7608 \cdot 10^{-2} \cdot C^{1,36}; F_0 = 8160; B_f = 0,13$									
C, %	K_H	φ	$\mu_0, \text{Па} \cdot \text{с}$	$\mu_l, \text{Па} \cdot \text{с}$	$\gamma_0, 1/\text{с}$	$\gamma_l, 1/\text{с}$	$\gamma_p, 1/\text{с}$	$\tau_0, \text{Па}$	$\tau_l, \text{Па}$
2	0,4082	1,1111	$4,514 \cdot 10^{-2}$	0,1323	368,8075	140,3084	723,15	16,669	18,5628
3	0,4615	1,2	$7,845 \cdot 10^{-2}$	0,2387	640,1549	253,2401	1255,2	50,2202	60,4484
4	0,4938	1,25	0,116	0,3603	946,6769	382,2986	2185,6	109,814	137,7422
5	0,5155	1,2821	0,1574	0,4943	1282,328	524,4912	2513,6	201,8386	259,256

На рис. 2.11 показано сравнение зависимостей наибольшей и наименьшей ньютоновской вязкости от концентрации для СФИ и СФА по формулам (2.14), (2.38) и (2.47).

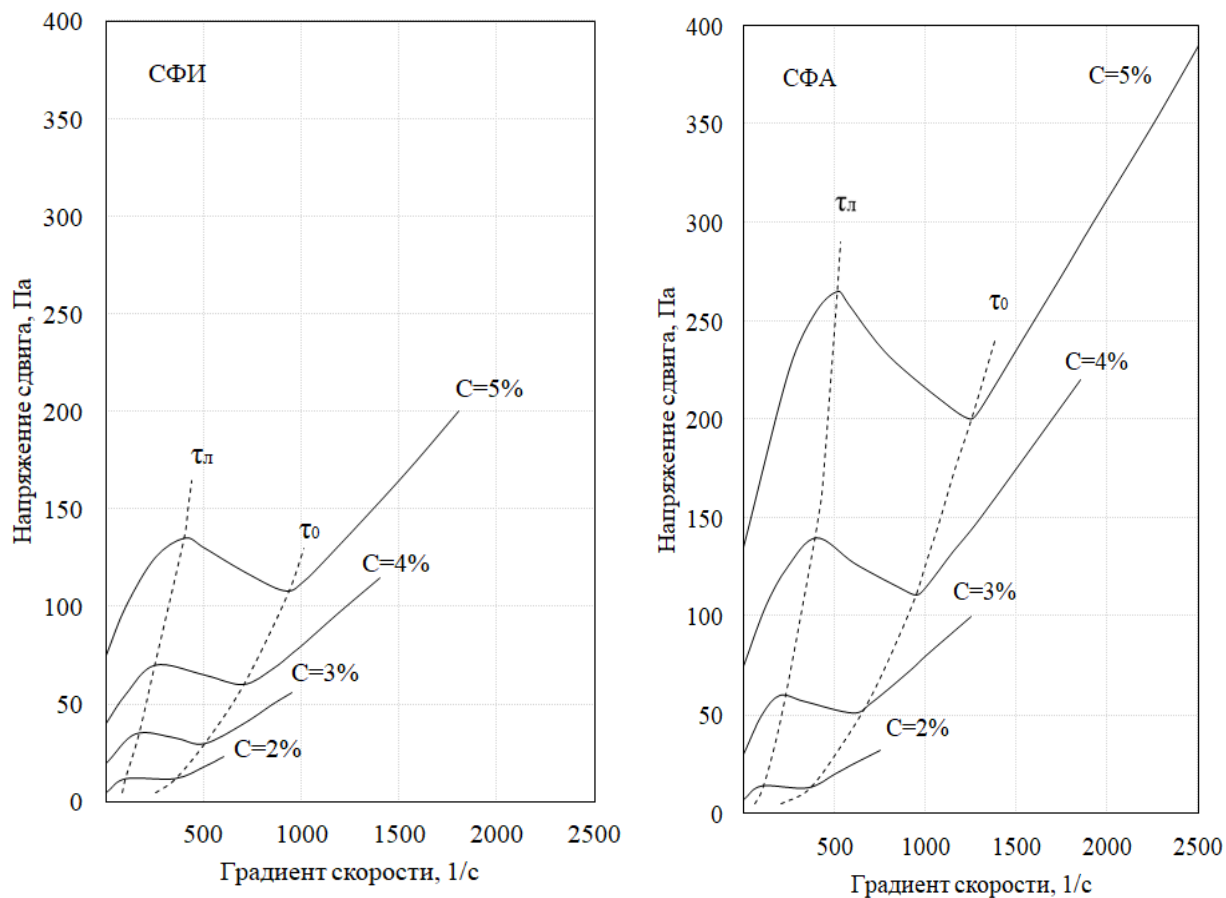


Рис. 2.10. Сравнение зависимостей напряжений от градиента скорости для неразмолотых СФИ и СФА

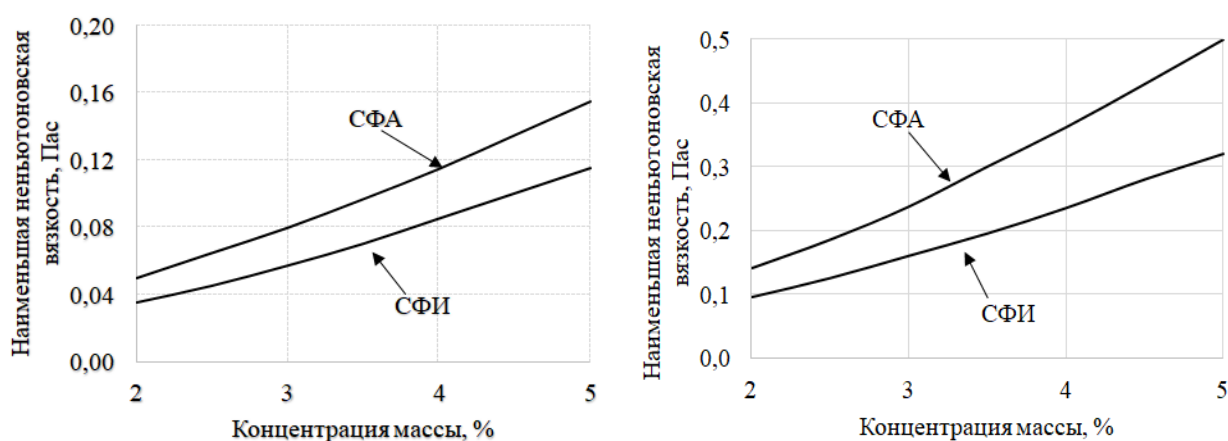


Рис. 2.11. Сравнение зависимостей наибольшей и наименьшей ньютоновской вязкости от концентрации для СФИ и СФА

На рис. 2.12 для СФИ и СФА концентрацией 0,7÷5 % согласно аналитической (2.29) и критериальной (2.37) оценок представлен процесс

распада флоккул как зависимость относительной толщины флоккул $\frac{b}{l}$ от градиента скорости. Рис. 2.12 показывает практически совпадение аналитического и критериального подхода к оценке процесса диспергирования массы в сдвиговом ламинарном течении.

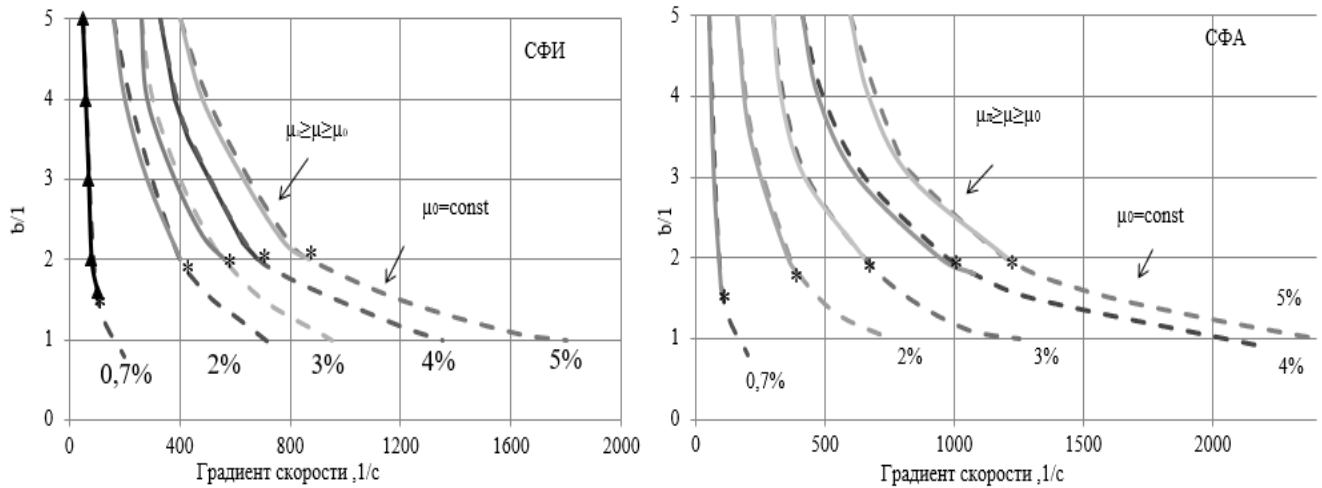


Рис. 2.12. Сравнение аналитической (сплошная линия) и критериальной (штриховая линия) зависимостей относительной толщины флоккул $\frac{b}{l}$ от градиента скорости при изменении концентрации СФИ и СФА.
* – точки, соответствующие началу режима течения с наименьшей ньютоновской вязкостью

Рис. 2.12 показывает хорошее совпадение аналитического и критериального подхода к оценке процесса диспергирования флоккул в градиентном потоке.

2.6. Распределение скоростей в сдвиговом ламинарном течении

Представим реологическую зависимость (2.8), имеющую место при малых градиентах скорости $0 \leq \gamma \leq \gamma_L$ и определяющую структурный режим течения в следующем виде:

$$\frac{\gamma}{\gamma_L} = 1 - \sqrt{\frac{1}{1-K_H}} \sqrt{1 - \frac{\tau}{\tau_L}}; K_H = \frac{\tau_H}{\tau_L} \leq \frac{\tau}{\tau_L} \leq 1. \quad (2.57)$$

Аппроксимируем распределение напряжений по зазору между подвижной и неподвижной стенками линейной функцией:

$$\frac{\tau}{\tau_w} = 1 + \frac{1-K_H}{K_H} \left(1 - \frac{\gamma}{\gamma_L}\right) \frac{y}{S}, \quad (2.58)$$

где τ_w – напряжение на неподвижной стенке, τ – напряжение в зазоре S на безразмерной координате $\frac{y}{S}$.

Функция (2.58) удовлетворяет следующим условиям:

$$\tau = \tau_w \text{ при } \frac{y}{S} = 0; \quad (2.59)$$

$$\frac{\tau_s}{\tau_w} = \frac{1}{K_H} - \frac{1-K_H}{K_H} \cdot \frac{\gamma}{\gamma_L} \text{ при } \frac{y}{S} = 1, \quad (2.60)$$

где τ_s – напряжение на подвижной стенке.

Из условия (2.60) следует:

$$\frac{\tau_s}{\tau_w} = 1 \text{ при } \frac{\gamma}{\gamma_L} = 1. \quad (2.61)$$

Выражение (2.61) означает, что при достижении градиента скорости γ_L , соответствующему переходу структурного режима в ньютоновский режим с наибольшей вязкостью μ , напряжения становятся постоянными по всему зазору между стенками. Из условия (2.61) также следует:

$$\frac{\tau_w}{\tau_s} = \frac{\tau_H}{\tau_L} = K_H \text{ при } \gamma \rightarrow 0. \quad (2.62)$$

Выражение (2.62) означает, что при малых градиентах скорости в структурном слое у неподвижной стенки напряжения τ_w недостаточны для разрушения структуры, а у подвижной стенки под действием больших напряжений τ_s масса приобретает текучесть. Вследствие этого, происходит расслоение течения, в котором масса у неподвижной стенки стоит, а в остальной части зазора движется.

Подставляя в (2.57) выражение (2.58), получим:

$$\frac{\gamma}{\gamma_L} = \frac{1}{\gamma_L \cdot S} \frac{dU}{d\left(\frac{y}{S}\right)} = 1 + \frac{0,5 \tau_w \gamma}{K_H \tau_L S} - \sqrt{\frac{1}{1-K_H} \left(1 - \frac{\tau_w}{\tau_L}\right) + \left(\frac{0,5 \tau_w \gamma}{K_H \tau_L S}\right)^2}. \quad (2.63)$$

Интегрируя выражение (2.63), получим:

$$\begin{aligned} \frac{U}{\gamma_L \cdot S} = & \frac{y}{S} + \frac{0,25}{K_H} \cdot \frac{\tau_w}{\tau_L} \cdot \left(\frac{y}{S}\right)^2 - 0,5 \frac{y}{S} \sqrt{\frac{1-\tau_w/\tau_L}{1-K_H} + \left(\frac{0,5 \tau_w \gamma}{K_H \tau_L S}\right)^2} - \\ & - \frac{\frac{K_H(1-\tau_w/\tau_L)}{\tau_L}}{\frac{\tau_w}{\tau_L}} \cdot \ln \left(\frac{y}{S} + \frac{\sqrt{\frac{1-\tau_w/\tau_L}{1-K_H} + \left(\frac{0,5 \tau_w \gamma}{K_H \tau_L S}\right)^2}}{\frac{0,5 \tau_w \gamma}{K_H \tau_L}} \right) + C. \end{aligned}$$

Определяя постоянную C из условия $U = 0$ при $\frac{y}{S} = 0$ и, подставляя ее в предыдущее выражение, получим:

$$\begin{aligned} \frac{U}{\gamma_L \cdot S} = & \frac{y}{S} + \frac{0,25}{K_H} \cdot \frac{\tau_w}{\tau_L} \cdot \left(\frac{y}{S}\right)^2 - \frac{1}{2} \frac{y}{S} \sqrt{\frac{1-\tau_w/\tau_L}{1-K_H} + \left(\frac{0,5 \tau_w \gamma}{K_H \tau_L S}\right)^2} - \\ & - \frac{\frac{K_H(1-\tau_w/\tau_L)}{\tau_L}}{\frac{\tau_w}{\tau_L}} \cdot \ln \left(\frac{\frac{0,5 \tau_w \gamma}{K_H \tau_L S} + \sqrt{\frac{1-\tau_w/\tau_L}{1-K_H} + \left(\frac{0,5 \tau_w \gamma}{K_H \tau_L S}\right)^2}}{\sqrt{\frac{1-\tau_w/\tau_L}{1-K_H}}} \right). \end{aligned} \quad (2.64)$$

Обозначая U_s – скорость подвижной стенки, получим из (2.64) при $\frac{y}{S} = 1$:

$$\frac{U_s}{\gamma_l \cdot S} = 1 + \frac{0,25}{K_H} \cdot \frac{\tau_w}{\tau_l} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1 - \frac{\tau_w}{\tau_l}}{1 - K_H} + \left(\frac{0,5}{K_H} \cdot \frac{\tau_w}{\tau_l} \right)^2} - \frac{\frac{K_H}{1-K_H} \left(1 - \frac{\tau_w}{\tau_l} \right)}{\frac{\tau_w}{\tau_l}} \cdot \ln \left(\frac{\frac{0,5}{K_H} \cdot \frac{\tau_w}{\tau_l} + \sqrt{\frac{1 - \frac{\tau_w}{\tau_l}}{1 - K_H} + \left(\frac{0,5}{K_H} \cdot \frac{\tau_w}{\tau_l} \right)^2}}{\sqrt{\frac{1 - \frac{\tau_w}{\tau_l}}{1 - K_H}}} \right), \quad (2.65)$$

где $K_H \leq \frac{\tau_w}{\tau_l} \leq 1$.

В начале течения, при некоторой скорости подвижной стенки $U_s = U_{сн}$, на неподвижной стенке возникают напряжения, достаточные для разрушения на ней структуры $\tau_w = \tau_n$. Подставляя это начальное условие,

$$\frac{\tau_w}{\tau_l} = \frac{\tau_n}{\tau_l} = K_H \text{ при } U_s = U_{сн}. \quad (2.66)$$

В уравнения (2.64) и (2.65), получим:

$$\frac{U}{\gamma_l \cdot S} = \frac{y}{S} + 0,25 \cdot \left(\frac{y}{S} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{y}{S} \sqrt{1 + 0,25 \left(\frac{y}{S} \right)^2} - \ln \left(0,5 \cdot \frac{y}{S} + \sqrt{1 + 0,25 \left(\frac{y}{S} \right)^2} \right) \quad (2.67)$$

$$\text{при } U_{сн} = 0,2098 \cdot \gamma_l \cdot S. \quad (2.68)$$

Подставляя (2.68) в (2.67) получим безразмерное распределение скорости в начальный момент течения:

$$\frac{U}{U_{сн}} = \frac{1}{0,2098} \left[\frac{y}{S} + 0,25 \cdot \left(\frac{y}{S} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{y}{S} \sqrt{1 + 0,25 \left(\frac{y}{S} \right)^2} - \ln \left(0,5 \cdot \frac{y}{S} + \sqrt{1 + 0,25 \left(\frac{y}{S} \right)^2} \right) \right]. \quad (2.69)$$

Для определения распределения скорости в момент, когда течение по всему зазору становится полностью ньютоновским, подставим в (2.64) и (2.65) условие, что на неподвижной стенке напряжения достигнут значений $\tau_w = \tau_l$.

При этом учтем, что предел последних членов в (2.64) и (2.65), содержащих логарифм, при $\frac{\tau_w}{\tau_l} \rightarrow 1$ равен нулю. С учетом этого, получим из (2.64) и (2.65) при $\frac{\tau_w}{\tau_l} = 1$:

$$\frac{U}{\gamma_l \cdot S} = \frac{y}{S} \text{ при } U_s = \gamma_l \cdot S. \quad (2.70)$$

Из (2.70) следует:

$$\frac{U}{U_s} = \frac{y}{S} \text{ при } U_s \geq \gamma_l \cdot S. \quad (2.71)$$

Таким образом, в диапазоне скоростей стенки:

$$U_{сн} = 0,2098 \cdot \gamma_l \cdot S \leq U_s \leq \gamma_l \cdot S = U_{сл} \quad (2.72)$$

и соответствующих ему диапазону напряжений на неподвижной стенке:

$$\tau_n = K_H \cdot \tau_l \leq \tau_w \leq \tau_l,$$

безразмерное распределение скорости U/U_s будет описываться уравнениями (2.64) и (2.65), а конечные фазы этих уравнений будут иметь вид (2.69) и (2.71).

Для заданной скорости стенки U_s в диапазоне, согласно (2.72) из (2.65), вычисляется параметр τ_w/τ_l , который подставляется в уравнение (2.64), определяя, тем самым, безразмерное распределение скоростей U/U_s .

Аналогично определим безразмерное распределение градиента скорости по зазору $\frac{y}{\gamma_l} \left(\frac{y}{S}\right)$, определяя из (2.65) по заданной скорости стенки U_s параметр $\frac{\tau_w}{\tau_l}$, и затем подставляя его в (2.63). Соответствующие диапазоны градиентов скоростей определяется из (2.63):

На неподвижной стенке:

$$\gamma_w = 0 \text{ при } U_s = U_{сн}; \quad \gamma_w = \gamma_l \text{ при } U_s = U_{сл}. \quad (2.73)$$

На подвижной стенке:

$$\gamma_s = 0,382 \cdot \gamma_l \text{ при } U_s = U_{сн}; \quad \gamma_w = \gamma_l \text{ при } U_s = U_{сл}. \quad (2.74)$$

Подставим (2.57) в формулу (2.58):

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\tau_l} = \frac{\tau_w}{\tau_l} - \frac{1}{2} \frac{1 - K_H}{K_H^2} \left(\frac{\tau_w}{\tau_l} \right)^2 \left(\frac{y}{S} \right)^2 + \\ + \frac{\sqrt{1 - K_H}}{K_H} \frac{\tau_w}{\tau_l} \frac{y}{S} \cdot \sqrt{1 - \frac{\tau_w}{\tau_l} + \frac{1}{4} \frac{1 - K_H}{K_H} \left(\frac{\tau_w}{\tau_l} \right)^2 \left(\frac{y}{S} \right)^2}. \end{aligned} \quad (2.75)$$

Выражение (2.75) определяет безразмерное распределение напряжений $\frac{\tau}{\tau_l}$ по зазору $\frac{y}{S}$ в диапазоне скоростей (2.72). Из (2.72) непосредственно следует, что при $\tau_w = \tau_l$ ($U_s = U_{сл}$) напряжения $\tau = \tau_l$ одинаковы по зазору, что характерно для ньютоновской жидкости. Из (2.75) также следует, что при $U_s = U_{сн} = 0,2098 \cdot \gamma_l \cdot S$:

напряжения на неподвижной стенке:

$$\tau_w = K_H \cdot \tau_l;$$

напряжение на подвижной стенке:

$$\tau_s = (0,618 + 0,382 \cdot K_H) \cdot \tau_l.$$

На рис. 2.13 представлено безразмерное распределение скорости и градиента скорости по зазору между подвижной и неподвижной стенками для СФИ концентрацией 1,1% и 5%. Графики построены для трех значений параметров $\frac{\tau_w}{\tau_l}$, чему согласно (2.68), (2.65) и (2.72) соответствуют значения:

$$\frac{\tau_w}{\tau_l} = K_H \text{ при } \frac{U_{сн}}{\gamma_l \cdot S} = 0,2098;$$

$$\begin{aligned} \frac{\tau_w}{\tau_l} = \frac{1 + K_H}{2} \text{ при } \frac{U_s}{\gamma_l \cdot S} = 1,125 + \frac{0,125}{K_H} + 0,5 \sqrt{0,5 + 0,0625 \left(\frac{1 + K_H}{2} \right)^2} - \\ - \frac{K_H}{1 + K_H} \cdot \ln \left(\frac{\frac{0,25(1 + K_H)}{K_H} + \sqrt{0,5 + 0,0625 \left(\frac{1 + K_H}{2} \right)^2}}{0,7071} \right); \end{aligned}$$

$$\frac{\tau_w}{\tau_l} = 1 \text{ при } \frac{U_{сл}}{\gamma_l \cdot S} = 1,$$

где $S = 1 \cdot 10^{-2} \text{ м}$.

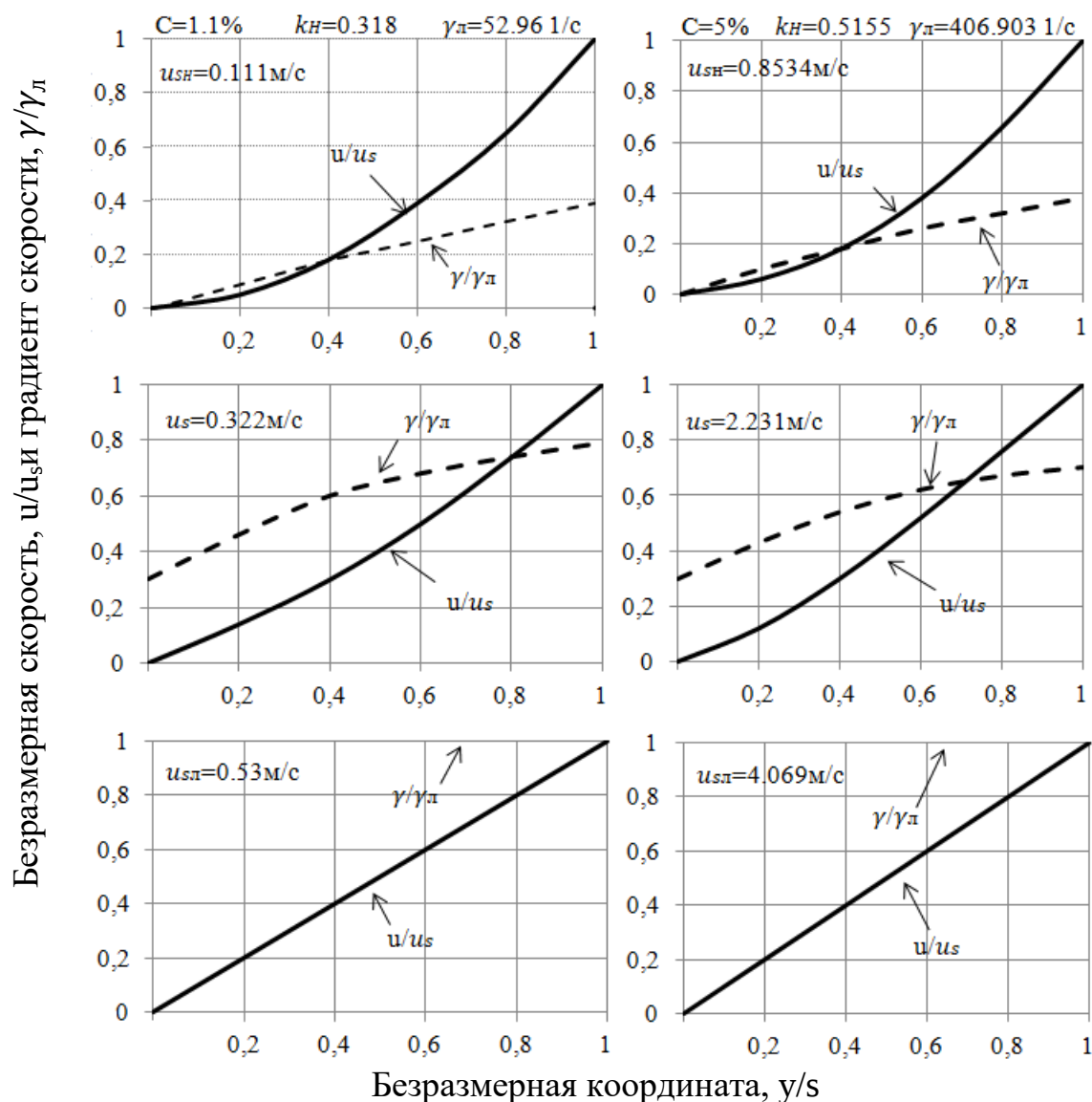


Рис. 2.13. Безразмерное распределение скорости и градиента скорости по зазору между подвижной и неподвижной стенками СФИ концентрацией 1,1% и 5%, иллюстрирующие переход структурного режима течения к ньютоновскому с переменной вязкостью

Значения реологических параметров СФИ:

$$K_H = 0,3179, \gamma_\pi = 52,9609 \frac{1}{c} \text{ при } C = 1,1\% ;$$

$$K_H = 0,5155, \gamma_\pi = 406,9027 \frac{1}{c} \text{ при } C = 5\% .$$

Рис. 2.13 иллюстрирует переход структурного режима течения массы к ньютоновскому.

3. МОДЕЛИ ДИСПЕРГИРОВАНИЯ МАССЫ В ПЕРЕХОДНОМ И ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМАХ СДВИГОВОГО ТЕЧЕНИЯ

3.1. Модели переходного и турбулентного режимов течения для бумажной массы

Для построения моделей введём, следуя гидромеханике ньютоновских жидкостей пристеночных течений, универсальные координаты η , φ :

$$\eta = \frac{y}{\ell_*}; \quad \varphi = \frac{u}{v_*}, \quad (3.1)$$

$$\text{где } v_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} - \text{динамическая скорость}; \quad (3.2)$$

$$\ell_* = \frac{\nu}{v_*} - \text{динамическая длина}; \quad (3.3)$$

ν – кинематическая вязкость.

На рис. 3.1 показано распределение скорости бумажной массы при сдвиговом течении в различных режимах.

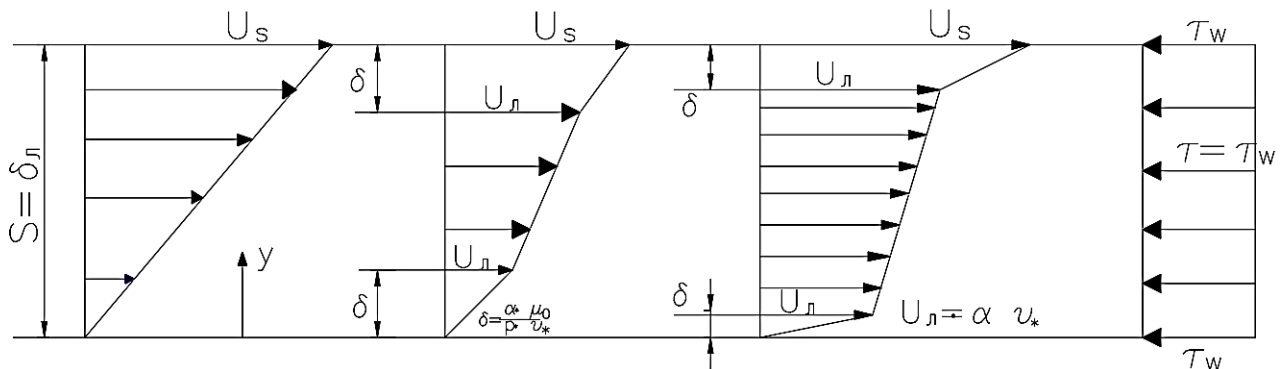


Рис. 3.1. Распределение скорости массы в сдвиговом течении в конце ламинарного, переходном и турбулентном режимах течения

Введём коэффициент пропорциональности α , связывающий толщину ламинарного пограничного слоя δ и динамическую длину:

$$\delta = \alpha \cdot \ell_* = \alpha \cdot \frac{\nu}{v_*}. \quad (3.4)$$

Поскольку для сдвигового течения напряжения τ постоянные для всей области течения, для ламинарного слоя на стенке будем иметь:

$$\tau = \tau_w = \mu_0 \frac{du}{dy} = \text{const}.$$

Интегрируя последнее выражение, получим:

$$u = \frac{\tau_w}{\mu_0} \cdot y. \quad (3.5)$$

Из (3.5) при $y = \delta$; $u = u_l$ следует:

$$u_l = \frac{\tau_w}{\mu_0} \cdot \delta. \quad (3.6)$$

Подставляя в (3.5) выражение (3.2) получим:

$$u = \frac{\tau_w}{\mu_0} \cdot y = \frac{v_*^2 \cdot \rho}{\nu \cdot \rho} \cdot y = \frac{v_*^2}{\nu} \cdot y \text{ при } 0 \leq y \leq \delta \quad (3.7)$$

Подставляя в (3.7) выражения (3.3) и (3.1), получим для ламинарного слоя:

$$\varphi = \frac{u}{v_*} = \frac{v_*}{v} \cdot y = \frac{y}{\ell_*} = \eta \quad \text{при } 1 \leq \eta \leq \alpha. \quad (3.8)$$

Распределение скорости в турбулентном ядре на гладкой стенке для ньютоновской жидкости определяется логарифмическим законом:

$$\varphi = \frac{1}{\chi} \ln \eta + B = 2,5 \ln \eta + 5,5, \quad (3.9)$$

где $B = -\frac{1}{\chi} \ln \beta$; $\beta = 0,111$;

$\chi = 0,4$ – постоянная Кармана.

Как следует из литературных источников, коэффициент сопротивления массы, имеющей большую вязкость, чем у воды, в турбулентном режиме течения меньше, чем у воды. Следовательно, логарифмический закон в форме (3.9) применительно к турбулентным течениям бумажных масс нуждается в модификации. Кроме того, технологические процессы в целлюлозно-бумажной промышленности происходят в широком диапазоне концентраций, соответственно, в широком диапазоне вязкости, вследствие чего, во многих случаях имеет место переходный режим течения, который не учитывается формулой (3.9).

Модифицируем закон гладкой стенки (3.9) применительно к течению бумажных масс в переходном и турбулентном режимах течения.

На границе ламинарного и турбулентного слоёв течения, согласно (3.8), (3.1) и (3.4), будем иметь:

$$\varphi = \eta = \frac{\delta}{\ell_*} = \alpha. \quad (3.10)$$

Подставим (3.10) в общее выражение (3.9):

$$B = \alpha - \frac{1}{\chi} \ln \alpha. \quad (3.11)$$

Подставляя (3.11) в (3.9), получим распределение скорости:

$$\varphi = \frac{1}{\chi} \ln \frac{\eta}{\alpha} + \alpha. \quad (3.12)$$

Коэффициент α должен зависеть в турбулентном режиме от постоянной Кармана χ , которая, в свою очередь, должна зависеть от концентрации массы, а в переходном режиме ещё и от числа Re.

Определим зависимость α от Re в переходном режиме зависимостью:

$$\alpha = \alpha_p \left(\frac{Re}{Re_p} \right)^m. \quad (3.13)$$

В (3.13) число Re_p , соответствующее наступлению переходного режима течения, определяется согласно (2.13) и (2.50):

$$Re_p = \frac{\rho \cdot u_p \cdot S}{\mu_0} = \frac{\rho \cdot \gamma_p \cdot S^2}{\mu_0} = 1,6 \cdot 10^3. \quad (3.14)$$

Определим число Re_t , соответствующее началу турбулентного режима течения:

$$Re_t = \frac{\rho \cdot u_t \cdot S}{\mu_0}. \quad (3.15)$$

Из экспериментальных данных следует:

$$\frac{Re_t}{Re_p} = K_t = \text{const} = 1,7575 . \quad (3.16)$$

В конце ламинарного течения из (3.7) при $y = S$, $u = u_s$ получим:

$$u_s = \frac{v_*^2}{v} \cdot \delta = \frac{v_*^2}{v} \cdot S . \quad (3.17)$$

Подставим (3.17) в выражение (3.4):

$$\alpha = \frac{v_* \cdot \delta}{v} = \frac{v_* \cdot S}{v} = \sqrt{\frac{u_s \cdot v}{S}} \cdot \frac{S}{v} = \sqrt{\frac{u_s \cdot S}{v}} = \sqrt{Re} . \quad (3.18)$$

Из (3.18) при $u_s = u_p$; $\alpha = \alpha_p$ следует:

$$\alpha_p = \sqrt{Re_p} . \quad (3.19)$$

Подставляя значения Re_p из (3.14) в (3.19), получим:

$$\alpha_p = \sqrt{Re_p} = \sqrt{1,6 \cdot 10^3} = 40 . \quad (3.20)$$

При наступлении турбулентного режима $Re = Re_t$ коэффициент α в (3.13) перестаёт зависеть от числа Re и будет зависеть только от постоянной Кармана x , причём при $x = 0,4$ для ньютоновской жидкости формула (3.12) должна совпадать с формулой (3.9):

$$\varphi = 2,5 \ln \eta + 5,5 = 2,5 \ln \frac{\eta}{\alpha_t} + \alpha_t .$$

Из этого уравнения получаем:

$$\alpha_t = \frac{4,6}{x} \quad \text{при } Re \geq Re_t . \quad (3.21)$$

Определим теперь показатель степени m из формулы (3.13) с учётом формул (3.16) и (3.20):

$$m = \frac{\ln \frac{\alpha_t}{\alpha_p}}{\ln \frac{Re_t}{Re_p}} = \frac{\ln \frac{4,6}{x \sqrt{Re_p}}}{\ln K_t} = \frac{\ln \frac{4,6}{x \cdot 40}}{\ln 1,7575} = 1,7734 \ln \frac{0,115}{x} . \quad (3.22)$$

Формула (3.13) будет иметь вид:

$$\alpha = \alpha_p \left(\frac{Re}{Re_p} \right)^m = \sqrt{Re_p} \left(\frac{Re}{Re_p} \right)^m \quad \text{при } Re_p \leq Re \leq Re_t , \quad (3.23)$$

где $m = \frac{\ln \frac{4,6}{x \sqrt{Re_p}}}{\ln K_t}$;

$$\alpha = \frac{4,6}{x} \quad \text{при } Re \geq Re_t . \quad (3.24)$$

Учитывая числовое выражение (3.22), получим из (3.24):

$$\alpha = 40 \left(\frac{Re}{1,6 \cdot 10^3} \right)^{1,7734 \cdot \ln \frac{0,115}{x}} \quad \text{при } 1,6 \cdot 10^3 \leq Re \leq 2,812 \cdot 10^3 ,$$

$$\alpha = \frac{4,6}{x} \quad \text{при } Re \geq 2,812 \cdot 10^3 . \quad (3.25)$$

Обработка экспериментальных результатов показала, что постоянная Кармана очень слабо зависит от композиции массы и связана с концентрацией C , % эмпирической формулой:

$$x = \frac{1}{c^{0,4} + 2,5} . \quad (3.26)$$

На рис. 3.2 представлен закон гладкой стенки для бумажной массы концентрацией 0,5% и 5% в универсальных координатах (3.12) с учётом формул (3.25) и (3.26) и ньютоновской жидкости при переходе от ламинарного течения к турбулентному.

На стенке, движущейся со скоростью u_s , распределение скорости в ламинарном слое согласно (3.5) будет иметь вид:

$$u = u_s - \frac{\tau}{\mu_0} (S - y) \quad \text{при } S - \delta \leq y \leq S. \quad (3.27)$$

Подставим в (3.27) выражение (3.2):

$$\frac{u}{v_*} - \frac{u_s}{v_*} = \frac{y \cdot v_*}{v} - \frac{S \cdot v_*}{v}.$$

Подставляя в последнее выражение значения универсальных координат (3.1) и (3.3), получим распределение скорости в ламинарном слое на подвижной стенке в координатах $\varphi(\eta)$:

$$\varphi = \eta - \eta_s + \varphi_s \quad \text{при } \eta_s - \alpha \leq \eta \leq \eta_s, \quad (3.28)$$

$$\text{где } \varphi_s = \frac{u_s}{v_*}; \quad \eta_s = \frac{S \cdot v_*}{v}$$

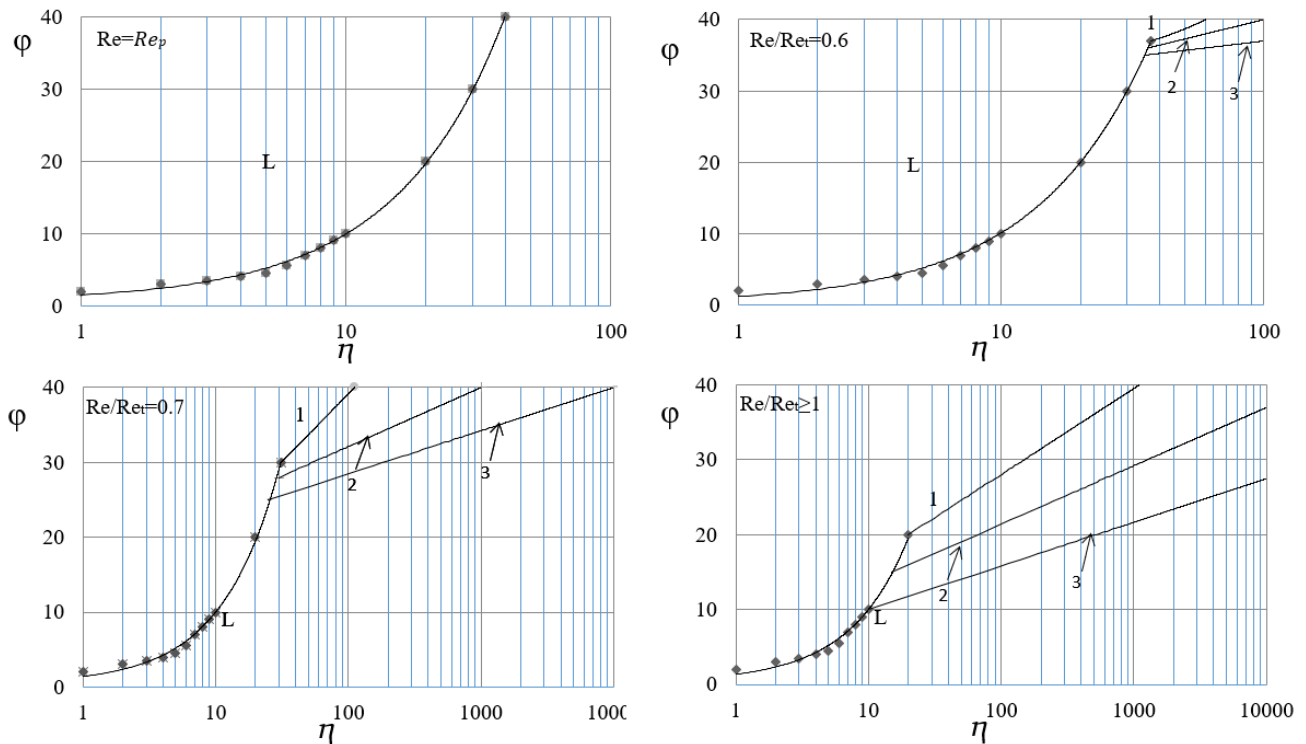


Рис. 3.2. Распределение скорости в универсальных координатах $\varphi(\eta)$ на гладкой стенке в конце ламинарного течения $Re = 0,6 \cdot Re_t = 1,6 \cdot 10^3$;

в переходном режиме $Re = 0,6 \cdot Re_t = 1,69 \cdot 10^3$; $Re = 0,7 \cdot Re_t = 1,97 \cdot 10^3$

и турбулентном режиме течения $Re = Re_t = 2,812 \cdot 10^3$:

1 – масса концентрацией 5%; 2 – масса концентрацией 0,5%;

3 – ньютоновская жидкость

На границе ламинарного слоя и турбулентного ядра подвижной стенки получим из (3.28) при $\eta = \eta_s - \alpha$ выражение:

$$\varphi = \eta_s - \alpha - \eta_s + \varphi_s = \varphi_s - \alpha \quad (3.29)$$

Подставим граничное условие (3.29) в распределение скорости в турбулентном ядре (3.12), стыкуя тем самым, турбулентный и ламинарный слои:

$$\varphi_s - \frac{1}{x} \ln \left(\frac{\eta_s}{\alpha} - 1 \right) - 2 \cdot \alpha = 0 \quad (3.30)$$

Уравнения (3.12), (3.28), (3.29) и (3.30) с дополнительными уравнениями (3.24) и (3.26) определяют характеристики сдвигового течения бумажной массы в переходном и турбулентном режимах течения:

$$\begin{aligned}\varphi &= \eta && \text{при } 1 \leq \eta \leq \alpha, \\ \varphi &= \frac{1}{x} \ln \frac{\eta}{\alpha} + \alpha && \text{при } \alpha \leq \eta \leq \eta_s - \alpha, \\ \varphi &= \eta - \eta_s + \varphi_s && \text{при } \eta_s - \alpha \leq \eta \leq \eta_s, \\ \varphi_s - \frac{1}{x} \ln \left(\frac{\eta_s}{\alpha} - 1 \right) - 2 \cdot \alpha &= 0.\end{aligned}\quad (3.31)$$

Развернём универсальные координаты в последнем выражении (3.31) согласно (3.1)-(3.3), с учётом (3.25):

$$\sqrt{\frac{\rho}{\tau}} u_s - \frac{1}{x} \ln \left(\frac{\sqrt{\rho \cdot \tau} \cdot S}{\mu_0 \cdot \alpha} - 1 \right) - 2 \cdot \alpha = 0, \quad (3.32)$$

$$\alpha = 40 \left(\frac{u_s}{u_p} \right)^{1,7734 \cdot \ln \frac{0,115}{x}} \quad \text{при } u_p \leq u_s \leq u_t, \quad (3.33)$$

$$\alpha = \frac{4,6}{x} \quad \text{при } u_s \geq u_t, \quad (3.34)$$

$$\text{где } u_p = \frac{Re_p \cdot \mu_0}{\rho \cdot S} = \frac{1,6 \cdot 10^3 \cdot \mu_0}{\rho \cdot S}; \quad u_t = K_t \cdot u_p = 1,7575 \cdot u_p.$$

Выразим уравнения (3.32) через средний градиент скорости $\gamma = \frac{u_s}{S}$:

$$\sqrt{\frac{\rho}{\tau}} S \cdot \gamma - \frac{1}{x} \ln \left(\frac{\sqrt{\rho \cdot \tau} \cdot S}{\mu_0 \cdot \alpha} - 1 \right) - 2 \cdot \alpha = 0, \quad (3.35)$$

$$\alpha = 40 \left(\frac{\gamma}{\gamma_p} \right)^{1,7734 \cdot \ln \frac{0,115}{x}} \quad \text{при } \gamma_p \leq \gamma \leq \gamma_t, \quad (3.36)$$

$$\alpha = \frac{4,6}{x} \quad \text{при } \gamma \geq \gamma_t,$$

$$\text{где } \gamma_p = \frac{Re_p \cdot \mu_0}{\rho \cdot S^2} = \frac{1,6 \cdot 10^3 \cdot \mu_0}{\rho \cdot S^2}; \quad \gamma_t = K_t \cdot \gamma_p = 1,7575 \cdot \gamma_p.$$

Уравнения (3.32) и (3.35), основанные на логарифмическом законе, требуют физического обоснования. Для этого применим известную для сдвигового течения формулу [140], суммирующую ламинарные и турбулентные напряжения:

$$\tau = (\mu_0 + A_\tau) \cdot \gamma, \quad (3.37)$$

где A_τ – коэффициент турбулентного обмена, определяющийся длиной пути смешения ℓ_t и градиентом скорости γ :

$$A_\tau = \rho \cdot \ell_t^2 \cdot \gamma. \quad (3.38)$$

Практическое применение формулы (3.37) для волокнистых суспензий рассмотрено авторами в работе [140].

Положим, что длина пути смешения ℓ_t пропорциональна величине зазора S с поправкой на постоянную Кармана x :

$$\ell_t = \beta_t \cdot x^\psi \cdot S, \quad (3.39)$$

где β_t – коэффициент пропорциональности.

Подставим (3.39) и (3.38) в выражение (3.37):

$$\tau = (\mu_0 + A_\tau) \cdot \gamma = (\mu_0 + \rho \cdot \beta_t^2 \cdot x^{2\varphi} \cdot S^2 \cdot \gamma) \cdot \gamma. \quad (3.40)$$

Из (3.40) выразим:

$$\beta_t \cdot x^\psi = \sqrt{\frac{\tau - \mu_0 \cdot \gamma}{\rho}} \cdot \frac{1}{\gamma \cdot S}. \quad (3.41)$$

Из экспериментальных зависимостей $\tau(\gamma)$ при различных концентрациях массы определим по формуле (3.41) постоянные β_t и ψ :

$$\beta_t = 0,2; \quad \psi = 1,7575.$$

Подставляя эти значения в (3.40) получим зависимость напряжений от среднего градиента скорости в турбулентном режиме:

$$\tau = (\mu_0 + \rho \cdot 0,04 \cdot x^{3,515} \cdot S^2 \cdot \gamma) \cdot \gamma \quad \text{при } \gamma \geq \gamma_t. \quad (3.42)$$

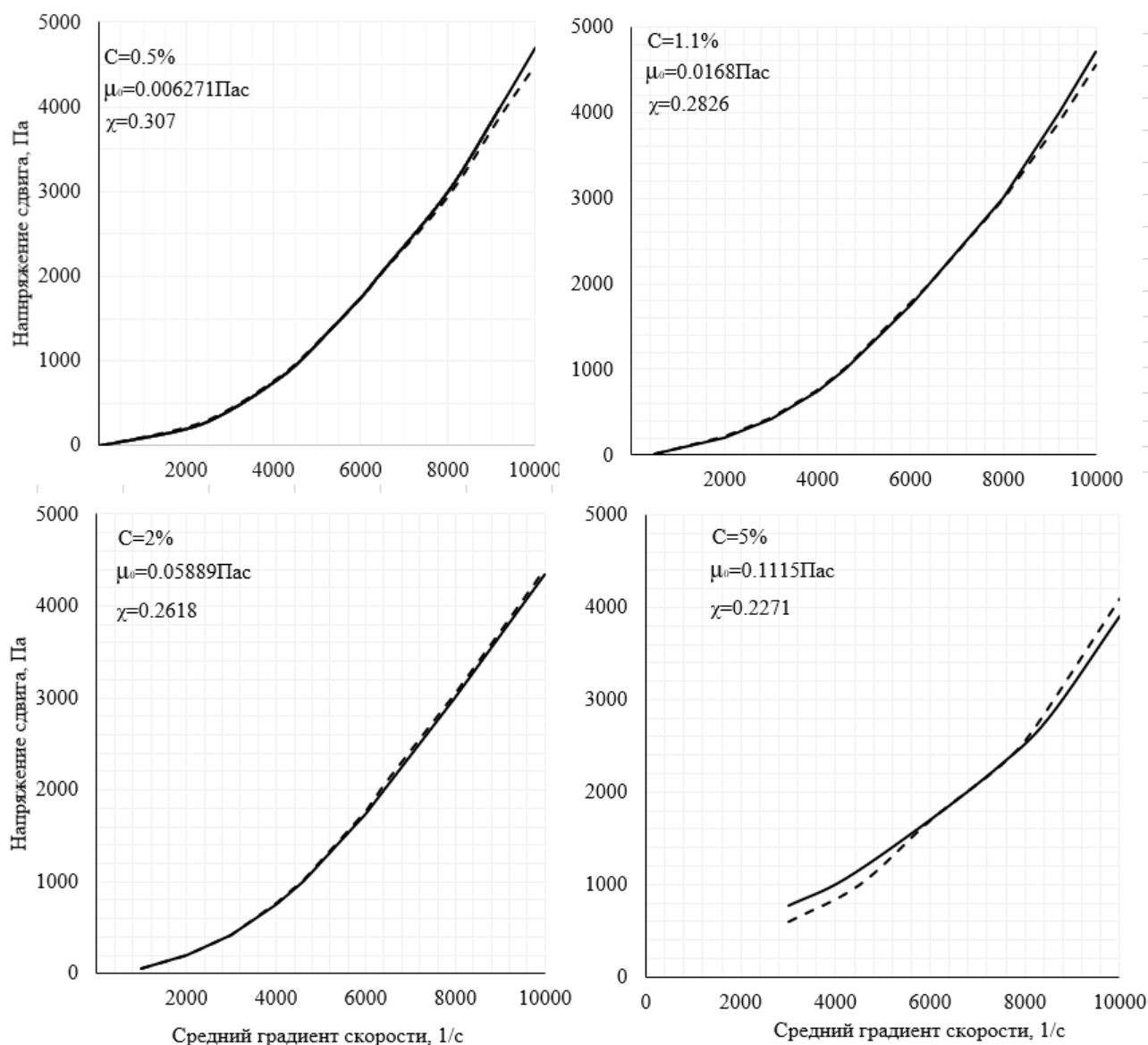


Рис. 3.3. Сравнение зависимостей сдвиговых напряжений от среднего градиента скорости СФИ концентрацией 0,5 ÷ 5% в турбулентном режиме согласно формуле (3.35) – сплошная линия и формуле (3.42) – штриховая линия

На рис. 3.3 приведено сравнение зависимостей напряжений от среднего градиента скорости в турбулентном режиме, определенных по формуле (3.42) и по формуле (3.35) для различных концентраций массы. Из рисунка 3.3 следует, что (3.42) является аналогом формулы (3.35).

В переходном режиме определим изменение длины пути смешения от числа Re степенной зависимостью. Учитывая (3.16) и (3.39), будем иметь:

$$\begin{aligned} \ell_{\Pi} &= \ell_t \cdot \left(\frac{1 - \frac{Re_p}{Re}}{1 - \frac{Re_p}{Re_t}} \right)^{m_p} = \ell_t \left(\frac{1 - \frac{Re_p}{Re}}{1 - \frac{1}{K_t}} \right)^{m_p} = \ell_t \left(\frac{1 - \frac{Re_p}{Re}}{1 - \frac{1}{1,7575}} \right)^{m_p} = \\ &= \ell_t \cdot \left[2,3201 \left(1 - \frac{Re_p}{Re_t} \right) \right]^{m_p} = \beta_t \cdot S \cdot x^{\psi} \cdot \left[2,3201 \left(1 - \frac{\gamma_p}{\gamma_t} \right) \right]^{m_p}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Из (3.43) следует, что в начале переходного режима течения длина пути смешения $\ell_{\Pi} = 0$, а в конце переходного $\ell_{\Pi} = \ell_t$.

Подставим (3.43) в (3.38), затем получившееся значение A_t подставим в (3.37) при $m_p = 0,7$:

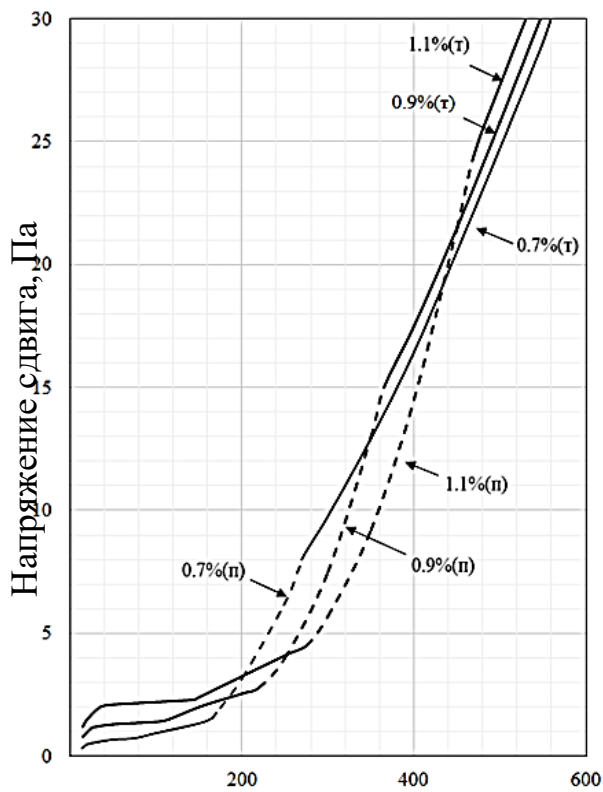
$$\begin{aligned} \tau &= \left[\mu_0 + \rho \cdot \beta_t^2 \cdot x^{2\psi} \cdot (2,3201)^{2 \cdot m_p} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_p}{\gamma} \right)^{2 \cdot m_p} \cdot S^2 \cdot \gamma \right] \cdot \gamma = \\ &= \left[\mu_0 + \rho \cdot 0,04 \cdot x^{3,515} \cdot 2,3201^{1,4} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_p}{\gamma} \right)^{1,4} \cdot S^2 \cdot \gamma \right] \cdot \gamma = \\ &= \left[\mu_0 + \rho \cdot 0,13 \cdot x^{3,515} \cdot \left(1 - \frac{\gamma_p}{\gamma} \right)^{1,4} \cdot S^2 \cdot \gamma \right] \cdot \gamma \quad \text{при } \gamma_p \leq \gamma \leq \gamma_t. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Зависимость (3.44) напряжений от среднего градиента скорости в переходном режиме является аналогом зависимости (3.35).

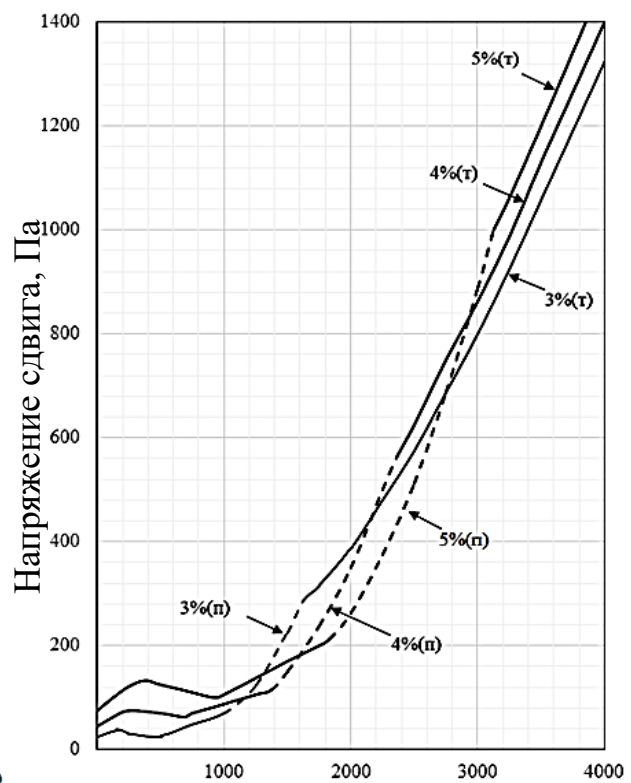
На рис. 3.4 представлены зависимости напряжений от среднего градиента скорости для СФИ в диапазоне концентраций $0,7 \div 5\%$ во всех режимах течения согласно формулам (2.53) для ламинарного режима, (3.44) – для переходного режима и (3.42) – для турбулентного режима. Рис. 3.4 показывает, что в развитом турбулентном режиме течения напряжения уменьшаются при возрастании концентрации массы, что объясняется уменьшением длины пути смешения с ростом концентрации и хорошо согласуется с известным фактом уменьшения коэффициента сопротивления с ростом концентрации при турбулентном течении бумажных масс в трубах.

Определим безразмерное распределение скорости в переходном и турбулентном режимах течения, развернув универсальные координаты в уравнениях (3.31) с учётом (3.1) – (3.4).

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_s} &= \frac{\rho \cdot v_*^2 \cdot S}{\mu_0 \cdot u_s} \cdot \frac{y}{S} & \text{при } \frac{\mu_0}{\rho \cdot v_* \cdot S} \leq \frac{y}{S} \leq \frac{\alpha \cdot \mu_0}{\rho \cdot v_* \cdot S} = \frac{\delta}{S}, \\ \frac{u}{u_s} &= \frac{v_*}{u_s} \cdot \left[\frac{1}{x} \ln \left(\frac{\rho \cdot v_* \cdot S}{\alpha \cdot \mu_0} \cdot \frac{y}{S} \right) + \alpha \right] & \text{при } \frac{\delta}{S} \leq \frac{y}{S} \leq 1 - \frac{\delta}{S}, \\ \frac{u}{u_s} &= 1 - \frac{\rho \cdot v_*^2 \cdot S}{\mu_0 \cdot u_s} \left(1 - \frac{y}{S} \right) & \text{при } 1 - \frac{\delta}{S} \leq \frac{y}{S} \leq 1. \end{aligned} \quad (3.45)$$



Средний градиент скорости, 1/с



Средний градиент скорости, 1/с

Рис. 3.4. Зависимость напряжений от среднего градиента скорости СФИ концентрацией 0,7 ÷ 5% в ламинарном, переходном (П) и турбулентном (Т) режимах течения

Неизвестную динамическую скорость $u_* = \sqrt{\tau/\rho}$ определим из уравнения (3.32) с учётом (3.33)-(3.34) представив его в следующем виде:

$$\frac{u_s}{u_*} x - \ln\left(\frac{\rho \cdot u_* \cdot S}{\mu_0 \cdot \alpha} - 1\right) - 2 \cdot x \cdot \alpha = 0, \quad (3.46)$$

где $\alpha = 40 \left(\frac{u_s}{u_p}\right)^{1,7734 \ln \frac{0,115}{x}}$ при $u_p \leq u_s \leq u_t$;

$\alpha = \frac{4,6}{x}$ при $u_s \geq u_t$;

$u_p = \frac{Re_p \cdot \mu_0}{\rho \cdot S} = \frac{1,6 \cdot 10^3 \cdot \mu_0}{\rho \cdot S}$; $u_t = 1,7575 \cdot u_p$.

На рис. 3.5 изображено безразмерное распределение скорости для СФИ различной концентрации во всех режимах течения: формулы (2.69), (2.64) и (2.71) в ламинарном режиме, формулы (3.45) в переходном и турбулентном режимах течения.

Выразим из (3.4) динамическую скорость u_* и подставим её в (3.46). Получим в переходном и турбулентном режимах течения зависимость безразмерной толщины ламинарного пограничного слоя от числа Re:

$$\frac{x}{\alpha} \operatorname{Re} \cdot \frac{\delta}{S} + \ln \frac{\frac{\delta}{S}}{1 - \frac{\delta}{S}} - 2 \cdot x \cdot \alpha = 0, \quad (3.47)$$

где $\alpha = 40 \left(\frac{\operatorname{Re}}{\operatorname{Re}_p} \right)^{1,7734 \ln \frac{0,115}{x}}$ при $\operatorname{Re}_p \leq \operatorname{Re} \leq \operatorname{Re}_t$;

$\alpha = \frac{4,6}{x}$ при $\operatorname{Re} \geq \operatorname{Re}_t$;

$\operatorname{Re} = \frac{\rho \cdot u_s \cdot S}{\mu_0}$; $\operatorname{Re}_p = 1,6 \cdot 10^3$; $\operatorname{Re}_t = 2,812 \cdot 10^3$.

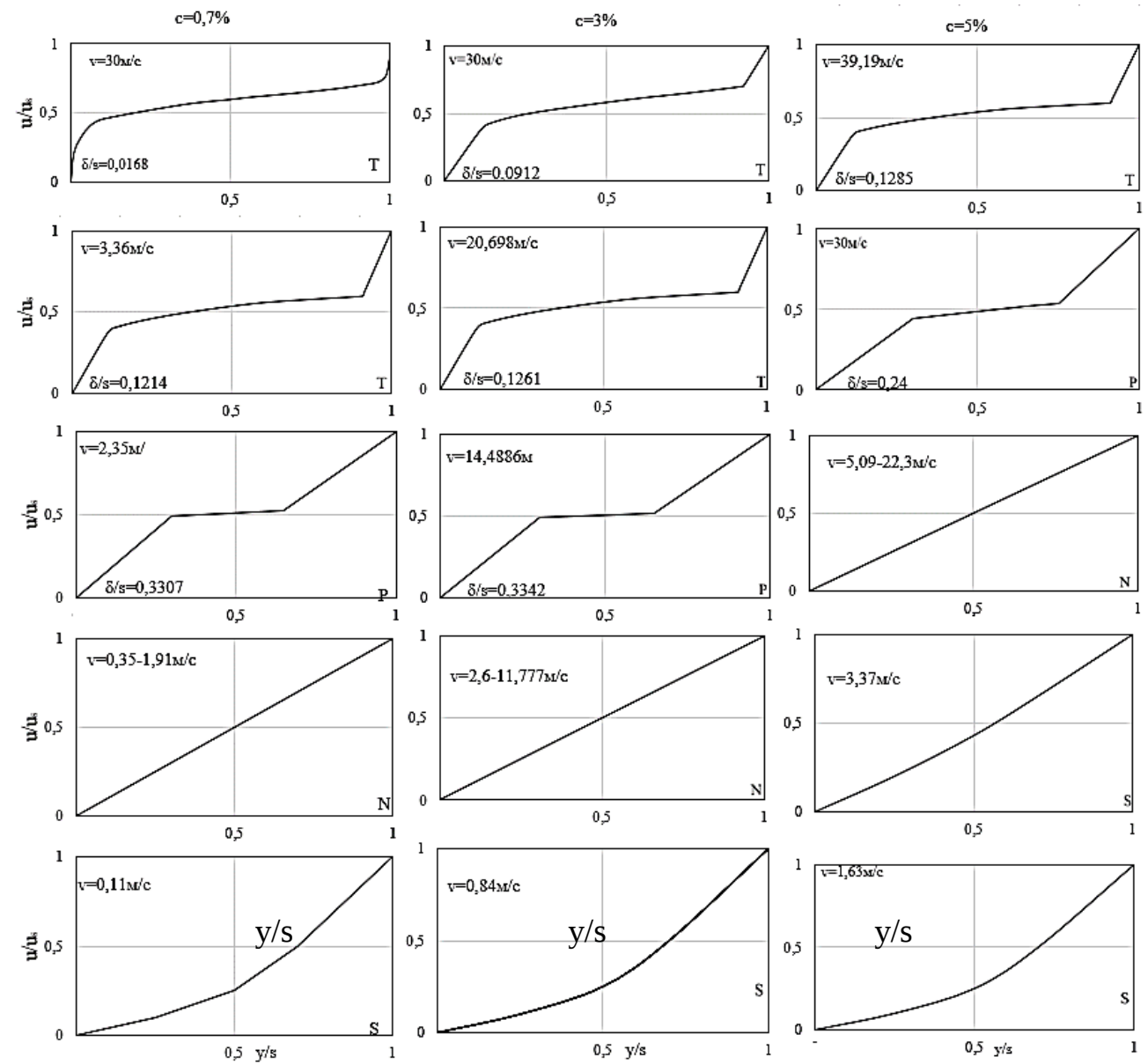


Рис. 3.5. Безразмерное распределение скорости в сдвиговом течении СФИ концентрацией 0,7, 3 и 5%:

S – ламинарное структурное течение, N – ламинарное ньютоновское течение, P – переходной режим, T – турбулентный режим, δ/s – безразмерная толщина ламинарного слоя

На рис. 3.6 представлена зависимость (3.47) для СФИ концентрацией 0,7, 3 и 5%. Графики показывают увеличение толщины пограничного слоя с увеличением концентрации массы.

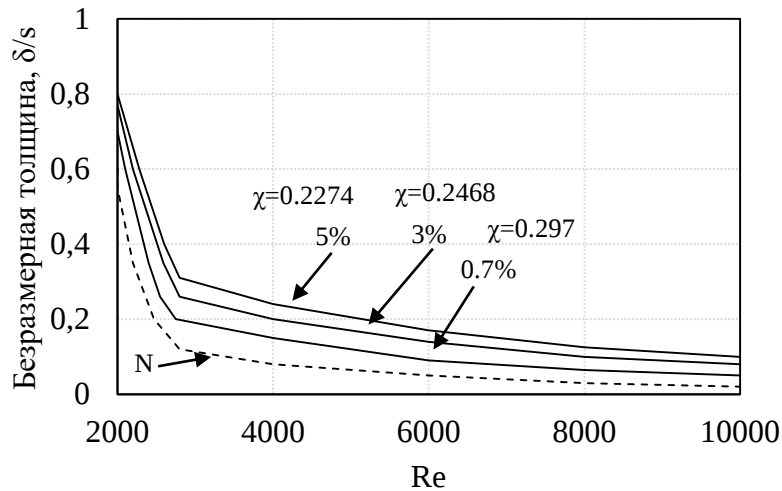


Рис. 3.6. Зависимость безразмерной толщины пограничного слоя от числа Re для массы концентрацией 0,7, 3 и 5% и ньютоновской жидкости N в переходном и турбулентном режимах течения

3.2. Модель процесса разрушения флокулы в турбулентном режиме течения

Для построения модели разрушения флокулы в турбулентном режиме будем исходить из предпосылки, сформулированной в литературном обзоре, что процесс разрушения флокулы будет продолжаться до тех пор, пока её размер не сравняется с размером диссипативных вихрей, энергии которых не хватит на разрушение флокулы. Фактически это означает, что наибольший размер флокулы b равен поперечному масштабу диссипативных вихрей, то есть поперечному микромасштабу турбулентности λ_g .

Пользуясь в первом приближении моделью изотропной турбулентности, выразим микромасштаб через энергетический спектр:

$$\lambda_g = \frac{\lambda_f}{\sqrt{2}} = \frac{\bar{U} \cdot u'}{2 \cdot \pi} \left(\int_0^\infty n^2 \cdot E_1(n) dn \right)^{-1/2}, \quad (3.48)$$

$$\lambda_g = u' \cdot \left[\int_0^\infty k^2 \cdot E(k) dk \right]^{-1/2}, \quad (3.49)$$

где $\bar{U}$ и u' – осреднённая и пульсационная скорости, $E(n)$ и $E(k)$ – энергетические спектры по частотам n и по волновым числам k .

$$k = \frac{2\pi n}{\bar{U}}; \quad E(k) = \frac{\bar{U}}{2\pi} E(n). \quad (3.50)$$

Уравнения (3.48) и (3.50) позволяют вычислить микромасштаб и определить среднестатистический размер флокул по экспериментально определённом энергетическом спектре, но не позволяют спрогнозировать его функциональные зависимости от параметров течения бумажной массы.

Воспользуемся устойчивыми комплексами теории турбулентности [84]:

$$\frac{\varepsilon \cdot \delta}{v_*^3} = B_\varepsilon, \quad (3.51)$$

где ε – турбулентная диссипация, δ – толщина пограничного слоя, v_* – динамическая скорость.

$$\varepsilon = \frac{15 \mu_0}{\rho} \cdot \frac{u'^2}{\lambda_g^2}. \quad (3.52)$$

В сдвиговом течении согласно будем также иметь устойчивое выражение:

$$\frac{u'}{v_*} = B_*. \quad (3.53)$$

Подставим формулы (3.4), (3.51) и (3.53) в выражение (3.52):

$$\begin{aligned} \lambda_g &= \sqrt{\frac{15 \mu_0 u'^2}{\rho \cdot \varepsilon}} = \sqrt{\frac{15 \mu_0}{\rho} \cdot \frac{B_*^2}{B} \cdot \frac{\delta}{v_*}} = \sqrt{\frac{15 \mu_0}{\rho} \cdot \frac{B_*^2}{B_\varepsilon} \cdot \frac{\alpha \mu_0}{\rho \cdot v_*^2}} = \\ &= \sqrt{15 \frac{B_*^2}{B_\varepsilon} \cdot \alpha \cdot \frac{\mu_0}{\rho \cdot v_*}}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Учитывая, согласно базовой предпосылке, что размер флоккул b в турбулентном течении эквивалентен микромасштабу λ_g , получим из (3.54):

$$\frac{b}{s} = \sqrt{15 \cdot \frac{B_*^2}{B_\varepsilon} \alpha \cdot \frac{\mu_0}{\rho \cdot v_* s}} = \sqrt{15 \frac{B_*^2}{B_\varepsilon} \cdot \alpha \cdot \frac{u_s}{v_*} \cdot \frac{1}{Re}}, \quad (3.55)$$

$$\text{где } Re = \frac{\rho \cdot u_s \cdot s}{\mu_0}.$$

Запишем формулу (3.46) с учётом числа Re :

$$\frac{u_s}{v_*} x - \ln \left(\frac{Re}{\alpha} \cdot \frac{v_*}{u_s} - 1 \right) - 2x \cdot \alpha = 0. \quad (3.56)$$

Выразим из (3.55) безразмерный параметр $\frac{u_s}{v_*}$ и подставим его в формулу (3.56):

$$\frac{b}{s} \cdot \frac{x \cdot Re}{\sqrt{15 \cdot \frac{B_*^2}{B_\varepsilon} \cdot \alpha}} - \ln \left(\frac{\sqrt{\frac{15 \cdot B_*^2}{\alpha \cdot B_\varepsilon}}}{\frac{b}{s}} - 1 \right) - 2x \cdot \alpha = 0. \quad (3.57)$$

Подставим (3.53) в формулу (3.56):

$$\frac{B_* \cdot x}{\frac{u'}{u_s}} - \ln \left(\frac{Re}{\alpha \cdot B_*} \cdot \frac{u'}{u_s} - 1 \right) - 2x \cdot \alpha = 0. \quad (3.58)$$

В формулах (3.57) и (3.58) согласно (3.47):

$$\alpha = 40 \left(\frac{Re}{Re_p} \right)^{1,7734 \ln \frac{0,115}{x}} \quad \text{при } Re_p \leq Re \leq Re_t,$$

$$\alpha = \frac{4,6}{x} \quad \text{при } Re \geq Re_t.$$

Формула (3.57) связывает в турбулентном ядре сдвигового течения относительный размер флоккул с числом Re , а формула (3.58) относительную интенсивность турбулентности с числом Re .

Согласно развитой турбулентности $Re \geq Re_t$ значение параметра $B_* = B_{*t} = 1,2$. В начале переходного режима параметр $B_* = \frac{u'}{v_*} = 0$, поскольку

пульсационная скорость отсутствует. Увеличение параметра B_* должно идти по аналогии с ростом пути смещения в формуле (3.43):

$$B_* = 1,8 \left(1 - \frac{Re_p}{Re}\right)^{0,85} \quad \text{при } 1,2 \cdot Re_p \leq Re \leq 2,636 \cdot Re_p, \quad (3.59)$$

$$B_* = 1,2 \quad \text{при } Re \geq 2,636 \cdot Re_p. \quad (3.60)$$

Подставим (3.59) и (3.60) в формулы (3.57) и (3.58); учтём, что согласно [90] в турбулентном ядре значение $B_\varepsilon \approx 1$. Кроме того, отнесём размер флоккулы b к длине волокна ℓ . В результате получим следующие выражения.

$$\frac{b}{\ell} \frac{x \cdot \frac{\ell}{S} \cdot Re}{\sqrt{48,6 \left(1 - \frac{Re_p}{Re}\right)^{1,7} \cdot \alpha}} - \ln \left(\frac{\sqrt{\frac{48,6}{\alpha} \left(1 - \frac{Re_p}{Re}\right)^{1,7}}}{\frac{b}{\ell} \cdot \frac{\ell}{S}} - 1 \right) - 2x \cdot \alpha = 0,$$

$$\alpha = 40 \left(\frac{Re}{Re_p} \right)^{1,7734 \ln \frac{0,115}{x}} \quad \text{при } 1,92 \cdot 10^3 \leq Re \leq 2,812 \cdot 10^3, \quad (3.61)$$

$$\frac{b}{\ell} \cdot \frac{0,06688 \cdot x^{1,5} \cdot \frac{\ell}{S} \cdot Re}{\left(1 - \frac{Re_p}{Re}\right)^{0,85}} - \ln \left(\frac{3,2504 \sqrt{x} \left(1 - \frac{Re_p}{Re}\right)^{0,85}}{\frac{b}{\ell} \cdot \frac{\ell}{S}} - 1 \right) - 9,2 = 0$$

при $2,812 \cdot 10^3 \leq Re \leq 4,2176 \cdot 10^3,$ (3.62)

$$\frac{b}{\ell} \cdot 0,1003 \cdot x^{1,5} \cdot \frac{\ell}{S} \cdot Re - \ln \left(\frac{2,167 \sqrt{x}}{\frac{b}{\ell} \cdot \frac{\ell}{S}} - 1 \right) - 9,2 = 0$$

при $Re \geq 2,636 Re_p = 4,2176 \cdot 10^3,$ (3.63)

$$\frac{1,8 \left(1 - \frac{Re_p}{Re}\right)^{0,85} \cdot x}{\frac{u'}{u_s}} - \ln \left(\frac{Re}{\alpha \cdot 1,8 \left(1 - \frac{Re_p}{Re}\right)^{0,85}} \cdot \frac{u'}{u_s} - 1 \right) - 2x \cdot \alpha = 0,$$

$$\alpha = 40 \left(\frac{Re}{Re_p} \right)^{1,7734 \ln \frac{0,115}{x}} \quad \text{при } 1,92 \cdot 10^3 \leq Re \leq 2,812 \cdot 10^3, \quad (3.64)$$

$$\frac{1,8 \left(1 - \frac{Re_p}{Re}\right)^{0,85} \cdot x}{\frac{u'}{u_s}} - \ln \left(\frac{Re \cdot \chi}{8,28 \left(1 - \frac{Re_p}{Re}\right)^{0,85}} \cdot \frac{u'}{u_s} - 1 \right) - 9,2 = 0$$

при $2,812 \cdot 10^3 \leq Re \leq 4,2176 \cdot 10^3,$ (3.65)

$$\frac{1,2 x}{\frac{u'}{u_s}} - \ln \left(\frac{Re \cdot x \cdot u'}{5,52 u_s} - 1 \right) - 9,2 = 0$$

при $Re \leq 4,2176 \cdot 10^3.$ (3.66)

На рис. 3.7 представлены зависимости относительной интенсивности турбулентности $\frac{u'}{u_s}$ и относительного размера флоккул от числа Re СФИ концентрацией $0,7 \div 5\%$ в ламинарном согласно (2.37), переходном согласно (3.61) и (3.64), неустойчивом турбулентном согласно (3.62) и (3.65), и развитом турбулентном согласно (3.63) и (3.66) режимах течения при $\ell/S = 0,2$. Неустойчивый турбулентный режим возникает вследствие того, что коэффициент α при $Re_t = 1,7575 \cdot Re_p$ становится постоянным, а параметр B_* ещё продолжает изменяться до значения $Re = 2,636 \cdot Re_p$.

Рис. 3.7 иллюстрирует зависимость степени дисперсности массы от числа Re в сдвиговом течении, то есть, от концентрации, скорости подвижной стенки и зазора между подвижной и неподвижной стенками.

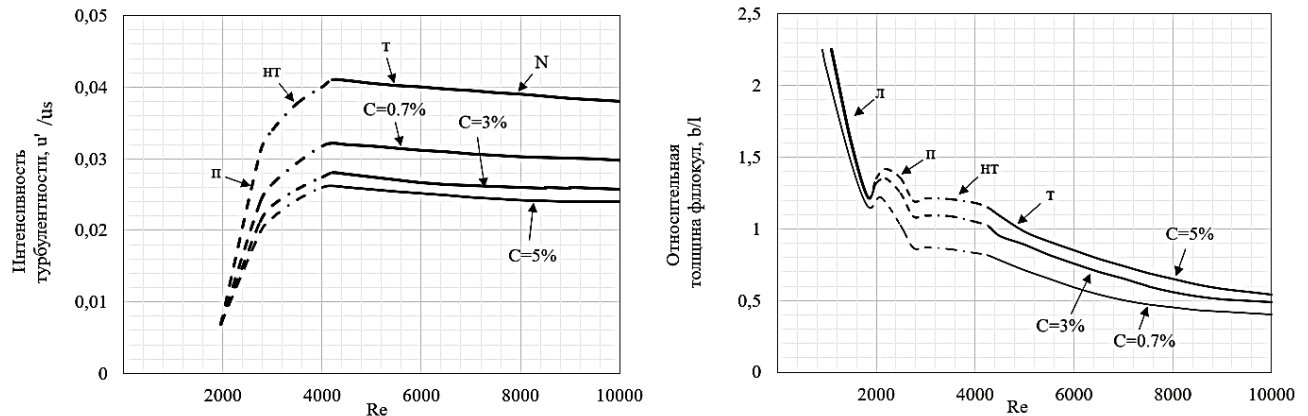


Рис. 3.7. Зависимость относительной интенсивности турбулентности и относительной толщины флоккул от числа Re в сдвиговом течении СФИ концентрацией (0,7 ÷ 5%), а также ньютоновской жидкости (N) в ламинарном (N), переходном (П), турбулентном неустойчивом (НТ) и устойчивом (Т) режимах течения

3.3. Представление реологических моделей в виде явных зависимостей напряжений сдвига от концентрации массы

Реологические зависимости как функция напряжений от градиента скорости $\tau(\gamma)$ для ламинарного (2.53), переходного (3.44) и турбулентного (3.42) режимов течений не содержат в явном виде концентрацию массы, что в ряде случаев затрудняет их практическое использование, поэтому, целесообразно представить их в виде явной зависимости от концентрации $\tau(c, \gamma)$ или $\tau(c, u_s)$, используя концентрацию как переменную при фиксированных значениях градиента скорости или скорости u_s подвижной стенки.

Определим, зафиксировав скорость u_s , концентрацию c_0 , при которой вязкость массы становится равной наименьшей ньютоновской вязкости μ_0 . Из (2.45) и (2.14) будем иметь:

$$u_s = \gamma_0 \cdot S = F_0 \cdot \mu_0 \cdot S = F_0 \cdot \alpha \cdot c_0^n \cdot S. \quad (3.67)$$

Из (3.67) следует:

$$c_0 = \left(\frac{u_s}{F_0 \cdot \alpha \cdot S} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (3.68)$$

Определим концентрацию c_L , при которой вязкость массы становится равной наибольшей ньютоновской вязкости μ_L . Из (2.39) и (3.67) будем иметь:

$$u_s = \gamma_L \cdot S = B_f^{\frac{1}{1+\varphi}} \cdot \gamma_0 \cdot S = B_f^{\frac{1}{1+\varphi}} \cdot F_0 \cdot \alpha \cdot c_L^n \cdot S. \quad (3.69)$$

Приравнявая (3.67) и (3.69), будем иметь:

$$c_{\text{л}} \cdot B_f^{\frac{1}{n(1+\varphi)}} = c_0.$$

С учётом (2.16) из последнего выражения получим:

$$c_{\text{л}} \cdot B_f^{\frac{0,7 \cdot c_{\text{л}} + 0,4}{(1,7 \cdot c_{\text{л}} + 0,4)n}} = c_0. \quad (3.70)$$

Определим концентрацию c_p , при которой начинается переходный режим по числу Re_p и формуле (2.14) из выражения:

$$Re_p = \frac{\rho \cdot u_s \cdot S}{\mu_0} = \frac{\rho \cdot u_s \cdot S}{\alpha \cdot c_p^n}.$$

Получим, с учётом (3.68):

$$c_p = \left(\frac{\rho \cdot S \cdot u_s}{Re_p \cdot \alpha} \right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{\rho \cdot S^2 \cdot F_0}{Re_p} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot c_0. \quad (3.71)$$

Определим концентрацию c_t , при которой начинается турбулентный режим по числу Re_t и формуле (2.14) из выражения:

$$Re_t = \frac{\rho \cdot u_s \cdot S}{\mu_0} = \frac{\rho \cdot u_s \cdot S}{\alpha \cdot c_t^n}.$$

Получим, с учётом (3.68):

$$c_t = \left(\frac{\rho \cdot S \cdot u_s}{Re_t \cdot \alpha} \right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{\rho \cdot S^2 \cdot F_0}{Re_t} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot c_0. \quad (3.72)$$

Формулы (3.68), (3.70), (3.71) и (3.72) определяют для фиксированной скорости подвижной стенки или фиксированного среднего градиента скорости $\gamma = \frac{u_s}{S}$ значения характерных концентраций $c_{\text{л}}$, c_0 , c_p , c_t смены режимом течения от структурного до турбулентного.

Определим зависимости $\tau(c)$ при фиксированном значении u_s . Подставим в формулу (3.42) выражения (2.14) и (3.26):

$$\mu_0 = \alpha \cdot c^n; \quad \chi = \frac{1}{c^{0,4} + 2,5}; \quad \gamma = \frac{u_s}{S}.$$

Получим для турбулентного режима течения:

$$\tau = \frac{\alpha \cdot c^n}{S} \cdot u_s + \frac{\rho \cdot 0,04 \cdot u_s^2}{(c^{0,4} + 2,5)^{3,515}} \quad \text{при } 0,1\% \leq c \leq c_t. \quad (3.73)$$

Подставим в формулу (3.44) выражения (2.14) и (3.26) с учётом того, что:

$$\gamma = \frac{u_s}{S}; \quad \gamma_p = \frac{u_p}{S}; \quad u_p = \frac{\mu_0 \cdot Re_p}{\rho \cdot S} = \frac{\alpha \cdot c^n \cdot Re_p}{\rho \cdot S}.$$

Получим для переходного режима течения:

$$\tau = \frac{\alpha \cdot c^n}{S} u_s + \frac{\rho \cdot 0,13 \cdot u_s^2}{(c^{0,4} + 2,5)^{3,515}} \left(1 - \frac{\alpha \cdot c^n \cdot Re_p}{\rho \cdot S \cdot u_s} \right)^{1,4} \quad \text{при } c_t \leq c \leq c_p. \quad (3.74)$$

Для ламинарного режима с постоянной вязкостью μ_0 получим из третьего выражения (2.53) с учётом (2.14):

$$\tau = \frac{\alpha \cdot c^n}{S} u_s \quad \text{при } c_p \leq c \leq c_0. \quad (3.75)$$

Для ламинарного режима течения с переменной вязкостью имеем формулы (2.53), (2.56), (2.14) и (3.26):

$$\tau = \mu_0 \gamma_0^\varphi \cdot \gamma^{1-\varphi}; \quad \mu_0 = \frac{\gamma_0}{F_0}; \quad \mu_0 = \alpha \cdot c^n; \quad \varphi = \frac{c}{0,7 \cdot c + 0,4}.$$

Из последних выражений получим:

$$\tau = F_0^{\frac{c}{0,7 \cdot c + 0,4}} \cdot (\alpha \cdot c^n)^{\frac{1,7 \cdot c + 0,4}{0,7 \cdot c + 0,4}} \cdot \left(\frac{u_s}{S}\right)^{\frac{0,4 - 0,3 \cdot c}{0,7 \cdot c + 0,4}} \quad \text{при } c_0 \leq c \leq c_L. \quad (3.76)$$

Подставим выражения (2.38), (2.39), (2.40) и (2.15):

$$\mu_L = \frac{\mu_0}{B_f^{\frac{1}{1+\varphi}}}; \quad \gamma_L = \gamma_0 \cdot B_f^{\frac{1}{1+\varphi}} = F_0 \cdot B_f^{\frac{1}{1+\varphi}} \cdot \mu_0; \quad \mu_0 = \alpha \cdot c^n; \quad k_H = \frac{c}{1,6c + 1,7}$$

в первое выражение (2.53):

$$\tau = \mu_L \cdot \left[k_H \cdot \gamma_L + (1 - k_H) \left(2 - \frac{\gamma}{\gamma_L} \right) \cdot \gamma \right],$$

получим для структурного режима течения при $c \geq c_L$:

$$\tau = \frac{\alpha^2 \cdot F_0 \cdot c^{1+2 \cdot n} \cdot B_f^{\frac{0,4 - 0,3 \cdot c}{1,7 \cdot c + 0,4}} + (0,6 \cdot c + 1,7) \left(\frac{2 \alpha \cdot c^n}{B_f^{\frac{1}{1,7 \cdot c + 0,4}}} \cdot \frac{u_s}{S} - \frac{u_s^2}{F_0 \cdot B_f \cdot S^2} \right)}{1,6 \cdot c + 1,7}. \quad (3.77)$$

Определим уравнения характерных точек $\tau_L(c_L)$, $\tau_0(c_0)$, $\tau_p(c_p)$ и $\tau_t(c_t)$. Из (3.72) следует:

$$u_s = \frac{\alpha \cdot Re_t}{\rho \cdot S} \cdot c_t^n.$$

Подставляя это выражение в (3.73), получим:

$$\tau_t = \frac{\alpha^2 \cdot Re_t}{\rho \cdot S^2} c_t^{2n} \left[1 + \frac{0,04 \cdot Re_t}{(c_t^{0,4} + 2,5)^{3,515}} \right]. \quad (3.78)$$

Из (3.71) следует:

$$u_s = \frac{\alpha \cdot Re_p}{\rho \cdot S} \cdot c_p^n.$$

Подставляя это выражение в (3.74), получим:

$$\tau_p = \frac{\alpha^2 \cdot Re_p}{\rho \cdot S^2} \cdot c_p^n. \quad (3.79)$$

Из (3.68) следует:

$$u_s = F_0 \cdot \alpha \cdot S \cdot c_0^n.$$

Подставляя это выражение в (3.75), получим:

$$\tau_0 = \alpha^2 \cdot F_0 \cdot c_0^{2n}. \quad (3.80)$$

Подставляя (2.16) в (3.69) будем иметь:

$$u_s = B_f^{\frac{0,7 \cdot c + 0,4}{1,7 \cdot c + 0,4}} \cdot F_0 \cdot \alpha \cdot c_L^n \cdot S.$$

Подставляя это выражение в формулу (3.77), получим:

$$\tau_L = B_f^{\frac{0,4 - 0,3 \cdot c_L}{1,7 \cdot c_L + 0,4}} \cdot F_0 \cdot \alpha^2 \cdot c_L^{2n}. \quad (3.81)$$

В формулах (3.67) – (3.81), согласно таблицам 2.1 и 2.2, берутся следующие значения:

СФИ: $\alpha = 1,4915 \cdot 10^{-2}$; $n = 1,25$; $F_0 = 8380$; $B_f = 0,15$.

СФА: $\alpha = 1,7608 \cdot 10^{-2}$; $n = 1,36$; $F_0 = 8160$; $B_f = 0,13$.

В таблице 3.1 представлены значения концентраций смены режимов течения СФИ при различной скорости подвижной стенки и зазорах $S = 0,005$ и $S = 0,01$ м согласно (3.68), (3.70), (3.71) и (3.72).

Таблица 3.1. Значения концентраций смены режимов течения СФИ при различных скоростях стенки u_s и зазорах S

$S, \text{ м}$	$u_s, \text{ м/с}$	0,8	1,6	2,4	4	8	16
$5 \cdot 10^{-3}$	$c_{\text{л}}, \%$	2,4606	4,1572	5,6796	8,4504	12,2179	25,2121
	$c_0, \%$	1,2184	2,1214	2,9342	4,4154	6,4308	13,385
	$c_p, \%$	0,2396	0,4171	0,577	0,8682	1,2645	2,632
	$c_t, \%$	0,1526	0,2657	0,3675	0,553	0,8054	1,6764
$1 \cdot 10^{-2}$	$c_{\text{л}}, \%$	1,4779	2,4606	3,3389	4,934	7,1003	14,5666
	$c_0, \%$	0,6998	1,2184	1,6853	2,536	3,6935	7,6871
	$c_p, \%$	0,4171	0,7263	1,0046	1,5117	2,2017	4,5825
	$c_t, \%$	0,2657	0,4626	0,6399	0,9629	1,4024	2,9188

В таблице 3.2 представлены значения концентраций смены режимов течения СФИ и СФА при различной скорости подвижной стенки и зазоре $S = 0,01 \text{ м}$.

Таблица 3.2. Значения концентраций смены режимов течения СФИ и СФА при различных скоростях стенки u_s и зазоре $S = 0,01 \text{ м}$

	СФИ $\alpha = 1,4915 \cdot 10^{-2}, n = 1,25$ $F_0 = 8380, B_f = 0,15$				СФА $\alpha = 1,7608 \cdot 10^{-2}, n = 1,36$ $F_0 = 8160, B_f = 0,13$			
$u_s, \text{ м/с}$	$c_t, \%$	$c_p, \%$	$c_0, \%$	$c_{\text{л}}, \%$	$c_t, \%$	$c_p, \%$	$c_0, \%$	$c_{\text{л}}, \%$
3	0,7649	1,2009	2,0147	3,9571	0,6918	1,0473	1,7183	3,3755
5	1,151	1,8071	3,0317	5,8621	1,0072	1,5247	2,5016	4,8357
10	2,004	3,1463	5,2784	10,0639	1,6768	2,5383	4,1645	7,9229

На рис. 3.8 представлены зависимости $\tau(c)$ согласно (3.73) – (3.77).

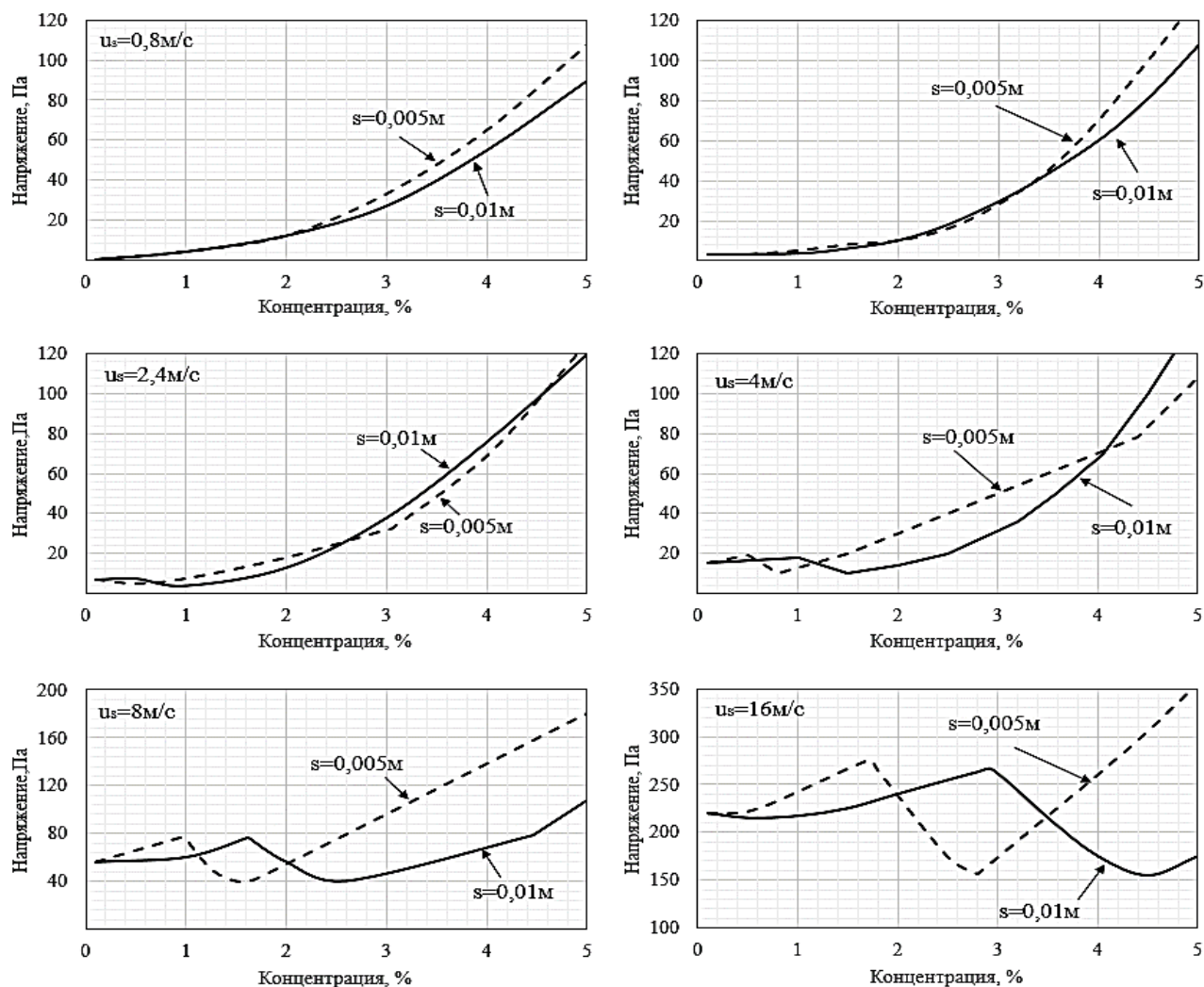


Рис. 3.8. Зависимость напряжений сдвига от концентрации СФИ при различной скорости стенки u_s и зазорах $S = 0,005$ м и $S = 0,01$ м

На рис. 3.9 показано сравнение зависимостей напряжений сдвига от концентрации СФИ и СФА.

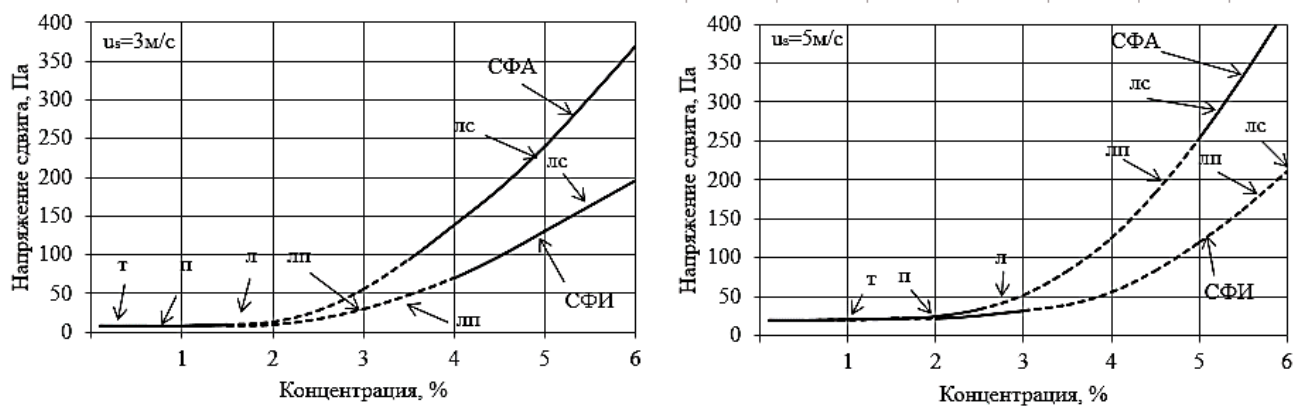


Рис. 3.9. Сравнение зависимостей напряжений от концентрации для СФИ и СФА при скорости стенки 3 и 5 м/с и зазоре 0,01 м:

лс – область структурного течения; *лп* – область ньютоновского течения с переменной вязкостью; *л* – область течения с постоянной наименьшей ньютоновской вязкостью; *п* – область переходного режима течения; *т* – область турбулентного режима течения

3.4. Экспериментальное определение реологических зависимостей

Измерение реологических параметров неньютоновских многофазных жидкостей сопряжено со значительными трудностями. Трубная вискозиметрия затруднительна по причине наличия пробковых течений с расслоением фаз вблизи стенок трубы. Вискозиметры с коаксиальными цилиндрами дают значительные погрешности вследствие расслоения фаз в поле центробежных сил, наличия вторичных течений, наложенных на основное сдвиговое течение, а также различного рода концевых эффектов. Кольцевые вискозиметры не имеют расслоения фаз, поскольку центробежная сила направлена вдоль, а не поперёк вращающегося кольца, но также имеют концевые эффекты и вторичные течения, направленные от периферии к оси вращения.

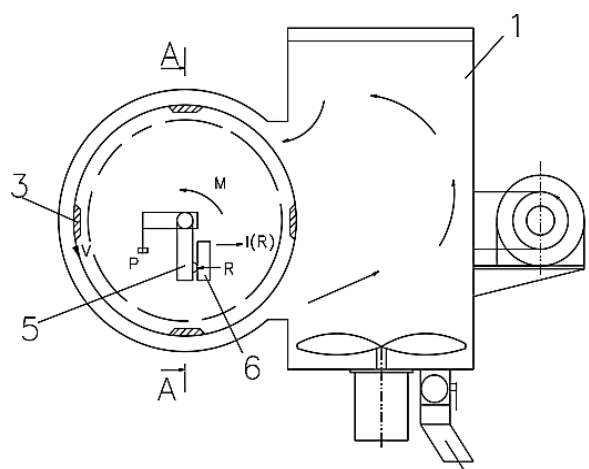


Рис. 3.10 Общий вид
двустороннего кольцевого
вискозиметра:
1 – ёмкость с мешалкой; 3 –
крыловидные лопасти; 5 –
преобразователь момента; 6
– тензодатчик

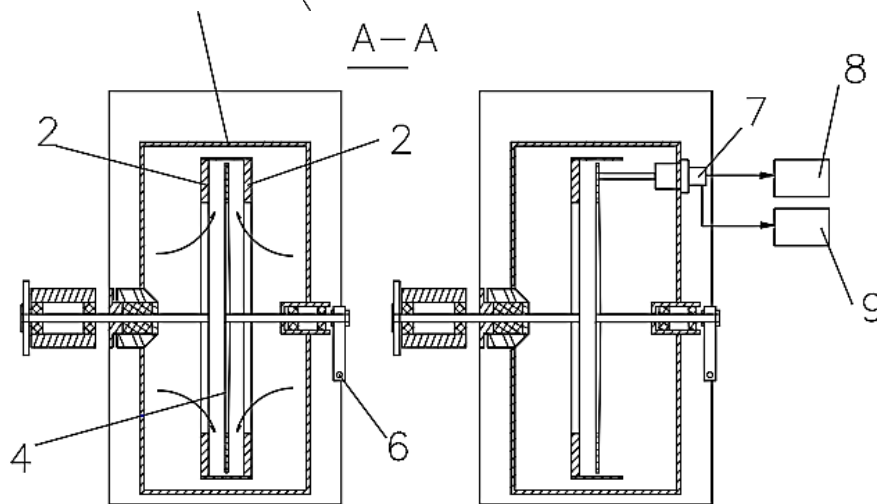


Рис. 3.11. Схема (в разрезе) лабораторного двустороннего кольцевого
вискозиметра:

2 – приводные кольца; 4 – измерительное кольцо; момента; 6 – тензодатчик;
7 – пьезокерамический датчик; 8 – анализатор спектра частот;
9 – осциллограф

В предлагаемой конструкции вискозиметра для определения реологических параметров массы, изображённого на рисунке 3.10, 3.11, используется принцип кольцевого вискозиметра, в котором устранение

вышеупомянутых вторичных течений достигается путём установки второго приводного кольца с противоположной стороны измерительного кольца, связанного с первым крыловидными лопастями, установленными под углом атаки 8° к касательной окружности кольца.

Вискозиметр работает следующим образом. Бумажная масса поступает в зазоры шириной S между измерительным и приводными кольцами, образуя с обеих его сторон во вращательном движении напряжения сдвига, трансформирующиеся в измерительный момент, регистрируемый тензодатчиком. Вследствие подсасывающего эффекта, создаваемого крыловидными лопастями по окружности измерительного кольца не образуется отрывных вихревых течений, так что по всей поверхности измерительного кольца имеют место однородные поля скоростей и напряжений, соответствующие сдвиговому течению Куэтта.

Обозначим: v – окружная скорость массы на внешней кромке измерительного кольца. Из рисунка 3.12 будем иметь:

$$v = \omega \cdot R; \quad k_R = \frac{R_0}{R}; \quad R_{cp} = \frac{R_0 + R}{2} = \frac{1 + k_R}{2} R. \quad (3.82)$$

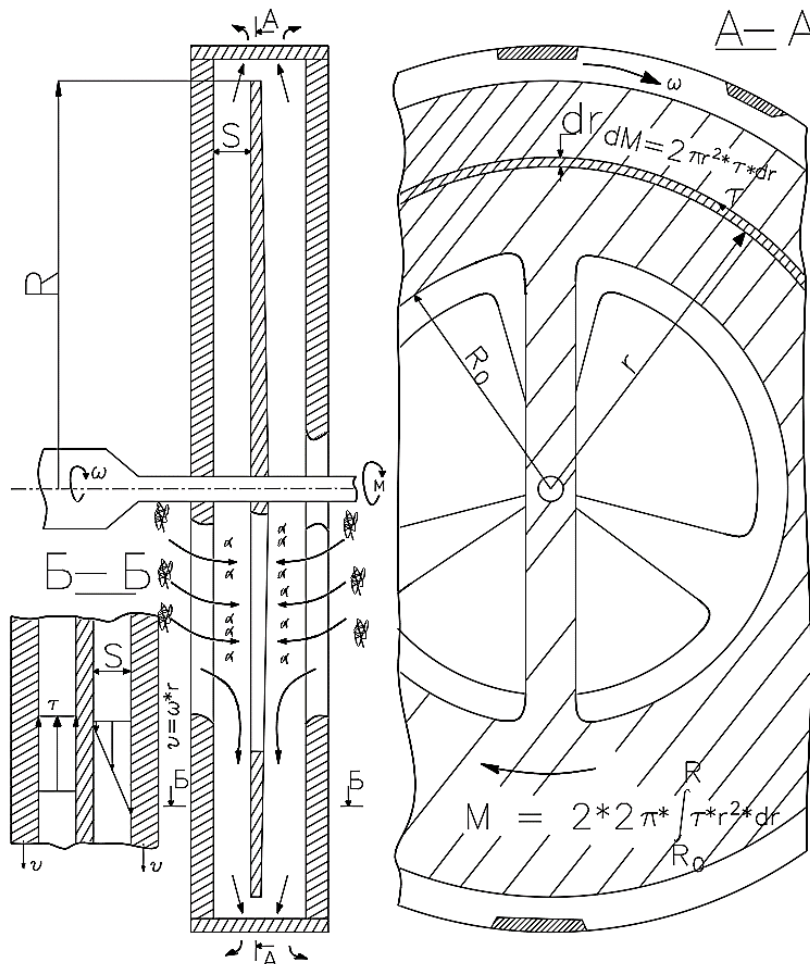


Рис. 3.12. Схема образования момента на измерительном кольце двустороннего кольцевого вискозиметра

Согласно (3.82):

$$v_{cp} = \omega \cdot R_{cp} = \frac{1 + k k_R}{2} \cdot v; \quad \gamma_{cp} = \frac{U_{cp}}{S} = \frac{1 + k k_R}{2} \cdot \frac{v}{S}. \quad (3.83)$$

На измерительном кольце создаётся момент М:

$$M = 2 \cdot 2\pi \int_{R_0}^R \tau \cdot r^2 \cdot dr = 4\pi \cdot \tau_{cp} \int_{R_0}^R r^2 \cdot dr = \frac{4}{3} \pi \tau_{cp} (R^3 - R_0^3) = \\ = \frac{4}{3} \pi \cdot \tau_{cp} \cdot R^3 \cdot (1 - k k_R^3).$$

Из последнего выражения получим:

$$\tau_{cp} = \frac{3}{4} \cdot \frac{M}{\pi R^3 (1 - k k_R^3)}. \quad (3.84)$$

Вязкость массы определится из (3.84) и (3.83):

$$\mu = \frac{\tau_{cp}}{\gamma_{cp}} = \frac{3M}{2\pi(1+k k_R)(1-k k_R^3) \cdot R^3} \cdot \frac{S}{v} = \frac{3M}{2\pi(1+k k_R)(1-k k_R^3) \cdot R^4} \cdot \frac{S}{\omega}. \quad (3.85)$$

Оценим погрешность вычисления вязкости при помощи формулы (3.85).

Точный момент определится:

$$M = 4\pi \int_{R_0}^R \tau \cdot r^2 \cdot dr = 4\pi \int_{R_0}^R \mu \cdot \gamma \cdot r^2 dr = 4\pi \cdot \mu \cdot \frac{\omega}{S} \int_{R_0}^R r^3 \cdot dr = \\ = \pi \cdot \mu \cdot \frac{\omega}{S} (R^4 - R_0^4) = \pi \cdot \mu \cdot \frac{\omega}{S} \cdot (1 - k_R^4) \cdot R^4 = \pi (1 - k_R^4) \cdot \frac{R^3 \cdot v \cdot \mu}{S}.$$

Из последнего выражения определим точное значение вязкости μ_u :

$$\mu_u = \frac{M}{\pi(1-k k_R^4) \cdot R^3} \cdot \frac{S}{v}.$$

Сравнивая (3.85) и последнее выражение определим ошибку:

$$\delta = \frac{\mu_u - \mu}{\mu_u} = 1 - \frac{3}{2} \cdot \frac{1 - k k_R^4}{(1 + k k_R)(1 - k k_R^3)}.$$

Подставляя сюда значение $k_R = 0,65$ для двустороннего кольцевого вискозиметра, получим:

$$\delta \cdot 100\% = -2,95\%.$$

Ошибка менее 3% показывает возможность определения вязкости предлагаемым прибором.

Подставим значение $k_R = 0,65$ и $R = 0,105$ м в формулы (3.83) и (3.84):

$$u_s = v_{cp} = \frac{1+k k_R}{2} \cdot v = 0,825 \cdot v; \quad \gamma = 0,825 \frac{v}{S}, \quad (3.86)$$

$$\tau = \frac{3}{4} \frac{M}{\pi R^3 (1 - k k_R^3)} = 284,3 \cdot M. \quad (3.87)$$

При фиксированных значениях концентрации массы в диапазоне 0,5÷5 % экспериментально определяется зависимость момента М на измерительном кольце от окружной скорости v приводных колец $M(v) = M(\omega \cdot R)$. По формуле (3.86) определяется зависимость момента от градиента скорости:

$$M(\gamma) = M\left(0,825 \cdot \frac{v}{S}\right). \quad (3.88)$$

Затем по формуле (3.87) определяются реологические зависимости напряжений и вязкости от градиента скорости:

$$\tau(\gamma) = 284,3 \cdot M(\gamma); \quad \mu = \frac{\tau(\gamma)}{\gamma}. \quad (3.89)$$

3.5. Параметрическая реологическая модель в качестве базиса аналитического обоснования гидродинамического принципа измерения концентрации бумажной массы

Изображенный на рисунке 3.10 – 3.11 кольцевой вискозиметр можно использовать в качестве измерителя концентрации, измеряя момент в зависимости от концентрации массы при фиксированной скорости вращения приводных колец в диапазоне градиентов скорости $0 < \gamma = 0,825 \frac{v}{s} < \gamma_p$. Согласно (3.87), в этом диапазоне

$$M = 3,52 \cdot 10^{-3} \cdot \tau = 3,52 \cdot 10^{-3} \cdot \mu = 3,52 \cdot 10^{-3} \cdot \gamma, \quad (3.90)$$

где, согласно рисунку 2.8, вязкость μ зависит как от концентрации массы, так и от градиента скорости.

Зависимость вязкости от концентрации массы определим, подставляя в уравнения (3.68) – (3.81) выражения $\tau = \mu \cdot \gamma$ и $\gamma = \frac{u_s}{s}$, а также, согласно (2.41), $\mu_L = \frac{\gamma_L}{F_0 \cdot B_f}$. При подстановке получим:

$$\mu = \alpha \cdot C^n \quad \text{при } C_p \leq C \leq C_0; \quad (3.91)$$

$$\mu = \frac{F_0^{\frac{C}{0,7C+0,4}} \cdot (\alpha \cdot C^n)^{\frac{1,7C+0,4}{0,7C+0,4}}}{\gamma^{\frac{C}{0,7C+0,4}}} \quad \text{при } C_0 \leq C \leq C_L; \quad (3.92)$$

$$\mu = \frac{\alpha^2 \cdot F_0 \cdot B_f^{\frac{0,4-0,3C}{1,7C+0,4}}}{(1,6C+1,7) \cdot \gamma} + \frac{0,6C+1,7}{1,6C+1,7} \left(\frac{2\alpha \cdot C^n}{B_f^{\frac{1,7C+0,4}{1,7C+0,4}}} - \frac{\gamma}{F_0 \cdot B_f} \right) \quad \text{при } C \geq C_L; \quad (3.93)$$

$$\mu_0 = \alpha \cdot C_0^n; \quad (3.94)$$

$$\mu_L = B_f^{\frac{-C_L}{1,7C_L+0,4}} \cdot \alpha \cdot C_L^n; \quad (3.95)$$

$$C_0 = \left(\frac{\gamma}{F_0 \cdot \alpha} \right)^{\frac{1}{n}}; \quad C_L \cdot B_f^{\frac{0,7C_L+0,4}{(1,7C_L+0,4) \cdot h}} = C_0; \quad C_p = \left(\frac{\rho \cdot s^2 \cdot F_0}{Re_p} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot C_0. \quad (3.96)$$

Согласно таблицам 2.1 и 2.2, в формулы (3.91) – (3.96) подставляются следующие значения:

СФИ: $\alpha = 1,4915 \cdot 10^{-2}$; $n = 1,25$; $F_0 = 8380$; $B_f = 0,15$,

СФА: $\alpha = 1,7608 \cdot 10^{-2}$; $n = 1,36$; $F_0 = 8160$; $B_f = 0,13$.

В таблице 3.3 представлены значения концентрации смены режимов течения при различных градиентах скоростей, согласно (3.96).

Таблица 3.3. Значения концентраций смены режимов течения

	$\gamma, \frac{1}{c}$	80	160	240	400	800
СФИ	$C_p, \%$	0,4171	0,7263	1,0046	1,5117	2,632
	$C_0, \%$	0,6998	1,2184	1,6853	2,536	4,4155
	$C_{л}, \%$	1,4779	2,4606	3,3389	4,934	8,4506
СФА	$C_p, \%$	0,3962	0,6596	0,8888	1,2939	2,154
	$C_0, \%$	0,6501	1,0822	1,4582	2,1229	3,5341
	$C_{л}, \%$	1,372	2,1868	2,8903	4,1291	6,7523

На рис. 3.13 представлены зависимости (3.91) – (3.95), согласно данным таблице 3.3.

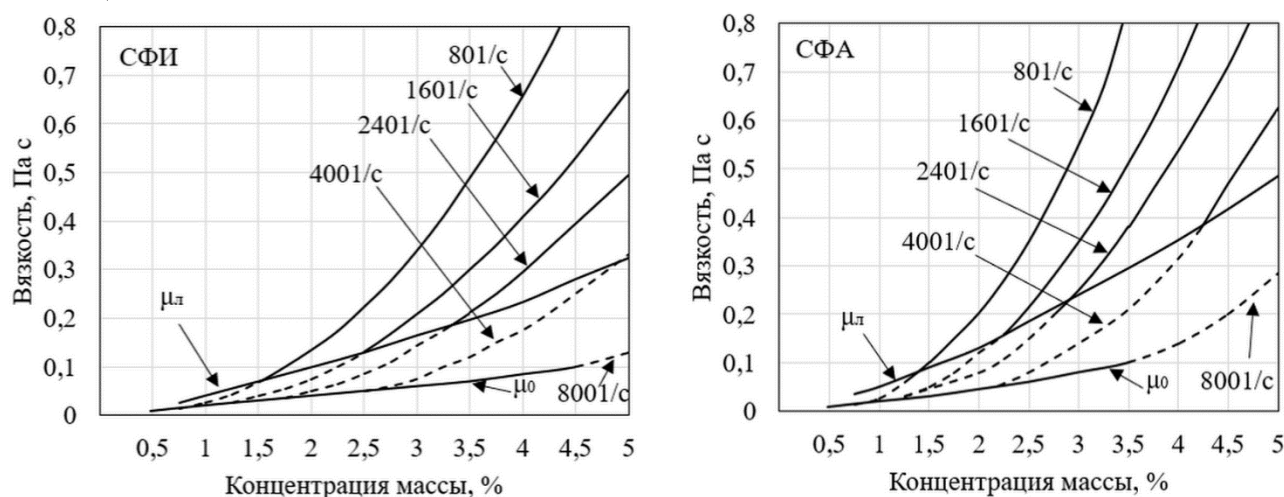


Рис. 3.13. Зависимость вязкости СФИ и СФА от концентрации при градиентах скорости $\gamma = 80 \div 800 \frac{1}{c}$

Формула (3.90) вместе с рисунком 3.13 показывает, что с увеличением градиента скорости с одной стороны момент возрастает, а с другой стороны вследствие уменьшения вязкости уменьшается. При этом точки смены режимов течения по концентрации изменяются в сторону увеличения концентрации. Суммарное изменение момента вследствие увеличивающего градиента и снижения вязкости, как иллюстрируют рисунки 3.8 и 3.9 на примере зависимостей напряжений от концентрации, определяется формулами (3.73) – (3.77). На рисунке 3.13 иллюстрируется суммарное изменение момента, включая турбулентный режим для СФИ при трех значениях градиента скорости.

Рис. 3.13 приводит графические характеристики кольцевого вискозиметра в качестве измерителя концентрации при различных градиентах скорости на измерительном кольце обеспечиваемых окружной скоростью потока на его поверхности при помощи приводных колес. Рис. 3.14 позволяет

определить изменение момента при изменении концентрации при заданном ее значении и переменном градиенте скорости.

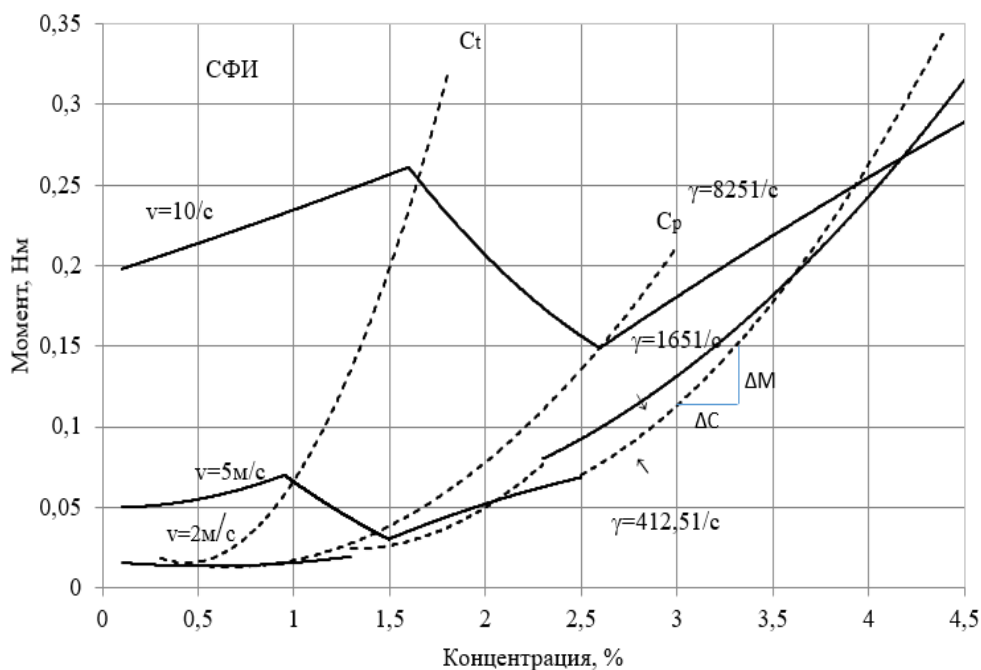


Рис. 3.14. Зависимость момента на измерительном кольце от концентрации СФИ при различных градиентах скорости. C_p и C_t — линии, на которых лежат точки смены режимов течения, соответственно, на переходный и турбулентный при изменении градиента скорости:

----- — режим течения с переменной ньютоновской вязкостью;

ΔM — изменение момента, соответствующее изменению концентрации массы ΔC

На основе представленных параметрической реологической модели и кольцевого вискозиметра разработан новый промышленный измеритель концентрации бумажной массы. Измеритель устанавливается непосредственно на трубу массоподачи и образует вокруг измерительного элемента полностью автономный вращающийся поток, не зависящий от условий течения в трубе с градиентом скорости, соответствующим диапазону переменной ньютоновской вязкости, где согласно рис. 3.14 обеспечивается наибольшая чувствительность измерения. На рис. 3.15 представлена его характеристика в виде зависимости выходного сигнала, пропорционального моменту от концентрации смешанной макулатурной массы, полученной при больших изменениях расхода массы в трубе.

При установке в потоке массы неподвижного или подвижного хорошо обтекаемого профиля на его поверхности образуется градиент скорости, зависящий от относительной скорости массы и профиля, вследствие чего на последнем возникают напряжения сдвига, умноженные на площадь профиля, они создают силу или момент, трансформируемый в выходной сигнал. Поскольку рассмотренное сдвиговое течение является основой для безотрывных ламинарных пристенных течений, то для всех контактных

измерителей концентрации должны быть аналогичные 3.15 зависимости выходного сигнала от концентрации. На рисунке 3.16 приведены зависимости выходного сигнала от концентрации для различных видов бумажной массы широко известного измерителя типа «МЕК», выпускаемого фирмами BTG и METSO, в котором в качестве измерительного чувствительного элемента используется вращающаяся хорошо обтекаемая крылатка.

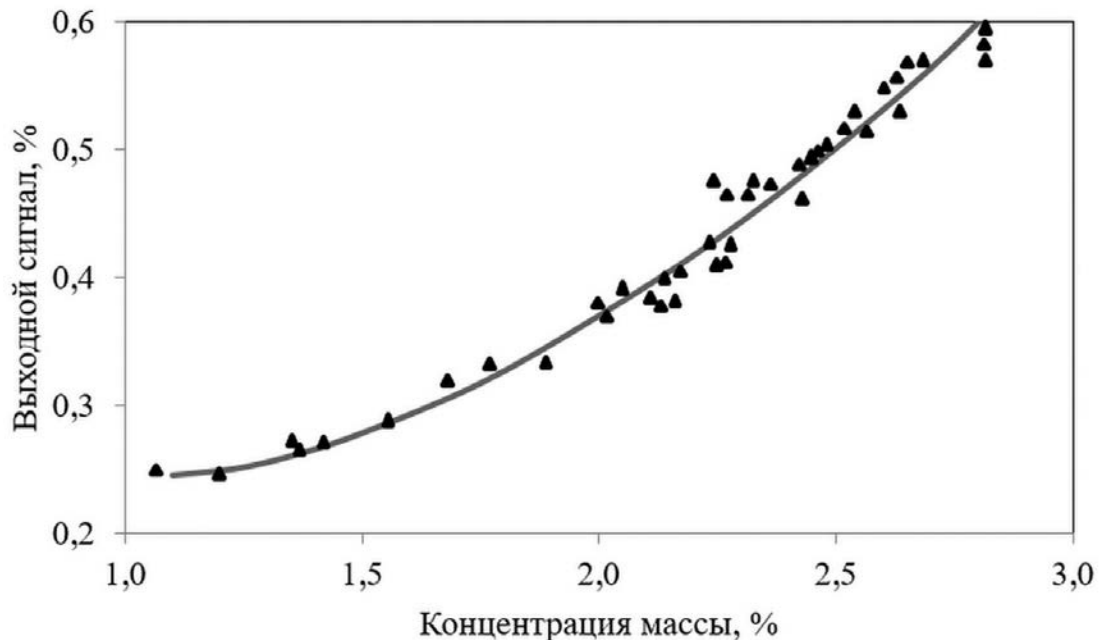


Рис. 3.15. Зависимость выходного сигнала предлагаемого измерителя от концентрации массы при изменении её расхода $\pm 30\%$ от номинального

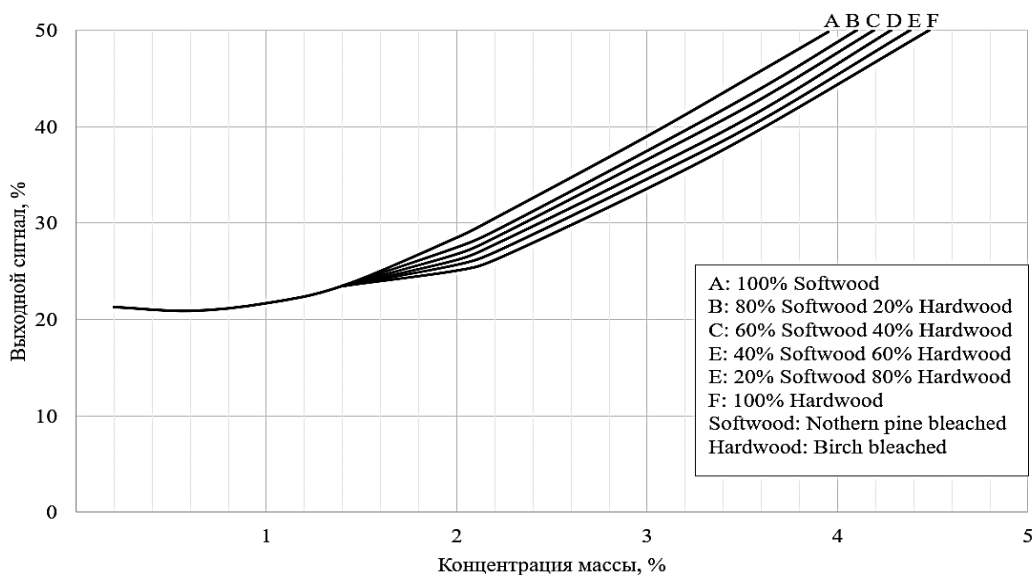


Рис. 3.16. Зависимость выходного сигнала от концентрации различных видов бумажных масс в ротационном измерителе «МЕК»

Сопоставление показывает хорошее совпадение. Это дает основание сделать вывод о правильности аналитического обоснования принципа измерения концентрации, базирующегося на реологических моделях в параметрической форме (3.68) – (3.81).

4. МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ДИСПЕРГИРОВАНИЯ МАССЫ В ТРУБАХ

4.1. Модель процесса диспергирования в трубах в ламинарном режиме течения

Модель базируется на реологических зависимостях, предложенных в главе 2, согласно которым в первой фазе течение в трубе будет описываться уравнением (2.12) до момента, когда градиент скорости γ и напряжение τ_w на стенке трубы достигнут значений γ_L и τ_L , соответствующих, согласно (2.11), наибольшей ньютоновской вязкости μ_L . При этом в осевой зоне трубы радиуса r_H градиент скорости будет равным нулю, если напряжения τ в ней будут меньше начального напряжения сдвига τ_H и флоккулы в этой зоне будут течь единым переплетённым стержнем:

$$\frac{\gamma}{\gamma_L} = 1 - \sqrt{\frac{1 - \frac{\tau}{\tau_L}}{1 - K_H}} \quad \text{при } K_H \leq \frac{\tau}{\tau_L} \leq 1, \quad (4.1)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_L} = 0 \quad \text{при } \frac{\tau}{\tau_L} \leq K_H = \frac{\tau_H}{\tau_L}. \quad (4.2)$$

Уравнения (4.1) и (4.2) дополняются уравнениями распределения напряжений по радиусу:

$$\frac{\tau}{\tau_w} = \frac{r}{R}; \quad \frac{\tau_H}{\tau_w} = \frac{\tau_H}{\tau_L} \frac{\tau_L}{\tau_w} = K_H \frac{\tau_L}{\tau_w} = \frac{r_H}{R}. \quad (4.3)$$

Подставляя (4.3) в (4.1) и (4.2), получим:

$$\frac{\gamma}{\gamma_L} = -\frac{du}{dr \gamma_L} = 1 - \sqrt{\frac{1 - \frac{\tau_w \cdot r}{\tau_L R}}{1 - K_H}} \quad \text{при } \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1,$$

$$\frac{du}{dr} = 0 \quad \text{при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R}.$$

Интегрируя эти уравнения при граничном условии $u = 0$ при $r = R$, получим:

$$\frac{u}{R \gamma_L} = 1 - \frac{r}{R} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{1 - K_H}} \cdot \frac{\tau_L}{\tau_w} \left[\left(1 - \frac{\tau_w}{\tau_L} \cdot \frac{r}{R} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(1 - \frac{\tau_w}{\tau_L} \right)^{\frac{2}{3}} \right] \\ \text{при } K_H \cdot \frac{\tau_L}{\tau_w} = \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.4)$$

$$\frac{u_H}{R \gamma_L} = 1 - \frac{1}{3} \frac{\tau_L}{\tau_w} \left[2 + K_H - 2 \sqrt{\frac{1}{1 - K_H}} \left(1 - \frac{\tau_w}{\tau_L} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \quad \text{при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R}. \quad (4.5)$$

При достижении напряжений τ_w на стенке трубы значения τ_L , из (4.4) и (4.5) получим:

$$\frac{u}{R \gamma_L} = 1 - \frac{r}{R} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{1 - K_H}} \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{\frac{3}{2}} \quad \text{при } K_H \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.6)$$

$$\frac{u_H}{R \gamma_L} = \frac{1}{3} (1 - K_H) \quad \text{при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq K_H. \quad (4.7)$$

Расход Q в трубе определяется интегрированием распределения скоростей (4.4) и (4.5) по радиусу трубы r .

$$Q = 2\pi \int_0^R u \cdot r \, dr = 2\pi \int_0^{r_H} u \cdot r \, dr + 2\pi \int_{r_H}^R u \cdot r \, dr. \quad (4.8)$$

Из (4.8) определяется средняя скорость V :

$$V = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{8}{d^2} \left(\int_0^{r_H} u \cdot r \, dr + \int_{r_H}^R u \cdot r \, dr \right). \quad (4.9)$$

Подставляя в (4.9) выражение (4.5) и (4.4), получим:

$$\begin{aligned} \frac{6 \cdot V}{d \cdot \gamma_L} = 1 + \left(\frac{\tau_L}{\tau_w} \right)^3 \left\{ A_L - 1 + \sqrt{\frac{1}{1-K_H}} \left(1 - \frac{\tau_w}{\tau_L} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left[\frac{16}{35} \cdot \left(1 - \frac{\tau_w}{\tau_L} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \right. \\ \left. \cdot \left(1 + 2,5 \frac{\tau_w}{\tau_L} \right) + 2 \left(\frac{\tau_w}{\tau_L} \right)^2 \right\} \text{ при } 0 \leq V \leq V_L; K_H \leq \frac{\tau_w}{\tau_L} \leq 1, \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\text{где } V_L = \frac{d \cdot \gamma_L}{6} \cdot A_L; \quad (4.11)$$

$$A_L = 1 + K_H^3 - 2K_H^2 - \frac{16}{35} (1 - K_H)^2 (1 + 2,5 \cdot K_H). \quad (4.12)$$

При $(\tau_w = \tau_H)$, то есть при $\frac{\tau_w}{\tau_L} = \frac{\tau_H}{\tau_L} = K_H$ из (4.10) следует $V = 0$.

При $\frac{\tau_w}{\tau_L} = 1$ из (4.10) следует формула (4.11).

При скорости $V_L \leq V \leq V_0$ масса в кольцевой области $r_L \leq r \leq R$, примыкающей к стенке трубы, течет как ньютоновская жидкость со снижающейся вязкостью согласно реологической зависимости (2.7) $\frac{\tau}{\tau_L} = \left(\frac{\gamma}{\gamma_L} \right)^{1-\phi}$, а в центральной области $r_H \leq r \leq r_L$ продолжает течь согласно зависимости (2.12). Соответствующие этому режиму течения уравнения будут иметь вид:

$$\frac{\gamma}{\gamma_L} = -\frac{du}{dr \cdot \gamma_L} = \left(\frac{\tau}{\tau_L} \right)^{\frac{1}{1-\phi}} \text{ при } \frac{r_L}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.13)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_L} = -\frac{du}{dr \cdot \gamma_L} = 1 - \sqrt{\frac{1 - \frac{\tau}{\tau_L}}{1 - K_H}} \text{ при } \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_L}{R}, \quad (4.14)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_L} = -\frac{du}{dr \cdot \gamma_L} = 0 \text{ при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R}, \quad (4.15)$$

$$\frac{\tau}{\tau_w} = \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{\beta}} \text{ при } \frac{r_L}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.16)$$

$$\frac{r_L}{R} = \left(\frac{\tau_L}{\tau_w} \right)^{\beta}, \quad (4.17)$$

$$\frac{\tau}{\tau_L} = \frac{r}{r_L} = \frac{R}{r_L} \cdot \frac{r}{R} = \left(\frac{\tau_w}{\tau_L} \right)^{\beta} \cdot \frac{r}{R} \text{ при } \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_L}{R}, \quad (4.18)$$

$$\frac{\tau_H}{\tau_L} = K_H = \frac{r_H}{r_L} = \frac{R}{r_L} \cdot \frac{r_L}{R} = \left(\frac{\tau_w}{\tau_L} \right)^{\beta} \cdot \frac{r_H}{R}. \quad (4.19)$$

Подставляя (4.16) в (4.13), (4.18) в (4.14), получим:

$$-\frac{du}{dr \cdot \gamma_L} = \left(\frac{\tau_w}{\tau_L}\right)^{\frac{1}{1-\varphi}} \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{\beta(1-\varphi)}} \text{ при } \frac{r_L}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1 ,$$

$$-\frac{du}{dr \cdot \gamma_L} = 1 - \sqrt{\frac{1 - \left(\frac{\tau_w}{\tau_L}\right)^\beta \cdot \frac{r}{R}}{1 - K_H}} \text{ при } \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_L}{R} ,$$

$$\frac{du}{dr} = 0 \text{ при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R} .$$

Интегрируя первое уравнение при граничном условии $u = 0$ при $r = R$, второе при граничном условии (4.17) $u = u_L$ при $\frac{r}{R} = \frac{r_L}{R} = \left(\frac{\tau_L}{\tau_w}\right)^\beta$, получим распределение скоростей:

$$\frac{u}{\gamma_L \cdot R} = \frac{\beta(1-\varphi)}{1+\beta(1-\varphi)} \cdot \left(\frac{\tau_w}{\tau_L}\right)^{\frac{1}{1-\varphi}} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1+\beta(1-\varphi)}{\beta(1-\varphi)}}\right] \text{ при } \frac{r_L}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1 , \quad (4.20)$$

$$\frac{u}{\gamma_L \cdot R} = \frac{\beta(1-\varphi)}{1+\beta(1-\varphi)} \cdot \left(\frac{\tau_w}{\tau_L}\right)^{\frac{1}{1-\varphi}} \left[1 - \left(\frac{\tau_L}{\tau_w}\right)^{\frac{1+\beta(1-\varphi)}{(1-\varphi)}}\right] \text{ при } \frac{r_L}{R} = \frac{r}{R} , \quad (4.21)$$

$$\frac{u}{\gamma_L \cdot R} = \frac{u_L}{\gamma_L \cdot R} + \left(\frac{\tau_L}{\tau_w}\right)^\beta \left\{1 - \left(\frac{\tau_w}{\tau_L}\right)^\beta \cdot \frac{r}{R} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{1-K_H}} \left[1 - \left(\frac{\tau_w}{\tau_L}\right)^\beta \cdot \frac{r}{R}\right]^{\frac{3}{2}}\right\} \text{ при } \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_L}{R} , \quad (4.22)$$

$$\frac{u_H}{\gamma_L \cdot R} = \frac{u_L}{\gamma_L \cdot R} + \frac{1}{3} \left(\frac{\tau_L}{\tau_w}\right)^\beta \cdot (1 - K_H) \text{ при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R} , \quad (4.23)$$

$$\frac{r_L}{R} = \left(\frac{\tau_L}{\tau_w}\right)^\beta ; \frac{r_H}{R} = K_H \cdot \left(\frac{\tau_L}{\tau_w}\right)^\beta . \quad (4.24)$$

При $\tau_w = \tau_L$ выражения (4.20) и (4.21) обращаются в ноль, а (4.22) и (4.23) совпадают с выражением (4.6) и (4.7), что соответствует физическому смыслу уравнений.

Определим среднюю скорость V :

$$V = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{8}{d^2} \left(\int_0^{r_H} u \cdot r \, dr + \int_{r_H}^{r_L} u \cdot r \, dr + \int_{r_L}^R u \cdot r \, dr \right) . \quad (4.25)$$

Подставим в (4.25) соответствующие выражения (4.23), (4.22) и (4.20) и учитывая выражения (4.11) и (4.12), получим при $V_L \leq V \leq V_0$:

$$V = V_L \cdot \left(\frac{\tau_L}{\tau_w}\right)^{3\beta} \left\{1 + \frac{1}{A_L} \cdot \frac{3\beta}{3\beta + \frac{1}{1-\varphi}} \left[\left(\frac{\tau_w}{\tau_L}\right)^{3\beta + \frac{1}{1-\varphi}} - 1 \right]\right\} , \quad (4.26)$$

$$V_0 = \frac{A_0}{A_L} \cdot V_L , \quad (4.27)$$

$$\text{где } A_0 = \left(\frac{\tau_L}{\tau_0}\right)^{3\beta} \left\{A_L + \frac{3\beta}{3\beta + \frac{1}{1-\varphi}} \left[\left(\frac{\tau_0}{\tau_L}\right)^{3\beta + \frac{1}{1-\varphi}} - 1 \right]\right\} . \quad (4.28)$$

При $\tau_w = \tau_L$ из (4.26) вытекает формула (4.11).

В третьей последней фазе ламинарного течения $V_0 \leq V \leq V_p$ вязкость μ_0 в пристеночном кольце $\frac{r_0}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1$ становится постоянной. Соответствующие этой фазе уравнения будут иметь вид:

$$\frac{\gamma}{\gamma_0} = -\frac{du}{dr \cdot \gamma_0} = \frac{\tau}{\tau_0} \text{ при } \frac{r_0}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.29)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_L} = -\frac{du}{dr \cdot \gamma_L} = \left(\frac{\tau}{\tau_0}\right)^{\frac{1}{1-\varphi}} \text{ при } \frac{r_L}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_0}{R}, \quad (4.30)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_L} = -\frac{du}{dr \cdot \gamma_L} = 1 - \sqrt{\frac{1 - \frac{\tau}{\tau_L}}{1 - K_H}} \text{ при } \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_L}{R}, \quad (4.31)$$

$$\frac{\gamma}{\gamma_L} = -\frac{du}{dr \cdot \gamma_L} = 0 \text{ при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R}, \quad (4.32)$$

$$\frac{\tau}{\tau_w} = \frac{r}{R} \text{ при } \frac{r_0}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.33)$$

$$\frac{r_0}{R} = \frac{\tau_0}{\tau_w} - \text{следствие из (4.33)}, \quad (4.34)$$

$$\frac{\tau}{\tau_0} = \left(\frac{r}{r_0}\right)^{\frac{1}{\beta}} = \left(\frac{R}{r_0} \cdot \frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{\beta}} = \left(\frac{\tau_w}{\tau_0} \cdot \frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{\beta}} \text{ при } \frac{r_L}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_0}{R}, \quad (4.35)$$

$$\frac{r_L}{R} = \left(\frac{\tau_L}{\tau_0}\right)^{\beta} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} - \text{следствие из (4.35)}, \quad (4.36)$$

$$\frac{\tau}{\tau_L} = \frac{r}{r_L} = \frac{R}{r_L} \cdot \frac{r}{R} = \frac{\tau_w}{\tau_0} \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau_L}\right)^{\beta} \cdot \frac{r}{R} \text{ при } \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_L}{R},$$

$$\frac{r_H}{R} = \frac{\tau_H}{\tau_L} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} \cdot \left(\frac{\tau_L}{\tau_0}\right)^{\beta} = \frac{\tau_0}{\tau_w} \cdot \left(\frac{\tau_L}{\tau_0}\right)^{\beta} \cdot K_H - \text{следствие из (4.36)}. \quad (4.37)$$

Подставляя (4.33) в (4.29); (4.35) в (4.30); (4.36) в (4.31), получим:

$$-\frac{du}{dr \cdot \gamma_0} = \frac{\tau_w}{\tau_0} \cdot \frac{r}{R} \text{ при } \frac{r_0}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1,$$

$$-\frac{du}{dr \cdot \gamma_0} = \left(\frac{\tau_0}{\tau_L}\right)^{\frac{1}{1-\varphi}} \cdot \left(\frac{\tau_w}{\tau_0}\right)^{\frac{1}{\beta(1-\varphi)}} \cdot \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{1}{\beta(1-\varphi)}} \text{ при } \frac{r_L}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_0}{R},$$

$$-\frac{du}{dr \cdot \gamma_0} = 1 - \sqrt{\frac{1 - \frac{\tau_w}{\tau_0} \left(\frac{\tau_0}{\tau_L}\right)^{\beta} \cdot \frac{r}{R}}{1 - K_H}} \text{ при } \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_L}{R},$$

$$\frac{du}{dr} = 0 \text{ при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R}.$$

Интегрируя первое уравнение при граничном условии $u = 0$ при $\frac{r_L}{R} = 1$, второе при граничном условии $u = u_0$ при $\frac{r}{R} = \frac{r_0}{R} = \frac{\tau_0}{\tau_w}$, третье при граничном условии $u = u_L$ при $\frac{r}{R} = \frac{r_L}{R} = \left(\frac{\tau_L}{\tau_0}\right)^{\beta} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w}$, получим распределение скоростей:

$$\frac{u}{\gamma_0 \cdot R} = \frac{1}{2} \frac{\tau_w}{\tau_0} \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2\right] \text{ при } \frac{r_0}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.38)$$

$$\frac{u_0}{\gamma_0 \cdot R} = \frac{1}{2} \left(\frac{\tau_w}{\tau_0} - \frac{\tau_0}{\tau_w} \right) \text{ при } \frac{r}{R} = \frac{r_0}{R}, \quad (4.39)$$

$$\frac{u}{\gamma_L \cdot R} = \frac{u_0}{\gamma_L \cdot R} + \frac{\beta(1-\varphi)}{1+\beta(1-\varphi)} \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau_L} \right)^{\frac{1}{1-\varphi}} \cdot \left(\frac{\tau_w}{\tau_0} \right)^{\frac{1}{\beta(1-\varphi)}} \left[\left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^{\frac{1+\beta(1-\varphi)}{\beta(1-\varphi)}} - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{1+\beta(1-\varphi)}{\beta(1-\varphi)}} \right] \\ \text{при } \frac{r_L}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_0}{R}, \quad (4.40)$$

$$\frac{u_L}{\gamma_L \cdot R} = \frac{u_0}{\gamma_L \cdot R} + \frac{\beta(1-\varphi)}{1+\beta(1-\varphi)} \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau_L} \right)^{\frac{1}{1-\varphi}} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} \left[1 - \left(\frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^{\frac{1+\beta(1-\varphi)}{1-\varphi}} \right] \text{ при } \frac{r}{R} = \frac{r_L}{R}, \quad (4.41)$$

$$\frac{u}{\gamma_L \cdot R} = \frac{u_L}{\gamma_L \cdot R} + \left(\frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^{\beta} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} \left\{ 1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau_L} \right)^{\beta} \frac{\tau_w}{\tau_0} \cdot \frac{r}{R} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{1-K_H}} \left[1 - \left(\frac{\tau_0}{\tau_L} \right)^{\beta} \frac{\tau_w}{\tau_0} \cdot \frac{r}{R} \right]^{\frac{3}{2}} \right\} \\ \text{при } \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_L}{R}, \quad (4.42)$$

$$\frac{u_H}{\gamma_L \cdot R} = \frac{u_L}{\gamma_L \cdot R} + \frac{1}{3} \left(\frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^{\beta} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} (1 - K_H) \text{ при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R}, \quad (4.43)$$

$$\frac{r_0}{R} = \frac{\tau_0}{\tau_w}; \quad \frac{r_L}{R} = \left(\frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^{\beta} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w}; \quad \frac{r_H}{R} = K_H \cdot \left(\frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^{\beta} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w}. \quad (4.44)$$

При $\tau_w = \tau_0$ выражения (4.38) и (4.39) обращаются в ноль, а выражения (4.40) – (4.44) совпадают с соответствующими выражениями (4.20) – (4.24).

Определим среднюю скорость V для третьей фазы течения:

$$V = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{8}{d^2} \left(\int_0^{r_H} u \cdot r \, dr + \int_{r_H}^{r_L} u \cdot r \, dr + \int_{r_L}^{r_0} u \cdot r \, dr + \int_{r_0}^R u \cdot r \, dr \right). \quad (4.45)$$

Подставим в (4.45) соответствующие выражения (4.43), (4.42), (4.40) и (4.38) и учитывая выражения (4.27) и (4.28), получим при $V_0 \leq V \leq V_p$:

$$V = V_0 \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^3 \left\{ 1 + \frac{6}{8 \cdot A_0} \cdot \frac{\gamma_0}{\gamma_L} \left[\left(\frac{\tau_w}{\tau_0} \right)^4 - 1 \right] \right\}. \quad (4.46)$$

Учитывая выражение (2.39), формулу (4.46) можно записать:

$$V = V_0 \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^3 \left\{ 1 + \frac{6}{8 \cdot A_0 \cdot B_f^{\frac{1}{1+\varphi}}} \left[\left(\frac{\tau_w}{\tau_0} \right)^4 - 1 \right] \right\}. \quad (4.47)$$

При $\tau_w = \tau_p$, $V = V_p$ из (4.47) следует:

$$V_p = A_p \cdot V_0, \quad (4.48)$$

$$\text{где } A_p = \left(\frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^3 \left\{ 1 + \frac{6}{8 \cdot A_0 \cdot B_f^{\frac{1}{1+\varphi}}} \left[\left(\frac{\tau_p}{\tau_0} \right)^4 - 1 \right] \right\}. \quad (4.49)$$

Коэффициент β , входящий в формулы (4.16)–(4.44), определится исходя из условия постоянства безразмерного радиуса кольца на стенке трубы $\frac{r_L}{R}$ при появлении режима течения с постоянной наименьшей ньютоновской вязкостью μ_0 . С учетом (4.24) будем иметь:

$$\frac{r_L}{R} = \left(\frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^{\beta} = C_{r_L} = \text{const}. \quad (4.50)$$

С другой стороны, согласно (2.7) и (2.39):

$$\frac{\tau_L}{\tau_0} = \left(\frac{\gamma_L}{\gamma_0}\right)^{1-\varphi} = B_f^{\frac{1-\varphi}{1+\varphi}}. \quad (4.51)$$

Подставляя (4.51) в (4.50), получим:

$$\frac{r_L}{R} = \left(\frac{\tau_L}{\tau_0}\right)^\beta = B_f^{\frac{1-\varphi}{1+\varphi}} = C_{rL} = 0,884. \quad (4.52)$$

Из (4.52) и таблицы 2.1 определим β :

$$\beta = \frac{\ln C_{rL}}{\ln B_f} \cdot \frac{1+\varphi}{1-\varphi} = \frac{\ln 0,884}{\ln 0,15} \cdot \frac{1+\varphi}{1-\varphi} = 0,065 \cdot \frac{1+\varphi}{1-\varphi}. \quad (4.53)$$

Условие постоянства безразмерного радиуса кольца на стенке трубы $\frac{r_0}{R}$ в начале переходного режима течения, согласно (4.44), приводит к выражению:

$$\frac{r_0}{R} = \frac{\tau_0}{\tau_p} = C_{rp} = \text{const} = 0,7. \quad (4.54)$$

Подставим (4.52) и (4.53) в выражение (4.28):

$$\begin{aligned} A_0 &= \left(\frac{\tau_L}{\tau_0}\right)^{3\beta} \left\{ A_L + \frac{3\beta}{3\beta + \frac{1}{1-\varphi}} \left[\left(\frac{\tau_0}{\tau_L}\right)^{3\beta + \frac{1}{1-\varphi}} - 1 \right] \right\} = \\ &= 0,6908 \cdot A_L + \frac{0,15^{\frac{1}{0,195(1+\varphi)}} - 0,6908}{1 + \frac{1}{0,195(1+\varphi)}}. \end{aligned} \quad (4.55)$$

Подставим (4.54) в формулу (4.49):

$$A_p = \left(\frac{\tau_0}{\tau_p}\right)^3 \left[1 + \frac{6 \left[\left(\frac{\tau_p}{\tau_0}\right)^4 - 1 \right]}{8 \cdot A_0 \cdot B_f^{\frac{1}{1+\varphi}}} \right] = 0,343 + \frac{0,8142}{A_0 \cdot 0,15^{\frac{1}{1+\varphi}}}. \quad (4.56)$$

В таблице 4.1 приведены значения параметров, входящих в формулы (4.11) – (4.56) с учетом зависимостей, приведенных в главе 2:

$$K_H = \frac{C}{1,6 \cdot C + 1,7}; \quad \varphi = \frac{C}{0,7C + 0,4}.$$

Таблица 4.1. Зависимость реологических параметров и коэффициентов перехода режимов в течения на стенке трубы от концентрации СФИ

C, %	K_H	φ	$\frac{\tau_L}{\tau_0}$	A_L	A_0	$\frac{A_0}{A_L}$	$A_0 \cdot 0,15^{\frac{1}{1+\varphi}}$	A_P	$\gamma_L, 1/c$
0,5	0,2	0,6667	0,6843	0,4891	0,9340	1,9097	0,2992	3,0643	16,8359
0,7	0,2482	0,7856	0,7971	0,4734	0,9255	1,9550	0,3200	2,8874	27,6730
0,9	0,2866	0,8738	0,8800	0,4599	0,8694	1,8904	0,3159	2,9204	39,8099
1,1	0,3179	0,9402	0,9432	0,4483	0,8960	1,8952	0,3195	2,8914	52,9608
1,3	0,3439	0,9924	0,9928	0,4382	0,8381	1,9126	0,3234	2,8606	66,9531
1,5	0,3659	1,0345	1,0327	0,4293	0,8229	1,9168	0,3239	2,8567	81,6600
2	0,4082	1,1111	1,1050	0,4113	0,7989	1,9424	0,3252	2,8467	121,0256
3	0,4615	1,2000	1,1882	0,3868	0,7709	1,9930	0,3255	2,8444	208,3375
4	0,4938	1,2500	1,2346	0,3710	0,7543	2,0332	0,3246	2,8513	304,2739
5	0,5155	1,2821	1,2643	0,3599	0,7430	2,0646	0,3236	2,8591	406,9027

Согласно таблице 4.1, с малой погрешностью формулы (4.27) и (4.48) будут иметь вид:

$$V_0 = \frac{A_0}{A_L} \cdot V_L \approx 1,95 \cdot V_L, \quad (4.57)$$

$$V_p = A_p \cdot V_0 \approx 2,85 \cdot V_0. \quad (4.58)$$

Подставим (4.10) в выражение (4.4), тогда распределение скорости при $0 \leq V \leq V_L$ будет иметь вид:

$$\frac{u}{V} = \frac{3 - 3\frac{r}{R} - \sqrt{\frac{4}{1-K_H}} \cdot \frac{\tau_L}{\tau_W} \left[\left(1 - \frac{\tau_W}{\tau_L} \cdot \frac{r}{R}\right)^{\frac{3}{2}} - \left(1 - \frac{\tau_W}{\tau_L}\right)^{\frac{3}{2}} \right]}{1 + \left(\frac{\tau_L}{\tau_W}\right)^3 \left\{ A_L - 1 + \sqrt{\frac{1}{1-K_H}} \left(1 - \frac{\tau_W}{\tau_L}\right)^{\frac{3}{2}} \left[\frac{16}{35} \left(1 - \frac{\tau_W}{\tau_L}\right) \left(1 + 2,5 \frac{\tau_W}{\tau_L}\right) + 2 \left(\frac{\tau_W}{\tau_L}\right)^2 \right] \right\}}$$

при $\frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1,$ (4.59)

$$\frac{u_H}{V} = \frac{3 - \frac{\tau_L}{\tau_W} \left[2 + K_H - \sqrt{\frac{4}{1-K_H}} \left(1 - \frac{\tau_W}{\tau_L}\right)^{\frac{3}{2}} \right]}{1 + \left(\frac{\tau_L}{\tau_W}\right)^3 \left\{ A_L - 1 + \sqrt{\frac{1}{1-K_H}} \left(1 - \frac{\tau_W}{\tau_L}\right)^{\frac{3}{2}} \left[\frac{16}{35} \left(1 - \frac{\tau_W}{\tau_L}\right) \left(1 + 2,5 \frac{\tau_W}{\tau_L}\right) + 2 \left(\frac{\tau_W}{\tau_L}\right)^2 \right] \right\}}$$

при $0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R} = K_H \cdot \frac{\tau_L}{\tau_W}.$ (4.60)

При $V = V_L$, $\tau_W = \tau_L$ из (4.59) и (4.60) получим:

$$\frac{u}{V_L} = \frac{1}{A_L} \left[3 - 3\frac{r}{R} - \sqrt{\frac{4}{1-K_H}} \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{\frac{3}{2}} \right] \text{ при } \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.61)$$

$$\frac{u_H}{V_L} = \frac{1-K_H}{A_L} \text{ при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R} = K_H. \quad (4.62)$$

Подставим формулы (4.11) и (4.53) в выражение (4.26):

$$\frac{1}{d \cdot \gamma_L} = \frac{1}{6 \cdot V} \left[A_L \left(\frac{\tau_L}{\tau_W}\right)^{0,195 \cdot \frac{1+\varphi}{1-\varphi}} + \frac{\left(\frac{\tau_W}{\tau_L}\right)^{\frac{1}{1-\varphi}} - \left(\frac{\tau_L}{\tau_W}\right)^{0,195 \cdot \frac{1+\varphi}{1-\varphi}}}{1 + \frac{1}{0,195(1-\varphi)}} \right] = \frac{F}{6 \cdot V}. \quad (4.63)$$

Подставим (4.63) в формулы (4.20)–(4.23) с учетом (4.53), тогда при $V_L \leq V \leq V_0$ будем иметь:

$$\frac{u}{V} = \frac{3}{F} \cdot \frac{\left(\frac{\tau_W}{\tau_L}\right)^{\frac{1}{1-\varphi}}}{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \right] \text{ при } \frac{r_L}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.64)$$

$$\frac{u_L}{V} = \frac{3}{F} \cdot \frac{\left(\frac{\tau_W}{\tau_L}\right)^{\frac{1}{1-\varphi}}}{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \cdot \left[1 - \left(\frac{\tau_L}{\tau_W}\right)^{\frac{1+0,065(1+\varphi)}{1-\varphi}} \right]$$

при $\frac{r}{R} = \frac{r_L}{R} = \left(\frac{\tau_L}{\tau_W}\right)^{0,065 \frac{1+\varphi}{1-\varphi}},$ (4.65)

$$\frac{u}{V} = \frac{u_L}{V} + \frac{3}{F} \left(\frac{\tau_L}{\tau_w} \right)^{\frac{0,065(1+\varphi)}{1-\varphi}} \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{\tau_L}{\tau_w} \right)^{\frac{0,065(1+\varphi)}{1-\varphi}} \cdot \frac{r}{R} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{1-K_H}} \left[1 - \left(\frac{\tau_w}{\tau_L} \right)^{\frac{0,065(1+\varphi)}{1-\varphi}} \cdot \frac{r}{R} \right]^{\frac{3}{2}} \right\}$$

при $\frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_L}{R}$,

$$\frac{u_H}{V} = \frac{u_L}{V} + \frac{1-K_H}{F_L} \cdot \left(\frac{\tau_L}{\tau_w} \right)^{\frac{0,065(1+\varphi)}{1-\varphi}} \text{ при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R} = K_H \left(\frac{\tau_L}{\tau_w} \right)^{\frac{0,065(1+\varphi)}{1-\varphi}}. \quad (4.67)$$

При $V = V_0$, $\tau_w = \tau_0$, $F = A_0$, $\left(\frac{\tau_0}{\tau_L} \right)^{\frac{1}{1-\varphi}} = 0,15^{\frac{-1}{1+\varphi}}$, $\frac{r_L}{R} = \left(\frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^{\frac{0,065(1+\varphi)}{1-\varphi}} = 0,884$ получим:

$$\frac{u}{V_0} = \frac{3}{A_0} \cdot \frac{0,15^{\frac{-1}{1+\varphi}}}{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \right] \text{ при } 0,884 \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.68)$$

$$\frac{u_H}{V_0} = \frac{3}{A_0} \cdot \frac{0,15^{\frac{-1}{1+\varphi}}}{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \left(1 - 0,884^{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \right) \text{ при } \frac{r}{R} = \frac{r_L}{R} = 0,884, \quad (4.69)$$

$$\frac{u}{V_0} = \frac{u_L}{V_0} + \frac{3 \cdot 0,884}{A_0} \left[1 - \frac{1}{0,884} \cdot \frac{r}{R} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{1-K_H}} \left(1 - \frac{1}{0,884} \cdot \frac{r}{R} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

при $0,884 \geq \frac{r}{R} \geq \frac{r_H}{R}$,

$$\frac{u_H}{V_0} = \frac{u_L}{V_0} + \frac{1-K_H}{A_0} \cdot 0,884 \text{ при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R} = 0,884 \cdot K_H. \quad (4.71)$$

Обозначим в формуле (4.47):

$$V = V_0 \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau_w} \right)^3 \left[1 + \frac{6 \cdot \left[\left(\frac{\tau_w}{\tau_0} \right)^4 - 1 \right]}{8 \cdot A_0 \cdot 0,15^{\frac{1}{1+\varphi}}} \right] = V_0 \cdot G. \quad (4.72)$$

Согласно формуле (2.39) $\frac{\gamma_L}{\gamma_0} = B_f^{\frac{1}{1+\varphi}} = 0,15^{\frac{1}{1+\varphi}}$, имеем:

$$d \cdot \gamma_0 = d \cdot \gamma_L \cdot 0,15^{\frac{-1}{1+\varphi}}. \quad (4.73)$$

Из формул (4.11) и (4.27) с учетом (4.73) получим:

$$d \cdot \gamma_L = \frac{6 \cdot V_0}{A_0}; \quad d \cdot \gamma_0 = \frac{6 \cdot V_0}{A_0} \cdot 0,15^{\frac{-1}{1+\varphi}}. \quad (4.74)$$

Учтем так же полученные выражения:

$$\left(\frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^{\frac{1}{1-\varphi}} = 0,15^{\frac{1}{1+\varphi}}; \quad \left(\frac{\tau_L}{\tau_0} \right)^\beta = 0,084; \quad \beta = 0,065 \frac{1+\varphi}{1-\varphi}; \quad \frac{\tau_0}{\tau_p} = 0,7.$$

Подставляя (4.72)–(4.74) в выражения (4.38)–(4.44), получим при $V_0 \leq V \leq V_p$:

$$\frac{u}{V} = \frac{3}{2} \frac{0,15^{\frac{-1}{1+\varphi}}}{A_0 \cdot G} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \text{ при } \frac{r_0}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.75)$$

$$\frac{u_0}{V} = \frac{3}{2} \frac{0,15^{-\frac{1}{1+\varphi}}}{A_0 \cdot G} \left(\frac{\tau_w}{\tau_0} - \frac{\tau_0}{\tau_w} \right) \text{ при } \frac{r}{R} = \frac{r_0}{R} = \frac{\tau_0}{\tau_w}, \quad (4.76)$$

$$\frac{u}{V} = \frac{u_0}{V} + \frac{3}{A_0 \cdot G} \cdot \frac{0,15^{-\frac{1}{1+\varphi}}}{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \cdot \frac{\tau_w}{\tau_0} \left[1 - \left(\frac{\tau_w}{\tau_0} \cdot \frac{r}{R} \right)^{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \right]$$

при $\frac{r_l}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_0}{R}$, (4.77)

$$\frac{u_l}{V} = \frac{u_0}{V} + \frac{3}{A_0 \cdot G} \cdot \frac{0,15^{-\frac{1}{1+\varphi}}}{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} \left[1 - 0,884^{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \right]$$

при $\frac{r}{R} = \frac{r_0}{R} = 0,884 \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w}$, (4.78)

$$\frac{u}{V} = \frac{u_l}{V} + \frac{3 \cdot 0,884}{A_0 \cdot G} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} \left[1 - \frac{1}{0,884} \frac{\tau_w}{\tau_0} \frac{r}{R} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{1-K_H}} \left(1 - \frac{1}{0,884} \frac{\tau_w}{\tau_0} \frac{r}{R} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

при $\frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_l}{R}$, (4.79)

$$\frac{u_H}{V} = \frac{u_l}{V} + \frac{0,884 \cdot (1-K_H)}{A_0 \cdot G} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w} \text{ при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R} = 0,884 \cdot K_H \cdot \frac{\tau_0}{\tau_w}. \quad (4.80)$$

При $\tau_w = \tau_0$ и $V = V_0$ будем иметь: $G = 1$, (4.75) и (4.76) равны нулю, а формулы (4.76) - (4.80) тождественны (4.68) - (4.71).

При $\tau_w = \tau_p$ и $V = V_p$ будем иметь:

$$G = A_p, \quad \frac{\tau_0}{\tau_p} = \frac{r_0}{R} = 0,7, \quad \frac{r_l}{R} = 0,884 \cdot \frac{\tau_0}{\tau_p} = 0,884 \cdot 0,7 = 0,6188. \quad (4.81)$$

Подставляя (4.81) в (4.75) получим распределение скоростей в конце ламинарного режима течения:

$$\frac{u}{V_p} = \frac{3}{1,4} \cdot \frac{0,15^{-\frac{1}{1+\varphi}}}{A_0 \cdot A_p} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \text{ при } 0,7 \leq \frac{r}{R} \leq 1, \quad (4.82)$$

$$\frac{u_0}{V_p} = \frac{1,53 \cdot 0,15^{-\frac{1}{1+\varphi}}}{1,4 \cdot A_0 \cdot A_p} \text{ при } \frac{r}{R} = 0,7, \quad (4.83)$$

$$\frac{u}{V_p} = \frac{u_0}{V_p} + \frac{2,1}{A_0 \cdot A_p} \cdot \frac{0,15^{-\frac{1}{1+\varphi}}}{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \left[1 - \left(\frac{1}{0,7} \cdot \frac{r}{R} \right)^{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \right]$$

при $0,6188 \leq \frac{r}{R} \leq 0,7$, (4.84)

$$\frac{u_l}{V_p} = \frac{u_0}{V_p} + \frac{2,1}{A_0 \cdot A_p} \cdot \frac{0,15^{-\frac{1}{1+\varphi}}}{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \left[1 - 0,884^{1 + \frac{1}{0,065(1+\varphi)}} \right]$$

при $\frac{r}{R} = \frac{r_l}{R} = 0,6188$, (4.85)

$$\frac{u}{V_p} = \frac{u_l}{V_p} + \frac{1,8564}{A_0 \cdot A_p} \left[1 - 1,616 \frac{r}{R} - \frac{2}{3} \sqrt{\frac{1}{1-K_H}} \left(1 - 1,616 \frac{r}{R} \right)^{\frac{3}{2}} \right]$$

при $0,6188 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R}$, (4.86)

$$\frac{u_n}{V_p} = \frac{u_l}{V_p} + \frac{0,6188(1-K_n)}{A_0 \cdot A_p} \text{ при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq 0,6188 \cdot K_n. \quad (4.87)$$

Формулы (4.59)–(4.62) дают распределение скорости при $0 \leq V \leq V_l$; формулы (4.63)–(4.71) дают распределение скорости при $V_l \leq V \leq V_0$; формулы (4.72), (4.75)–(4.80), (4.82)–(4.87) при $V_0 \leq V \leq V_p$.

Связка скоростей V_l , V_0 и V_p определяется (4.27) и (4.48), а приближенная связка – формулами (4.57) и (4.58).

Учет скольжения волокон на стенке трубы в структурном режиме течения определим экспериментальным коэффициентом скольжения K_T в формуле (4.11):

$$V_l = K_T \cdot \left(\frac{d_0}{d}\right)^{m_T} \cdot \frac{\gamma_l \cdot d}{6} \cdot A_l, \quad (4.88)$$

где d_0 – диаметр трубы, на которой определялся коэффициент K_T ; m_T – экспериментальный показатель степени.

Согласно экспериментальным данным, определенным на трубе $d = 0,1$ м для СФИ, $K_T = 0,806$, $m_T = 0,8$.

С учетом коэффициентов (4.88) будут иметь вид:

$$V_l = K_T \cdot A_l \cdot \left(\frac{d_0}{d}\right)^{m_T} \cdot \frac{\gamma_l \cdot d}{6} = 0,806 \cdot A_l \cdot \left(\frac{0,1}{d}\right)^{0,8} \cdot \frac{\gamma_l \cdot d}{6} = 0,0213 \cdot A_l \cdot \gamma_l \cdot d^{0,2}. \quad (4.89)$$

Потери давления на единицу длины трубы определяются известной формулой гидравлики:

$$\frac{\Delta P}{l} = \frac{4 \cdot \tau_w}{d}; \quad \frac{\Delta P_l}{l} = \frac{4 \cdot \tau_l}{d}; \quad \frac{\Delta P_0}{l} = \frac{4 \cdot \tau_0}{d}; \quad \frac{\Delta P_p}{l} = \frac{4 \cdot \tau_p}{d}. \quad (4.90)$$

Подставим в (4.90) скорректированное реологическое выражение (2.43):

$$\frac{\Delta P_l}{l} = \frac{4 \cdot \tau_l}{d} = \frac{4 \cdot \gamma_l^2 \cdot K_l}{F_0 \cdot B_f \cdot d} \cdot \left(\frac{d}{d_0}\right)^m = \frac{4 \cdot \gamma_l^2 \cdot 1,13}{8380 \cdot 0,15 \cdot d} \cdot \left(\frac{d}{0,1}\right)^{0,3} = \frac{7,1747 \cdot 10^{-3} \cdot \gamma_l^2}{d^{0,7}}. \quad (4.91)$$

Подставим в (4.91) значение γ_l из (4.89):

$$\frac{\Delta P_l}{l} = \frac{7,1747 \cdot 10^{-3}}{d^{0,7}} \cdot \frac{V_l^2}{(0,0213 \cdot A_l \cdot d^{0,2})^2} = \frac{15,8141 \cdot V_l^2}{A_l^2 \cdot d^{1,1}}. \quad (4.92)$$

Коэффициент сопротивления трубы λ определяется из (4.90):

$$\lambda = \frac{\Delta P}{l} \cdot \frac{d}{\rho \cdot \frac{V^2}{2}} = \frac{8 \cdot \tau_w}{\rho \cdot V^2}; \quad \lambda_l = \frac{8 \cdot \tau_l}{\rho \cdot V_l^2}; \quad \lambda_0 = \frac{8 \cdot \tau_0}{\rho \cdot V_0^2}; \quad \lambda_p = \frac{8 \cdot \tau_p}{\rho \cdot V_p^2}. \quad (4.93)$$

Подставим в (4.93) выражение (4.92):

$$\lambda_l = \frac{\Delta P}{l} \cdot \frac{d \cdot 2}{\rho \cdot V_l^2} = \frac{15,8141 \cdot V_l^2}{A_l^2 \cdot d^{1,1}} \cdot \frac{2 \cdot d}{\rho \cdot V_l^2} = \frac{3,1628 \cdot 10^{-2}}{A_l^2 \cdot d^{0,1}}. \quad (4.94)$$

Согласно таблице 4.1, для всех концентраций массы:

$$A_0 \cdot 0,15^{\frac{1}{1+\varphi}} = 0,324. \quad (4.95)$$

Согласно (4.90), (4.51), (4.27) и (4.95), будем иметь:

$$\frac{\Delta P_0}{l} = \frac{\Delta P_l}{l} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_l} = \frac{15,8141 \cdot V_l^2}{A_l^2 \cdot d^{1,1}} \cdot \frac{1}{0,15^{\frac{1-\varphi}{1+\varphi}}} = \frac{15,8141 \cdot \left(V_0 \cdot \frac{A_l}{A_0}\right)^2}{A_l^2 \cdot 0,15^{\frac{1-\varphi}{1+\varphi}} \cdot d^{1,1}} = \frac{15,8141 \cdot V_0^2}{A_0^2 \cdot 0,15^{\frac{1-\varphi}{1+\varphi}} \cdot d^{1,1}} =$$

$$= \frac{15,8141 \cdot V_0^2}{0,324^2 \cdot 0,15^{\frac{-2}{1+\varphi}} \cdot d^{1,1} \cdot 0,15^{\frac{1-\varphi}{1+\varphi}}} = \frac{15,8141 \cdot V_0^2 \cdot 0,15}{0,324^2 \cdot d^{1,1}} = \frac{22,5967 \cdot V_0^2}{d^{1,1}}. \quad (4.96)$$

Согласно (4.93), (4.51), (4.27) и (4.95), будем иметь:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= \lambda_{\text{л}} \cdot \frac{\tau_0}{\tau_{\text{л}}} \cdot \left(\frac{V_{\text{л}}}{V_0} \right)^2 = \frac{3,1628 \cdot 10^{-2}}{A_{\text{л}}^2 \cdot d^{0,1}} \cdot \frac{1}{0,15^{\frac{1-\varphi}{1+\varphi}}} \cdot \left(\frac{A_{\text{л}}}{A_0} \right)^2 = \frac{3,1628 \cdot 10^{-2}}{A_0^2 \cdot 0,15^{\frac{1-\varphi}{1+\varphi}} \cdot d^{0,1}} = \\ &= \frac{3,1628 \cdot 10^{-2} \cdot 0,15}{0,324^2 \cdot d^{0,1}} = \frac{4,5193 \cdot 10^{-2}}{d^{0,1}}. \end{aligned} \quad (4.97)$$

Подставим в (4.90) формулы (4.54), (4.96) и (4.58):

$$\frac{\Delta P_{\text{п}}}{l} = \frac{\Delta P_0}{l} \cdot \frac{\tau_{\text{п}}}{\tau_0} = \frac{22,5967}{d^{1,1}} \cdot \left(\frac{V_{\text{п}}}{A_{\text{п}}} \right)^2 \cdot \frac{\tau_{\text{п}}}{\tau_0} = \frac{22,5967 \cdot V_{\text{п}}^2}{2,85^2 \cdot 0,7 \cdot d^{1,1}} = \frac{3,9743 \cdot V_{\text{п}}^2}{d^{1,1}}. \quad (4.98)$$

Согласно (4.93), (4.54) и (4.58), будем иметь:

$$\lambda_{\text{п}} = \lambda_0 \cdot \frac{\tau_{\text{п}}}{\tau_0} \left(\frac{V_0}{V_{\text{п}}} \right)^2 = \frac{4,5193 \cdot 10^{-2}}{d^{0,1}} \cdot \frac{\tau_{\text{п}}}{\tau_0} \cdot \frac{1}{A_{\text{п}}^2} = \frac{4,5193 \cdot 10^{-2}}{2,85^2 \cdot 0,7 \cdot d^{0,1}} = \frac{7,9485 \cdot 10^{-3}}{d^{0,1}}. \quad (4.99)$$

В таблице 4.2 приведены значения (4.89) – (4.99), согласно данным таблицы 4.1.

Из выражений (4.90) и (4.93) следует:

$$\frac{\tau_{\text{л}}}{\tau_{\text{л}}} = \frac{\Delta P/l}{\Delta P_{\text{л}}/l}; \quad \frac{\tau_{\text{л}}}{\tau_0} = \frac{\Delta P/l}{\Delta P_0/l}; \quad \frac{\tau_{\text{л}}}{\tau_{\text{п}}} = \frac{\Delta P/l}{\Delta P_{\text{п}}/l}, \quad (4.100)$$

$$\frac{\tau_{\text{л}}}{\tau_{\text{л}}} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{л}}} \left(\frac{V}{V_{\text{л}}} \right)^2; \quad \frac{\tau_{\text{л}}}{\tau_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} \left(\frac{V}{V_0} \right)^2; \quad \frac{\tau_{\text{л}}}{\tau_{\text{п}}} = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{п}}} \left(\frac{V}{V_{\text{п}}} \right)^2. \quad (4.101)$$

Подставим (4.11), (4.100) и (4.101) в формулу (4.10):

$$\begin{aligned} \left(1 - A_{\text{л}} \cdot \frac{V}{V_{\text{л}}} \right) \cdot \left(\frac{\Delta P/l}{\Delta P_{\text{л}}/l} \right)^3 + \frac{16}{35} \sqrt{\frac{1}{1-K_{\text{н}}}} \left(1 - \frac{\Delta P/l}{\Delta P_{\text{л}}/l} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\left(1 - \frac{\Delta P/l}{\Delta P_{\text{л}}/l} \right) \left(1 + \frac{2,5 \Delta P/l}{\Delta P_{\text{л}}/l} \right) + \right. \\ \left. + \frac{35}{8} \left(\frac{\Delta P/l}{\Delta P_{\text{л}}/l} \right)^2 \right] = 1 - A_{\text{л}} \quad \text{при } 0 \leq V \leq V_{\text{л}}, \end{aligned} \quad (4.102)$$

$$\begin{aligned} \left(1 - A_{\text{л}} \cdot \frac{V}{V_{\text{л}}} \right) \cdot \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{л}}} \right)^3 \cdot \left(\frac{V}{V_{\text{л}}} \right)^6 + \frac{16}{35} \sqrt{\frac{1}{1-K_{\text{н}}}} \left(1 - \frac{\lambda}{\lambda_{\text{л}}} \cdot \left(\frac{V}{V_{\text{л}}} \right)^2 \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left\{ \left[1 - \frac{\lambda}{\lambda_{\text{л}}} \cdot \left(\frac{V}{V_{\text{л}}} \right)^2 \right] \cdot \right. \\ \left. \cdot \left[1 + \frac{2,5 \lambda}{\lambda_{\text{л}}} \left(\frac{V}{V_{\text{л}}} \right)^2 \right] + \frac{35}{8} \left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{л}}} \right)^2 \cdot \left(\frac{V}{V_{\text{л}}} \right)^4 \right\} = 1 - A_{\text{л}} \quad \text{при } 0 \leq V \leq V_{\text{л}}. \end{aligned} \quad (4.103)$$

В формулах (4.102) и (4.103) значения $V_{\text{л}}$, $\Delta P_{\text{л}}/l$, и $\lambda_{\text{л}}$ определяются по формулам (4.89), (4.92) и (4.94) и представлены для двух диаметров трубы в таблице 4.2.

Подставим (4.53), (4.27), (4.100) и (4.101) в формулу (4.26):

$$\begin{aligned} A_{\text{л}} \left(\frac{\Delta P_{\text{л}}/l}{\frac{\Delta P}{l}} \right)^{\frac{0,195(1+\varphi)}{1-\varphi}} + \frac{1}{1 + \frac{1}{0,195(1+\varphi)}} \cdot \left(\frac{\Delta P_{\text{л}}/l}{\frac{\Delta P}{l}} \right)^{\frac{0,195(1+\varphi)}{1-\varphi}} \cdot \\ \cdot \left[\left(\frac{\Delta P_{\text{л}}/l}{\frac{\Delta P}{l}} \right)^{\frac{1}{1-\varphi} + \frac{0,195(1+\varphi)}{1-\varphi}} - 1 \right] = A_0 \cdot \frac{V}{V_0}, \end{aligned} \quad (4.104)$$

Таблица 4.2. Зависимость характерных параметров от концентрации СФИ в трубах диаметром $d = 0,1$ м и $d = 0,5$ м

C, %	$V_{л}, \text{ м/с}$	$V_0, \text{ м/с}$	$V_p, \text{ м/с}$	$\Delta P_{л}/l, \text{ кПа/м}$	$\Delta P_0/l, \text{ кПа/м}$	$\Delta P_p/l \text{ кПа/м}$	$\lambda_{л}$	λ_0	λ_p
$d = 0,1 \text{ м}$									
0,5	0,1107	0,2114	0,6478	0,010199	0,0127	0,020996	0,1664	0,05689	0,01
1,1	0,3191	0,6048	1,7486	0,1009	0,1041	0,153	0,1981		
2	0,669	1,2995	3,6992	0,5267	0,4804	0,6847	0,2354		
3	1,083	2,1584	6,1394	1,5607	1,3253	1,8859	0,2661		
4	1,5171	3,0846	8,795	3,3291	2,7067	3,8702	0,2893		
5	1,9681	4,0633	11,6175	5,9535	4,6968	6,7528	0,3074		
$d = 0,5 \text{ м}$									
0,5	0,1527	0,2916	0,8936	$3,304 \cdot 10^{-3}$	$4,119 \cdot 10^{-3}$	$6,803 \cdot 10^{-3}$	0,1417	0,04844	$8,519 \cdot 10^{-3}$
1,1	0,4402	0,8343	2,4122	0,03268	0,03371	0,04957	0,1687		
2	0,923	1,7928	5,1037	0,1707	0,1557	0,2219	0,2004		
3	1,4943	2,9781	8,471	0,5059	0,4296	0,6113	0,2266		
4	2,0932	4,2559	12,1348	1,0791	0,8773	1,2547	0,2463		
5	2,7155	5,6064	16,0293	1,9298	1,5225	2,1889	0,2617		

$$A_{\text{л}} \left(\frac{\lambda_{\text{л}}}{\lambda} \right)^{\frac{0,195(1+\varphi)}{1-\varphi}} \cdot \left(\frac{V_{\text{л}}}{V} \right)^{\frac{0,39(1+\varphi)}{1-\varphi}} + \frac{1}{1+\frac{1}{0,195(1+\varphi)}} \cdot \left(\frac{\lambda_{\text{л}}}{\lambda} \right)^{\frac{0,195(1+\varphi)}{1-\varphi}} \cdot \left(\frac{V_{\text{л}}}{V} \right)^{\frac{0,39(1+\varphi)}{1-\varphi}} \cdot \left[\left(\frac{\lambda}{\lambda_{\text{л}}} \right)^{\frac{1}{1-\varphi}+\frac{0,195(1+\varphi)}{1-\varphi}} \cdot \left(\frac{V}{V_{\text{л}}} \right)^{\frac{2}{1-\varphi}+\frac{0,39(1+\varphi)}{1-\varphi}} - 1 \right] = \frac{A_0}{V_0} \cdot V \quad \text{при } V_{\text{л}} \leq V \leq V_0. \quad (4.105)$$

Подставим (4.48), (4.100) и (4.101) в формулу (4.47):

$$\left(\frac{\Delta P_0/l}{\Delta P/l} \right)^3 + \frac{6}{8 \cdot A_0 \cdot 0,15^{\frac{1}{1+\varphi}}} \left[\frac{\Delta P/l}{\Delta P_0/l} - \left(\frac{\Delta P_0/l}{\Delta P/l} \right)^3 \right] = A_{\text{п}} \cdot \frac{V}{V_{\text{п}}} \quad \text{при } V_0 \leq V \leq V_{\text{п}}, \quad (4.106)$$

$$\left(\frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^3 \left(\frac{V_0}{V} \right)^6 + \frac{6}{8 \cdot A_0 \cdot 0,15^{\frac{1}{1+\varphi}}} \left[\frac{\lambda}{\lambda_0} \left(\frac{V}{V_0} \right)^2 - \left(\frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^3 \left(\frac{V_0}{V} \right)^6 \right] = \frac{A_{\text{п}}}{V_{\text{п}}} \cdot V \quad \text{при } V_0 \leq V \leq V_{\text{п}}. \quad (4.107)$$

Формулы (4.102) – (4.107) определяют зависимость $\frac{\Delta P}{l}(V)$ и $\lambda(V)$ в ламинарном режиме течения массы в трубах диаметром $d \geq 0,06$ м.

Подставим в (4.10) формулы (4.11) и (4.3):

$$\sqrt{\frac{1}{1-K_{\text{н}}}} \left(1 - \frac{K_{\text{н}}}{\frac{r_{\text{н}}}{R}} \right)^{\frac{3}{2}} \left[\frac{16}{35} \left(1 - \frac{K_{\text{н}}}{\frac{r_{\text{н}}}{R}} \right) \left(1 + 2,5 \frac{K_{\text{н}}}{\frac{r_{\text{н}}}{R}} \right) + 2 \left(\frac{K_{\text{н}}}{\frac{r_{\text{н}}}{R}} \right)^2 \right] = \left(\frac{K_{\text{н}}}{\frac{r_{\text{н}}}{R}} \right)^3 \cdot \left(A_{\text{л}} \frac{V}{V_{\text{л}}} - 1 \right) + 1 - A_{\text{л}} \quad \text{при } 0 < V \leq V_{\text{л}}, 1 \geq \frac{r_{\text{н}}}{R} \geq K_{\text{н}}. \quad (4.108)$$

Подставим в (4.26) вторую формулу (4.24) с учетом (4.53) и (4.52):

$$\left(\frac{r_{\text{н}}}{R} \cdot \frac{1}{K_{\text{н}}} \right)^3 + \frac{\frac{1}{A_{\text{л}}}}{1+\frac{1}{0,195(1+\varphi)}} \left[\left(\frac{K_{\text{н}}}{\frac{r_{\text{н}}}{R}} \right)^{\frac{1}{0,065(1+\varphi)}} - \left(\frac{r_{\text{н}}}{R} \cdot \frac{1}{K_{\text{н}}} \right)^3 \right] = \frac{V}{V_{\text{л}}} \quad \text{при } V_{\text{л}} \leq V \leq V_0; \quad K_{\text{н}} \geq \frac{r_{\text{н}}}{R} \geq 0,884 \cdot K_{\text{н}}. \quad (4.109)$$

Подставим в (4.47) третью формулу (4.44) с учетом (4.52) и (4.54):

$$\left(\frac{r_{\text{н}}}{R} \cdot \frac{1}{0,884 \cdot K_{\text{н}}} \right)^3 \left\{ 1 + \frac{6}{8 \cdot A_0 \cdot 0,15^{\frac{1}{1+\varphi}}} \left[\left(\frac{0,884 \cdot K_{\text{н}}}{r_{\text{н}}/R} \right)^4 - 1 \right] \right\} = \frac{V}{V_0} \quad \text{при } V_0 \leq V \leq V_{\text{п}}, \quad 0,884 \cdot K_{\text{н}} \geq \frac{r}{R} \geq 0,6188 \cdot K_{\text{н}}. \quad (4.110)$$

Формулы (4.108) – (4.110) определяют распад в трубах флокулированного стержня в зависимости от скорости СФИ в трубе в ламинарном режиме течения.

4.2. Модель процесса диспергирования в трубах в переходном и турбулентном режимах течения

При наступлении переходного режима слои жидкости, находящиеся в кольцевом зазоре между флокулированным стержнем и стенкой трубы, начинают перемешиваться, образуя единый слой с наименьшей ньютоновской вязкостью μ_0 (рис. 4.1).

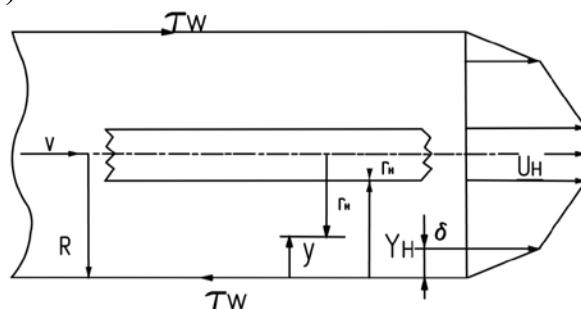


Рис. 4.1. Схема переходного и турбулентного течения массы в трубе

Согласно рисунку 4.1 и формулы (4.3), для стержня будем иметь:

$$\frac{y_H}{R} = 1 - \frac{r_H}{R} = 1 - K_H \cdot \frac{\tau_H}{\tau_w}. \quad (4.111)$$

Согласно (4.110), относительный радиус флокулированного стержня, движущегося на оси трубы, имеет значение $\frac{r_n}{R} = 0,6188 \cdot K_n$. Применим закон гладкой стенки для массы в универсальных координатах (3.21), (3.19) к течению в трубе:

$$\begin{aligned} \varphi &= \eta \text{ при } 0 \leq \eta \leq \alpha, \\ \varphi &= \frac{1}{x} \ln \frac{\eta}{\alpha} + \alpha \text{ при } \alpha \leq \eta \leq \eta_{\text{H}}, \\ \varphi &= \frac{1}{x} \ln \frac{\eta_{\text{H}}}{\alpha} + \alpha \text{ при } \eta_{\text{H}} \leq \eta \leq \eta_R, \end{aligned} \quad (4.112)$$

$$\text{где } \alpha = \alpha_p \cdot \left(\frac{Re}{Re_p} \right)^{\frac{\ln \frac{\alpha_t}{\alpha_p}}{\ln K_t}} \text{ при } Re_p \leq Re \leq Re_t;$$

$$\alpha = \alpha_t = \frac{4,6}{x} \text{ при } Re \geq Re_t ;$$

$$K_t = \frac{Re_t}{Re_p} ; Re = \frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu_0} ; Re_p = \frac{\rho \cdot V_p \cdot d}{\mu_0} ; Re_t = \frac{\rho \cdot V_t \cdot d}{\mu_0} ;$$

$$\varphi = \frac{u}{v_*} ; \eta = \frac{\rho \cdot v_* \cdot y}{\mu_0} ; \eta_H = \frac{\rho \cdot v_* \cdot y_H}{\mu_0} ; \eta_R = \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0} ; \delta = \frac{\alpha \cdot \mu_0}{\rho \cdot v_*} .$$

Развернем универсальные координаты в (4.112):

$$\frac{u}{V} = \frac{v_*}{V} \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0} \cdot \frac{y}{R} \quad \text{при} \quad 0 \leq \frac{y}{R} \leq \frac{\alpha \cdot \mu_0}{\rho \cdot v_* \cdot R} = \frac{\delta}{R};$$

$$\frac{u}{V} = \frac{v_*}{V_x} \left[\ln \frac{y}{R} + \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0 \cdot \alpha} \right] + \alpha \cdot \frac{v_*}{V} \quad \text{при} \quad \frac{\delta}{R} \leq \frac{y}{R} \leq \frac{y_H}{R};$$

$$\frac{u_H}{V} = \frac{v_*}{V \cdot x} \left[\ln \frac{y_H}{R} + \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0 \cdot \alpha} \right] + \alpha \cdot \frac{v_*}{V} \text{ при } \frac{y_H}{R} \leq \frac{y}{R} \leq 1. \quad (4.113)$$

Определим среднюю скорость $\bar{V}$ из (4.113):

$$V = \frac{Q}{\pi R^2} = \frac{2\pi}{\pi R^2} \int_0^R u \cdot r \cdot dr = \frac{2}{R^2} \int_R^0 u(R-y)(-dy) = \frac{2}{R^2} \int_0^R u(R-y)dy =$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2}{R^2} \left[\int_0^\delta u(R-y)dy + \int_\delta^{y_H} u(R-y)dy + \int_{y_H}^R u(R-y)dy \right] = \\
&= \frac{2}{R^2} \left[\int_0^\delta \frac{\rho v_*^2}{\mu_0} y(R-y)dy + \int_\delta^{y_H} \left(\frac{v_*}{x} \ln \frac{\rho v_* y}{\mu_0 \alpha} + \alpha \cdot v_* \right) (R-y)dy + \right. \\
&\quad \left. + \int_{y_H}^R \left(\frac{v_*}{x} \ln \frac{\rho v_* y_H}{\mu_0 \alpha} + \alpha \cdot v_* \right) (R-y)dy \right].
\end{aligned}$$

Интегрируя последнее выражение, получим:

$$\begin{aligned}
\frac{V}{v_*} = \ln \frac{y_H}{R} - 2 \frac{y_H}{R} + \frac{1}{2} \left(\frac{y_H}{R} \right)^2 + \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0 \cdot \alpha} + \alpha x + \frac{\mu_0 \cdot \alpha}{\rho \cdot v_* \cdot R} \cdot (2 - \alpha x) + \\
+ \left(\frac{\mu_0 \cdot \alpha}{\rho \cdot v_* \cdot R} \right)^2 \left(\frac{\alpha x}{3} - \frac{1}{2} \right). \quad (4.114)
\end{aligned}$$

Согласно выражению динамической скорости $v_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$ и (4.111),

получим:

$$v_* = \sqrt{\frac{1}{1 - \frac{y_H}{R}} \cdot \frac{K_H \cdot \tau_L}{\rho}} = \sqrt{\frac{K_H}{r_H/R} \cdot \frac{\tau_L}{\rho}}. \quad (4.115)$$

Подставим (4.115) в (4.114):

$$\begin{aligned}
x \sqrt{\frac{\rho}{K_H \cdot \tau_L}} \cdot \sqrt{\frac{r_H}{R}} \cdot V - \ln \frac{1 - \frac{r_H}{R}}{\sqrt{\frac{r_H}{R}}} + 2 \left(1 - \frac{r_H}{R} \right) - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r_H}{R} \right)^2 + \frac{\alpha \cdot \mu_0 (x\alpha - 2)}{\sqrt{\rho \cdot K_H \tau_L} \cdot R} \sqrt{\frac{r_H}{R}} + \\
+ \left(\frac{\alpha \cdot \mu_0}{\sqrt{\rho \cdot K_H \tau_L} \cdot R} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{x\alpha}{3} \right) \cdot \frac{r_H}{R} = x\alpha + \ln \frac{\sqrt{\rho \cdot K_H \tau_L} \cdot R}{\alpha \cdot \mu_0}. \quad (4.116)
\end{aligned}$$

Определим из (4.116) коэффициент α_r , входящий в (4.112) и отвечающий началу переходного режима $\frac{r_H}{R} = 0,6188 \cdot K_H$ при $V = V_p$, где τ_L , K_H , μ_0 , x определяются из реологических зависимостей таблицы 4.2. Получим:

$$\begin{aligned}
x \sqrt{\frac{0,6188 \cdot \rho}{\tau_L}} \cdot V_p - \ln \frac{1 - 0,6188 \cdot K_H}{\sqrt{0,6188 \cdot K_H}} + 2(1 - 0,6188 \cdot K_H) - \frac{1}{2}(1 - 0,6188 \cdot K_H)^2 + \\
+ \frac{\alpha_r \cdot \mu_0 (x\alpha_r - 2) \sqrt{0,6188}}{\sqrt{\rho \cdot \tau_L} \cdot R} + \frac{\alpha_r^2 \cdot \mu_0^2 \cdot 0,6188}{\rho \cdot \tau_L \cdot R^2} \left(\frac{1}{2} - \frac{x\alpha_r}{3} \right) - x\alpha_r - \ln \frac{\sqrt{\rho \cdot K_H \tau_L} \cdot R}{\alpha_r \cdot \mu_0} = 0. \quad (4.117)
\end{aligned}$$

Согласно (4.112), определим α по значениям α_r при $K_t = \frac{Re_t}{Re_p} = 1,291$:

$$\alpha = \alpha_r \left(\frac{V}{V_p} \right)^{\frac{\ln \frac{\alpha_t}{\alpha_r}}{\ln K_t}} = \alpha_r \left(\frac{V}{V_p} \right)^{3,9152 \ln \left(\frac{4,6}{x \cdot \alpha_r} \right)} \quad \text{при } V_p \leq V \leq V_t; \quad (4.118)$$

$$\alpha = \frac{4,6}{x} \quad \text{при } V \geq V_t = K_t \cdot V_p = 1,291 \cdot V_p. \quad (4.119)$$

Формула (4.116) позволяет определить диаметр флокулированного стержня $d_H = 2r_H$ в зависимости от скорости V массы в трубе диаметра $d = 2R$ в переходном (4.118) и турбулентном (4.119) режимах течения.

Подставим в формулы распределения скорости (4.113) выражения (4.111):

$$\begin{aligned}
\frac{u}{V} = \frac{v_*}{V} \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0} \left(1 - \frac{r}{R} \right) \quad \text{при } 1 - \frac{\delta}{R} = 1 - \frac{\alpha \cdot \mu_0}{\rho \cdot v_* \cdot R} \leq \frac{r}{R} \leq 1; \\
\frac{u}{V} = \frac{v_*}{V \cdot x} \left[\ln \left(1 - \frac{r}{R} \right) + \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0 \cdot \alpha} \right] + \alpha \cdot \frac{v_*}{V} \quad \text{при } \frac{r_H}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1 - \frac{\delta}{R}; \\
\frac{u}{V} = \frac{v_*}{V \cdot x} \left[\ln \left(1 - \frac{K_H \cdot \tau_L}{\rho \cdot v_*^2} \right) + \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0 \cdot \alpha} \right] + \alpha \cdot \frac{v_*}{V} \quad \text{при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_H}{R} = \frac{K_H \cdot \tau_L}{\rho \cdot v_*^2}. \quad (4.120)
\end{aligned}$$

Динамическую скорость v_* , входящую в (4.120), определим согласно (4.115):

$$v_* = \sqrt{\frac{K_H \cdot \tau_L}{\rho \cdot \frac{r_H}{R}}}.$$

Значения $\frac{r_H}{R}(V)$ определяются из уравнения (4.116) при подстановке в него (4.118) при переходном или (4.119) в турбулентном режимах течения. Из выражений (4.111) и (4.90):

$$\frac{y_H}{R} = 1 - K_H \cdot \frac{\tau_L}{\tau_w}; \quad \tau_w = \frac{\Delta P}{l} \cdot \frac{d}{4}; \quad v_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}.$$

Получим:

$$\frac{y_H}{R} = 1 - \frac{4 \cdot K_H \cdot \tau_L}{\frac{\Delta P}{l} \cdot d}; \quad v_* = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\Delta P}{l} \cdot \frac{d}{\rho}}. \quad (4.121)$$

Подставим (4.21) в формулу (4.114) с учетом (4.118):

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{4\rho}{d \cdot \frac{\Delta P}{l}}} \cdot x \cdot V - \ln \left(1 - \frac{4 \cdot K_H \cdot \tau_L}{d \cdot \frac{\Delta P}{l}} \right) + 2 \left(1 - \frac{4 \cdot K_H \cdot \tau_L}{d \cdot \frac{\Delta P}{l}} \right) - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4 \cdot K_H \cdot \tau_L}{d \cdot \frac{\Delta P}{l}} \right)^2 - \\ & - \ln \frac{\sqrt{\rho \cdot d^3 \cdot \frac{\Delta P}{l}}}{4 \cdot \alpha \cdot \mu_0} + \frac{4 \cdot \alpha \cdot \mu_0}{\sqrt{\rho \cdot d^3 \cdot \frac{\Delta P}{l}}} (x\alpha - 2) + \left(\frac{4 \cdot \alpha \cdot \mu_0}{\sqrt{\rho \cdot d^3 \cdot \frac{\Delta P}{l}}} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{x \cdot \alpha}{3} \right) = x\alpha, \end{aligned} \quad (4.122)$$

$$\text{где } \alpha = \alpha_p \left(\frac{V}{V_p} \right)^{3,9152 \ln \left(\frac{4,6}{x \cdot \alpha_p} \right)}, \text{ при } V_p \leq V \leq V_t; \quad (4.123)$$

$$\alpha = \frac{4,6}{x} \text{ при } V \geq V_t.$$

Определим из (4.122) коэффициент α_p , входящий в (4.123) и отвечающий началу переходного режима ($\frac{\Delta P}{l} = \frac{\Delta P_p}{l}$ при $V = V_p$, где значения V_p и $\frac{\Delta P_p}{l}$ берутся из таблицы 4.2):

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{4\rho}{d \cdot \frac{\Delta P_p}{l}}} x V_p - \ln \left(1 - \frac{4 \cdot K_H \cdot \tau_L}{d \cdot \frac{\Delta P_p}{l}} \right) + 2 \left(1 - \frac{4 \cdot K_H \cdot \tau_L}{d \cdot \frac{\Delta P_p}{l}} \right) - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{4 \cdot K_H \cdot \tau_L}{d \cdot \frac{\Delta P_p}{l}} \right)^2 - \\ & - \ln \frac{\sqrt{\rho \cdot d^3 \cdot \frac{\Delta P_p}{l}}}{4 \cdot \alpha_p \cdot \mu_0} + \frac{4 \cdot \mu_0 (x \alpha_p^2 - 2 \alpha_p)}{\sqrt{\rho \cdot d^3 \cdot \frac{\Delta P_p}{l}}} + \frac{16 \cdot \mu_0 \cdot \left(\frac{1}{2} \alpha_p^2 - \frac{x \cdot \alpha_p^3}{3} \right)}{\rho \cdot d^3 \cdot \frac{\Delta P_p}{l}} = x \alpha_p. \end{aligned} \quad (4.124)$$

Подставим в (4.122) выражение (4.93):

$$\frac{\Delta P}{l} = \lambda \frac{\rho \cdot V^2}{2d}.$$

Получим:

$$\begin{aligned} & x \sqrt{\frac{8}{\lambda}} - \ln \left(1 - \frac{8 \cdot K_H \cdot \tau_L}{\lambda \cdot \rho \cdot V^2} \right) + 2 \left(1 - \frac{8 \cdot K_H \cdot \tau_L}{\lambda \cdot \rho \cdot V^2} \right) - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{8 \cdot K_H \cdot \tau_L}{\lambda \cdot \rho \cdot V^2} \right)^2 - \ln \left(\frac{\sqrt{\lambda} \cdot \rho \cdot d \cdot V}{\sqrt{32} \cdot \alpha \cdot \mu_0} \right) + \\ & + \frac{\sqrt{32} \cdot \alpha \cdot \mu_0}{\sqrt{\lambda} \cdot \rho \cdot d \cdot V} (x\alpha - 2) + \left(\frac{\sqrt{32} \cdot \alpha \cdot \mu_0}{\sqrt{\lambda} \cdot \rho \cdot d \cdot V} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{x\alpha}{3} \right) = x\alpha, \end{aligned} \quad (4.125)$$

$$\text{где } \alpha = \alpha_\lambda \left(\frac{V}{V_p} \right)^{3,9152 \ln \left(\frac{4,6}{x \cdot \alpha_\lambda} \right)}, \text{ при } V_p \leq V \leq V_t; \quad (4.126)$$

$$\alpha = \frac{4,6}{x} \text{ при } V \geq V_t.$$

Определим из (4.125) коэффициент α_λ , входящий в (4.126) и отвечающий началу переходного режима $\lambda = \lambda_p$ при $V = V_p$, где значения V_p и λ_p берутся из таблицы 4.2 :

$$x \sqrt{\frac{8}{\lambda_p}} - \ln \left(1 - \frac{8 \cdot K_H \cdot \tau_L}{\lambda_p \cdot \rho \cdot V_p^2} \right) + 2 \left(1 - \frac{8 \cdot K_H \cdot \tau_L}{\lambda_p \cdot \rho \cdot V_p^2} \right) - \frac{1}{2} \left(1 - \frac{8 \cdot K_H \cdot \tau_L}{\lambda_p \cdot \rho \cdot V_p^2} \right)^2 - \ln \left(\frac{\sqrt{\lambda_p} \cdot \rho \cdot d \cdot V_p}{\sqrt{32} \cdot \alpha_\lambda \cdot \mu_0} \right) + \\ + \frac{\sqrt{32} \cdot \alpha_\lambda \cdot \mu_0}{\sqrt{\lambda} \cdot \rho \cdot d \cdot V_p} (x\alpha - 2) + \left(\frac{\sqrt{32} \cdot \alpha_\lambda \cdot \mu_0}{\sqrt{\lambda} \cdot \rho \cdot d \cdot V_p} \right)^2 \left(\frac{1}{2} - \frac{x\alpha_\lambda}{3} \right) = x\alpha_\lambda. \quad (4.127)$$

В таблице 4.3 определены значения α_r , α_p и α_λ соответственно из уравнений (4.117), (4.124) и (4.127) при подстановке в них реологических параметров μ_0 , τ_L , K_H и x , а также значений скорости V_p , перепада давления $\frac{\Delta P_p}{l}$ и коэффициента сопротивления λ_p в конце ламинарного течения, согласно данным таблицы 4.2. Значение относительного радиуса флокулированного стержня $\frac{r_{np}}{R}$ в конце ламинарного режима определено по формуле

$$\frac{r_{np}}{R} = 0,6188 \cdot K_H.$$

Для сравнения приведем зависимости $\frac{\Delta P}{l}(V)$ и $\lambda(V)$ для ньютоновской жидкости с вязкостью $\mu = 0,3539$ Па·с равной значению наибольшей ньютоновской вязкости СФИ концентрацией 5% и с вязкостью $\mu = 1 \cdot 10^{-3}$ Па·с равной вязкости воды при $t = 20^\circ\text{C}$.

Для ньютоновской жидкости большой вязкости будем иметь:

$$\lambda = \frac{64}{Re} = \frac{64 \cdot \mu}{\rho \cdot d \cdot V} \quad \text{при } V \leq V_p = \frac{Re_p \cdot \mu}{\rho \cdot d} = \frac{2,3 \cdot 10^3 \cdot \mu}{\rho \cdot d};$$

$$\lambda = 0,316 \cdot Re^{-0,25} = 0,316 \left(\frac{\rho \cdot d \cdot V}{\mu} \right)^{-0,25} \quad \text{при } V \geq V_t = \frac{Re_t \cdot \mu}{\rho \cdot d} = \frac{4 \cdot 10^3 \cdot \mu}{\rho \cdot d};$$

$$\lambda = \lambda_p \left(\frac{V}{V_p} \right)^n \quad \text{при } V_p \leq V \leq V_t,$$

$$\text{где } n = \frac{\ln \frac{\lambda_t}{\lambda_p}}{\ln \frac{V_t}{V_p}}.$$

Подставляя в эти формулы значение $\mu = 0,3539$ Па·с, получим для трубы диаметром $d = 0,1$ м :

$$\lambda = \frac{0,2073}{V} \quad \text{при } 0,5 \leq V \leq V_p = 7,4497 \text{ м/с};$$

$$\lambda = \frac{0,07539}{V^{0,25}} \quad \text{при } V_t = 12,956 \leq V \leq 20 \text{ м/с};$$

$$\lambda_p = \frac{0,2073}{V_p} = \frac{0,2073}{7,4497} = 0,02783;$$

$$\lambda_t = \frac{0,07539}{V_t^{0,25}} = \frac{0,07539}{12,956} = 0,03974;$$

$$n = \frac{\ln \frac{\lambda_t}{\lambda_p}}{\ln \frac{V_t}{V_p}} = 0,6437;$$

$$\lambda = \lambda_p \left(\frac{V}{V_p} \right)^n = 0,02783 \left(\frac{V}{7,4497} \right)^{0,6437} = 7,6404 \cdot 10^{-3} \cdot V^{0,6437}$$

при $7,4497 \leq V \leq 12,956$ м/с.

Для трубы диаметром $d = 0,5$ м получим:

$$\lambda = \frac{0,04146}{V} \quad \text{при } 0,5 \leq V \leq 1,49 \text{ м/с};$$

$$\lambda = 2,1529 \cdot 10^{-2} \cdot V^{0,6437} \quad \text{при } 1,49 \leq V \leq 2,5912 \text{ м/с};$$

$$\lambda = \frac{0,05041}{V^{0,25}} \quad \text{при } 2,5912 \leq V \leq 20 \text{ м/с}.$$

Для воды, движущейся в трубе с шероховатостью $\Delta = 0,05$ мм в турбулентном режиме, будем иметь:

$$\lambda = 0,1 \left(1,46 \frac{\Delta}{d} + \frac{100}{Re} \right)^{0,25} = 0,1 \left(1,46 \frac{\Delta}{d} + \frac{100 \cdot \mu}{V \cdot d \cdot \rho} \right)^{0,25}.$$

Для трубы диаметром $d = 0,1$ м и $d = 0,5$ м:

$$\lambda = 0,1 \left(1,46 \frac{0,05}{100} + \frac{100 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{V \cdot 0,1 \cdot 10^{-3}} \right)^{0,25} = 0,1 \left(7,3 \cdot 10^{-4} + \frac{1 \cdot 10^{-4}}{V} \right)^{0,25} \quad \text{при } d = 0,1 \text{ м.}$$

$$\lambda = 0,1 \left(1,46 \frac{0,05}{500} + \frac{100 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{V \cdot 0,5 \cdot 10^{-3}} \right)^{0,25} = 0,1 \left(1,46 \cdot 10^{-4} + \frac{2 \cdot 10^{-4}}{V} \right)^{0,25} \quad \text{при } d = 0,5 \text{ м.}$$

Потери давления на метр трубы соответственно составляют:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{l} &= \lambda \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2d} = 0,1 \left(7,3 \cdot 10^{-4} + \frac{1 \cdot 10^{-3}}{V} \right)^{0,25} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot 0,1} = \\ &= 0,5 \cdot V^2 \left(7,3 \cdot 10^{-4} + \frac{1 \cdot 10^{-3}}{V} \right)^{0,25}, \text{ кПа/м;} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\Delta P}{l} &= \lambda \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2d} = 0,1 \left(1,46 \cdot 10^{-4} + \frac{2 \cdot 10^{-4}}{V} \right)^{0,25} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot 0,5} = \\ &= 0,1 \cdot V^2 \left(1,46 \cdot 10^{-4} + \frac{2 \cdot 10^{-4}}{V} \right)^{0,25}, \text{ кПа/м.} \end{aligned}$$

В таблице 4.5 по значениям α_r , α_p и α_λ таблицы 4.3 определены зависимости коэффициентов пропорциональности α от скорости в переходном режиме течения согласно формулам (4.118), (4.123) и (4.126).

Таблица 4.3. Значения коэффициентов α_r , α_p , α_λ в формулах (4.117) и (4.118), (4.124) и (4.123), (4.127) и (4.126)

C, %	μ_0 , Па·с	$\tau_{л}$, Па	K_H	x	V_p	$\frac{r_{HP}}{R}$	$\frac{\Delta P}{l}$, кПа/м	λ_p	α_r	α_p	α_λ
$d = 0,1$ м											
0,5	0,06271	0,2255	0,2	0,307	0,6478	0,1238	0,020996	0,01	45,1372	31,4691	31,4879
1,1	0,01680	2,2314	0,3179	0,2826	1,7486	0,1967	0,153		32,8862	31,1199	31,1427
2	0,03547	11,6225	0,4082	0,2618	3,6992	0,2526	0,6847		28,1931	30,8618	30,8831
3	0,05889	34,5302	0,4615	0,2468	6,1394	0,2856	1,8859		26,0591	30,6907	30,7111
4	0,08437	73,6536	0,4938	0,2358	8,795	0,3056	3,8702		24,8771	30,5585	30,5789
5	0,1115	131,7182	0,5155	0,2271	11,6175	0,319	6,7528		24,0746	30,4518	30,4723
$d = 0,5$ м											
0,5	0,06271	0,2255	0,2	0,307	0,8936	0,1238	$6,803 \cdot 10^{-3}$	$8,519 \cdot 10^{-3}$	44,6544	23,0913	23,0925
1,1	0,01680	2,2314	0,3179	0,2826	2,4122	0,1967	0,04957		35,1236	22,207	22,2072
2	0,03547	11,6225	0,4082	0,2618	5,1037	0,2526	0,2219		30,4473	21,3171	21,317
3	0,05889	34,5302	0,4615	0,2468	8,471	0,2856	0,6113		28,0354	20,5679	20,5677
4	0,08437	73,6536	0,4938	0,2358	12,1348	0,3056	1,2547		26,5743	19,9347	19,9393
5	0,1115	131,7182	0,5155	0,2271	16,0293	0,319	2,1889		25,5169	19,3849	19,3854

Таблица 4.4. Значения $\frac{r_t}{R}$, $\frac{\Delta P_t}{l}$, λ_t при скорости $V = V_t$ в конце переходного режима течения
и значения $\frac{r}{R}$, $\frac{\Delta P}{l}$, λ при $V = 20$ м/с

C, %	V_t , м/с	α_t	$\frac{r_t}{R}$	$\Delta P_t/l$, кПа/м	λ_t	$V = 20 \text{ м/с}$		
						r/R	$\Delta P/l$, кПа/м	λ
$d = 0,1 \text{ м}$								
0,5	0,8363	14,9837	0,0254	0,07096	0,0203	$9,6655 \cdot 10^{-5}$	18,664	$9,3 \cdot 10^{-3}$
1,1	2,2574	16,2774	0,0616	0,4604	0,0181	$1,4 \cdot 10^{-3}$	20,229	0,0101
2	4,7757	17,5703	0,1024	1,8572	0,0163	$8,8 \cdot 10^{-3}$	24,56	0,0108
3	7,926	18,6386	0,1348	4,7297	0,0151	0,0281	22,65	0,0113
4	11,3543	19,5081	0,1591	9,1427	0,0142	0,0617	23,596	0,0118
5	14,9982	20,2554	0,1787	15,196	0,0135	0,1109	24,489	0,0122
$d = 0,5 \text{ м}$								
0,5	1,1536	14,9837	0,0222	0,0162	0,0122	$1,307 \cdot 10^{-4}$	2,7604	$6,9 \cdot 10^{-3}$
1,1	3,1142	16,2774	0,0546	0,1039	0,0107	$2 \cdot 10^{-3}$	2,8898	$7,2 \cdot 10^{-3}$
2	6,5889	17,5703	0,092	0,4138	$9,5 \cdot 10^{-3}$	0,0128	2,9733	$7,4 \cdot 10^{-3}$
3	10,9361	18,6386	0,1223	1,0424	$8,7 \cdot 10^{-3}$	0,0421	3,0274	$7,6 \cdot 10^{-3}$
4	15,666	19,5081	0,1457	2,0358	$8,1 \cdot 10^{-3}$	0,0949	3,0675	$7,7 \cdot 10^{-3}$
5	20,6938	20,2554	0,165	3,2931	$7,7 \cdot 10^{-3}$			

Таблица 4.5. Значения функций $\alpha(V)$ в переходном режиме согласно формулам (4.118), (4.123), (4.126) и значениям $\alpha_r, \alpha_p, \alpha_\lambda$ таблицы 4.3

$d = 0,1 \text{ м}$				$d = 0,5 \text{ м}$		
C %	$\alpha, (r_H/R)$	$\alpha, (\Delta P/l)$	$\alpha, (\lambda)$	$\alpha, (r_H/R)$	$\alpha, (\Delta P/l)$	$\alpha, (\lambda)$
0,5	$\frac{6,9252}{V^{4,3175}}$	$\frac{8,9142}{V^{2,9052}}$	$\frac{8,9102}{V^{2,9076}}$	$\frac{27,6046}{V^{4,2754}}$	$\frac{19,0862}{V^{1,6933}}$	$\frac{19,0867}{V^{1,6935}}$
1,1	$\frac{153,2011}{V^{2,7535}}$	$\frac{128,4744}{V^{2,5373}}$	$\frac{128,7771}{V^{2,5402}}$	$\frac{497,8769}{V^{3,0112}}$	$\frac{64,8009}{V^{1,2162}}$	$\frac{64,8015}{V^{1,2162}}$
2	$\frac{317,6002}{V^{1,8513}}$	$\frac{552,4923}{V^{2,2054}}$	$\frac{554,8298}{V^{2,2081}}$	$\frac{1016,718}{V^{2,1524}}$	$\frac{73,1787}{V^{0,7567}}$	$\frac{73,1784}{V^{0,7567}}$
3	$\frac{281,8769}{V^{1,3121}}$	$\frac{1061,454}{V^{1,9526}}$	$\frac{1067,183}{V^{1,9552}}$	$\frac{852,756}{V^{1,5983}}$	$\frac{46,8815}{V^{0,3856}}$	$\frac{46,8811}{V^{0,3856}}$
4	$\frac{197,0688}{V^{0,9519}}$	$\frac{1395,172}{V^{1,7572}}$	$\frac{1403,098}{V^{1,7598}}$	$\frac{545,0879}{V^{1,2103}}$	$\frac{24,6279}{V^{0,0847}}$	$\frac{24,6896}{V^{0,08561}}$
5	$\frac{126,443}{V^{0,6763}}$	$\frac{1527,046}{V^{1,5963}}$	$\frac{1538,269}{V^{1,599}}$	$\frac{313,4665}{V^{0,9041}}$	$12,028V^{0,172}$	$2,032V^{0,1719}$

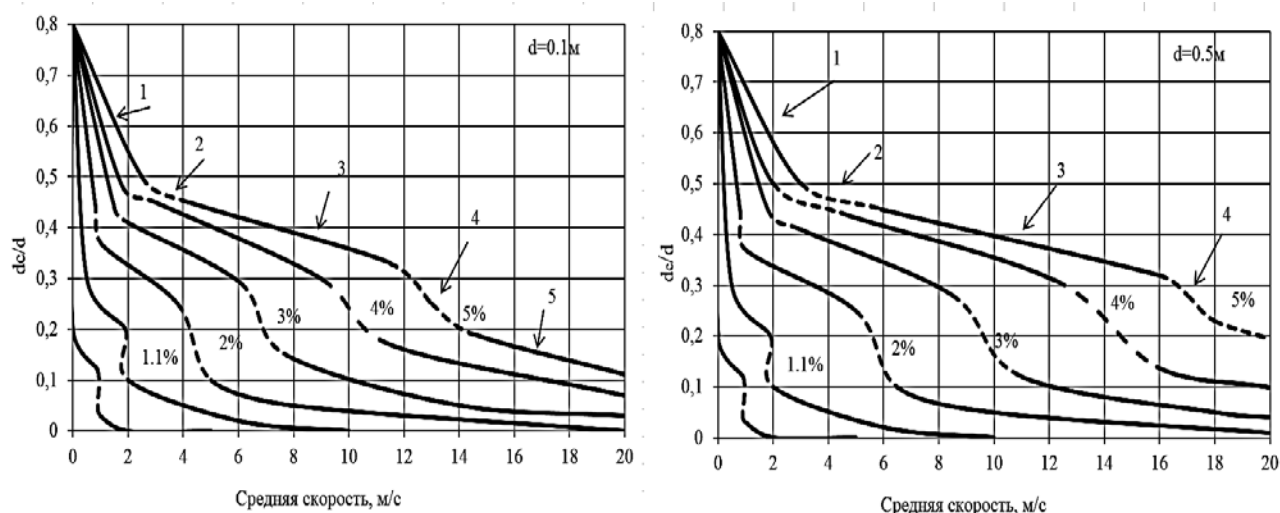


Рис. 4.2. Зависимость безразмерного диаметра флокулированного стержня от средней скорости СФИ концентрацией 0,5 ÷ 5 % в трубах, диаметром $d = 0,1$ м и $d = 0,5$ м:

1 – зона доньютоновского течения; 2 – зона ньютоновского течения с переменной вязкостью; 3 – зона ньютоновского течения; 4 – зона переходного режима; 5 – зона турбулентного режима

На рис. 4.2 представлена иллюстрация распада флокулированного стержня в ламинарном режиме течения, согласно формулам (4.108) – (4.110), и в переходном и турбулентном режимах, согласно (4.116), с учетом (4.112).

На рис. 4.3 показано распределение скоростей в ламинарном, формулы (4.59), (4.61), (4.68) – (4.71), (4.82) – (4.87) и турбулентном, формулы (4.120), (4.112), (4.115), (4.116) режимах течения. На рисунке 4.3 также представлено распределение скоростей ньютоновской жидкости, вязкостью $\mu = 3,5474 \cdot 10^{-2}$ Па · с равной наименьшей ньютоновской вязкости СФИ концентрации 2 % при тех же самых средних скоростях течения.

Рис. 4.4 иллюстрирует зависимость потерь давления на единицу длины трубы $\frac{\Delta P}{l}$ от средней скорости V массы СФИ различной концентрации. Характерные линии 1 и 2 смены режимов течения на стенке трубы соответствуют формулам (4.92) и (4.96). Рис. 4.4 иллюстрирует известный факт, что потери давления для массы в турбулентном режиме течения меньше, чем для воды.

Рис. 4.5 показывает, что коэффициент сопротивления трубы для массы падает гораздо быстрее, чем для ньютоновской жидкости, вследствие уменьшения вязкости при увеличении скорости за счет распада флокул.

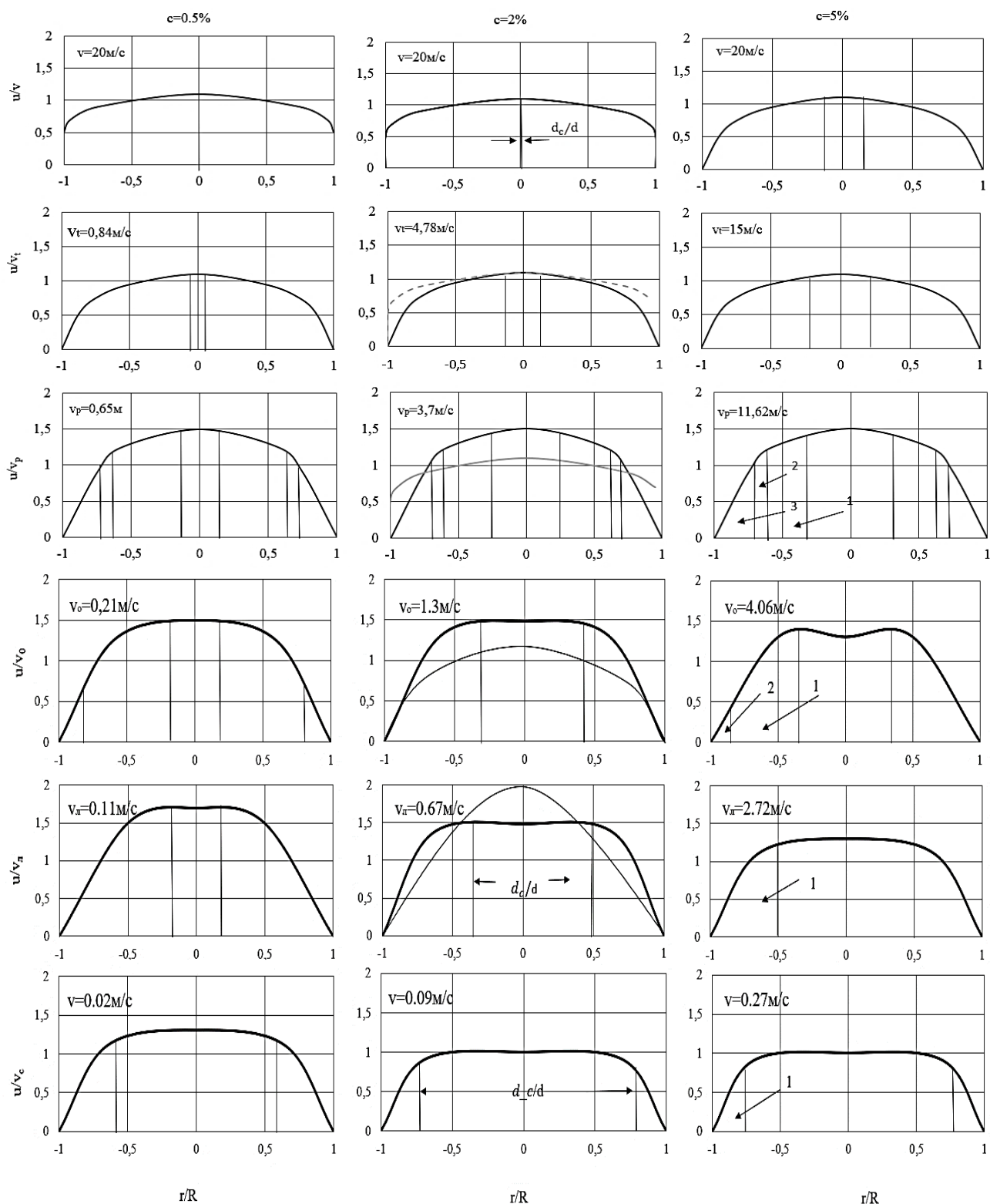


Рис. 4.3. Безразмерное распределение скорости СФИ, концентрацией 0,5, 2 и 5 % в трубе, диаметром $d = 0,1$ м в ламинарном $V \leq V_p$ и турбулентном $V \geq V_t$ режимах течения:

$\frac{d_c}{d}$ – безразмерный диаметр флокулированного стержня;

1 – зона неньютоновского течения; 2 – зона ньютоновского течения с переменной вязкостью; 3 – зона ньютоновского течения

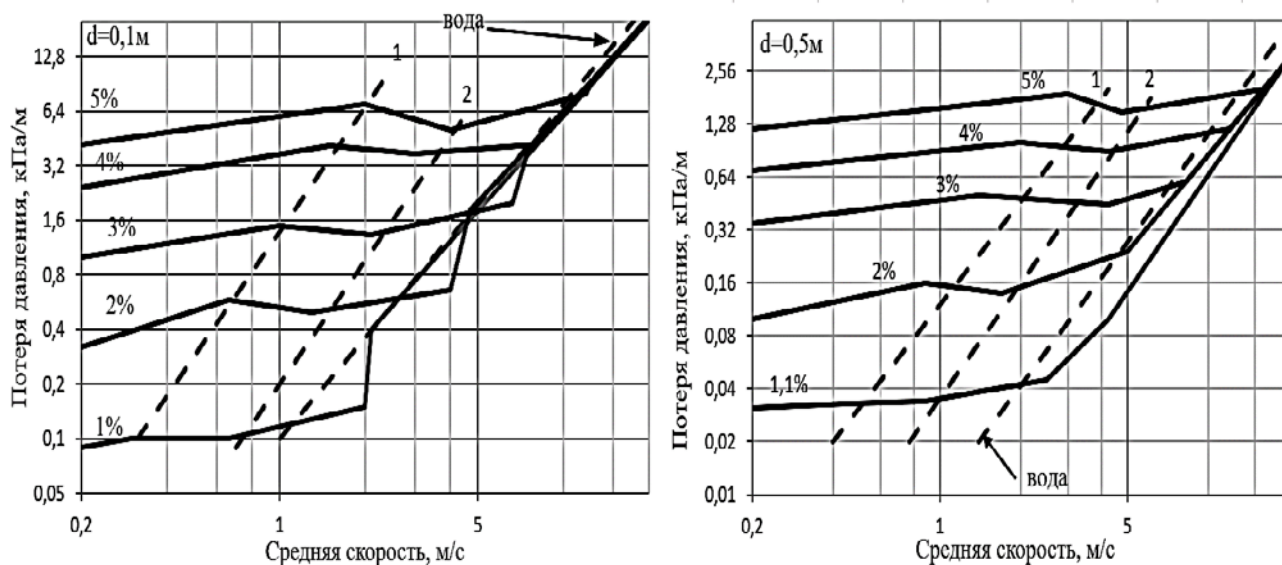


Рис. 4.4. Зависимость потерь давления на единицу длины трубы, диаметром 0,1 и 0,5 м от средней скорости течения СФИ, концентрацией 1,1 ÷ 5 % в ламинарном, переходном и турбулентном режимах течения: 1 – характерная линия, соответствующая образованию пристенного слоя с наибольшей ньютоновской вязкостью; 2 – характерная линия, соответствующая образованию пристенного слоя с наименьшей ньютоновской вязкостью

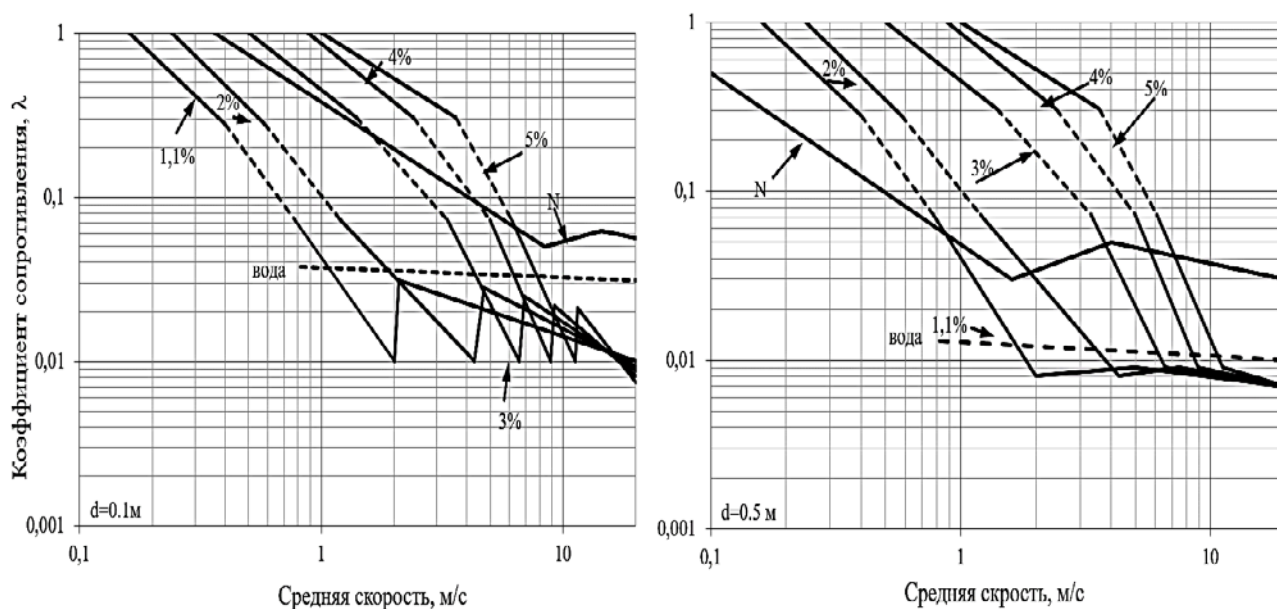


Рис. 4.5. Зависимость коэффициента сопротивления трубы, диаметром 0,1 и 0,5 м от средней скорости для СФИ концентрацией 1,1 ÷ 5 %, воды и ньютоновской жидкости N вязкостью 0,324 Па · с равной наибольшей ньютоновской вязкости массы концентрации 5 %

5. МОДЕЛИ ПРОЦЕССА ДИСПЕРГИРОВАНИЯ МАССЫ В ЭЛЕМЕНТАХ НАПОРНЫХ ЯЩИКОВ

5.1. Модель процесса диспергирования флокулированного стержня в трубах и плоских каналах размером одного порядка с размером флокул в ламинарном режиме течения

Рассмотрим ламинарное течение при достаточно больших скоростях $V \geq V_0$, когда масса в пристеночной области достаточно диспергирована и её вязкость достигла значения μ_0 . В этом случае имеет место трёхслойная схема течения, изображённая на рис. 5.1, в которой масса на оси каналов движется в виде флокулированного стержня, окружённого областью свободно движущихся волокон, которая в свою очередь на стенках каналов окружена тонкой пограничной областью воды, так что волокна не прилегают к стенкам, а скользят по ним.

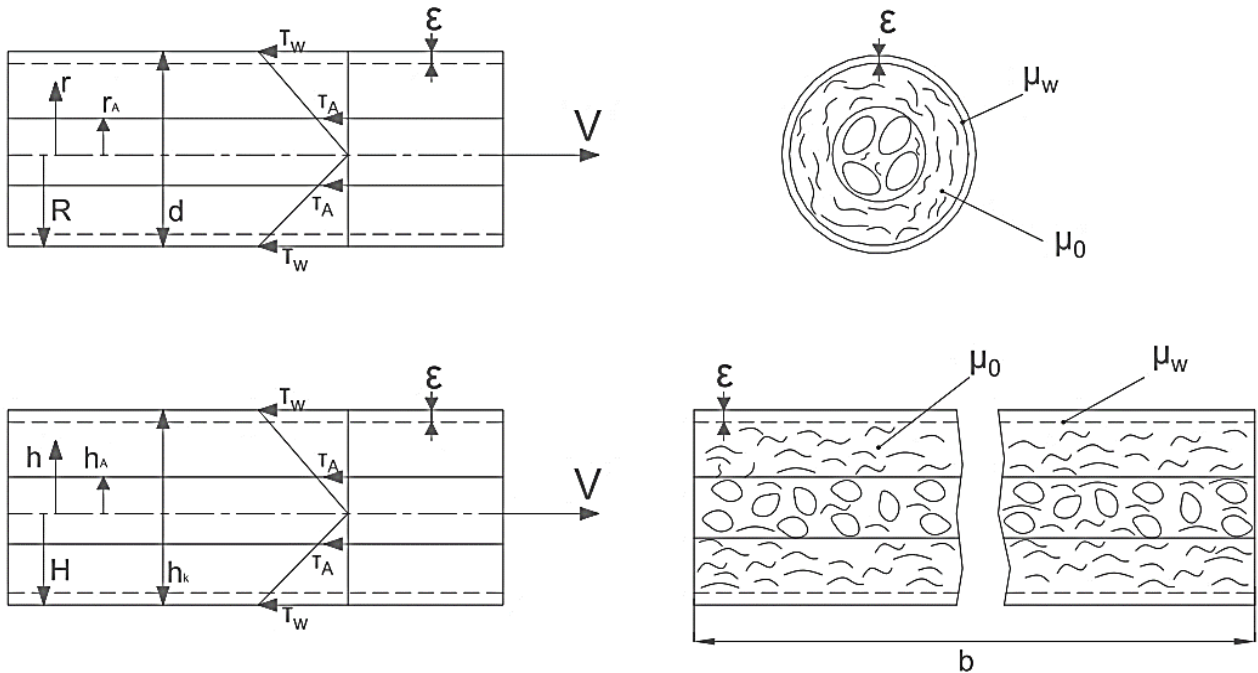


Рис. 5.1. Схема ламинарного течения в трубе и в плоском канале

Соответственно схеме рисунка 5.1 реологические модели будут иметь следующий вид.

Для трубы:

$$\begin{aligned} -\frac{du}{dr} &= \frac{\tau}{\mu_w} \quad \text{при} \quad 1 - \frac{\varepsilon}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1; \\ -\frac{du}{dr} &= \frac{\tau}{\mu_0} \quad \text{при} \quad \frac{r_{\Lambda\Delta}}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1 - \frac{\varepsilon}{R}; \\ \frac{du}{dr} &= 0 \quad \text{при} \quad 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_{\Lambda\Delta}}{R}. \end{aligned} \quad (5.1)$$

Для плоского канала $b \geq h_k$:

$$-\frac{du}{dr} = \frac{\tau}{\mu_w} \quad \text{при} \quad 1 - \frac{\varepsilon}{H} \leq \frac{h}{H} \leq 1;$$

$$\begin{aligned}
-\frac{du}{dr} &= \frac{\tau}{\mu_0} \quad \text{при} \quad \frac{h_{\text{л}\Lambda}}{H} \leq \frac{h}{H} \leq 1 - \frac{\varepsilon}{H}; \\
\frac{du}{dr} &= 0 \quad \text{при} \quad 0 \leq \frac{h}{H} \leq \frac{h_{\text{л}\Lambda}}{H}.
\end{aligned} \tag{5.2}$$

Подставляем в (5.1) уравнение напряжений:

$$\frac{\tau}{\tau_w} = \frac{r}{R}; \quad \frac{\tau_{\text{л}\Lambda}}{\tau_w} = \frac{r_{\text{л}\Lambda}}{R}; \quad \frac{\tau}{\tau_w} = \frac{h}{H}; \quad \frac{\tau_{\text{л}\Lambda}}{\tau_w} = \frac{h_{\text{л}\Lambda}}{H}, \tag{5.3}$$

будем иметь для трубы:

$$\begin{aligned}
-\frac{du}{dr} &= \frac{\tau_w}{\mu_w} \cdot \frac{r}{R} \quad \text{при} \quad 1 - \frac{\varepsilon}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1; \\
-\frac{du}{dr} &= \frac{\tau_w}{\mu_0} \cdot \frac{r}{R} \quad \text{при} \quad \frac{r_{\text{л}\Lambda}}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1 - \frac{\varepsilon}{R}; \\
\frac{du}{dr} &= 0 \quad \text{при} \quad 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_{\text{л}\Lambda}}{R} = \frac{\tau_{\text{л}\Lambda}}{\tau_w},
\end{aligned} \tag{5.4}$$

для плоского канала:

$$\begin{aligned}
-\frac{du}{dr} &= \frac{\tau_w}{\mu_w} \cdot \frac{h}{H} \quad \text{при} \quad 1 - \frac{\varepsilon}{H} \leq \frac{h}{H} \leq 1; \\
-\frac{du}{dr} &= \frac{\tau_w}{\mu_0} \cdot \frac{r}{R} \quad \text{при} \quad \frac{h_{\text{л}\Lambda}}{H} \leq \frac{h}{H} \leq 1 - \frac{\varepsilon}{H}; \\
\frac{du}{dr} &= 0 \quad \text{при} \quad 0 \leq \frac{h}{H} \leq \frac{h_{\text{л}\Lambda}}{H} = \frac{\tau_{\text{л}\Lambda}}{\tau_w}.
\end{aligned} \tag{5.5}$$

Интегрируем уравнения (5.4) и (5.5) при соответствующих граничных условиях $u = 0$ при $\frac{r}{R} = 1$ и $\frac{h}{H} = 1$:

для трубы:

$$\begin{aligned}
u &= u_\varepsilon \quad \text{при} \quad \frac{r}{R} = 1 - \frac{\varepsilon}{R} \quad \text{и} \quad \frac{h}{H} = 1 - \frac{\varepsilon}{H}; \\
u &= \frac{\tau_w R}{2\mu_w} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad 1 - \frac{\varepsilon}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1; \\
u_\varepsilon &= \frac{\tau_w R}{2\mu_w} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{R} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad \frac{r}{R} = 1 - \frac{\varepsilon}{R}; \\
u &= u_\varepsilon + \frac{\tau_w R}{2\mu_0} \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{R} \right)^2 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad \frac{r_{\text{л}\Lambda}}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1 - \frac{\varepsilon}{R}; \\
u &= u_{\text{л}} = u_\varepsilon + \frac{\tau_w R}{2\mu_0} \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{R} \right)^2 - \left(\frac{\tau_{\text{л}\Lambda}}{\tau_w} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_{\text{л}\Lambda}}{R} = \frac{\tau_{\text{л}\Lambda}}{\tau_w},
\end{aligned} \tag{5.6}$$

для плоского канала:

$$\begin{aligned}
u &= \frac{\tau_w H}{2\mu_w} \cdot \left[1 - \left(\frac{h}{H} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad 1 - \frac{\varepsilon}{H} \leq \frac{h}{H} \leq 1; \\
u_\varepsilon &= \frac{\tau_w H}{2\mu_w} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{H} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad \frac{h}{H} = 1 - \frac{\varepsilon}{H}; \\
u &= u_\varepsilon + \frac{\tau_w H}{2\mu_0} \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{H} \right)^2 - \left(\frac{h}{H} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad \frac{h_{\text{л}\Lambda}}{H} \leq \frac{h}{H} \leq 1 - \frac{\varepsilon}{H}; \\
u &= u_{\text{л}} = u_\varepsilon + \frac{\tau_w H}{2\mu_0} \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{H} \right)^2 - \left(\frac{\tau_{\text{л}\Lambda}}{\tau_w} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad 0 \leq \frac{h}{H} \leq \frac{h_{\text{л}\Lambda}}{H} = \frac{\tau_{\text{л}\Lambda}}{\tau_w}.
\end{aligned} \tag{5.7}$$

Определим из (5.6) и (5.7) расход Q и среднюю скорость V :

$$Q = 2\pi \int_0^{r_{\text{л}\Lambda}} u_{\text{л}} \cdot r dr + 2\pi \int_{r_{\text{л}\Lambda}}^{R-\varepsilon} u \cdot r dr + 2\pi \int_{R-\varepsilon}^R u \cdot r dr;$$

$$Q = 2b \cdot \left[\int_0^{h_{л\Lambda}} u_{л\Lambda} dh + \int_{h_{л\Lambda}}^{H-\varepsilon} u dh + \int_{H-\varepsilon}^H u dh \right];$$

$$V = \frac{Q}{\pi \cdot R^2}; \quad V = \frac{Q}{2 \cdot H \cdot b},$$

для трубы:

$$Q = \frac{\pi}{4} \cdot \tau_w \cdot R^3 \cdot \left[\frac{1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{R}\right)^4}{\mu_w} + \frac{\left(1 - \frac{\varepsilon}{R}\right)^4 - \left(\frac{r_{л\Lambda}}{R}\right)^4}{\mu_0} \right]; \quad (5.8)$$

$$V = \frac{\tau_w \cdot d}{8} \cdot \left[\frac{1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{d}\right)^4}{\mu_w} + \frac{\left(1 - \frac{2\varepsilon}{d}\right)^4 - \left(\frac{d_{л\Lambda}}{d}\right)^4}{\mu_0} \right], \quad (5.9)$$

для плоского канала:

$$\frac{Q}{b} = \frac{2}{3} \cdot \tau_w \cdot H^2 \cdot \left[\frac{1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{H}\right)^3}{\mu_w} + \frac{\left(1 - \frac{\varepsilon}{H}\right)^3 - \left(\frac{h_{л\Lambda}}{H}\right)^3}{\mu_0} \right]; \quad (5.10)$$

$$V = \frac{\tau_w \cdot h_k}{6} \left[\frac{1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{h_k}\right)^3}{\mu_w} + \frac{\left(1 - \frac{2\varepsilon}{h_k}\right)^3 - \left(\frac{2h_{л\Lambda}}{h_k}\right)^3}{\mu_0} \right]. \quad (5.11)$$

При $d_{л\Lambda}=0$; $h_{л\Lambda}=0$; $\mu_w=\mu_0$ формулы (5.8)-(5.11) переходят в известные формулы ньютоновских жидкостей:

$$V = \frac{d \cdot \tau_w}{8 \cdot \mu} = \frac{d \cdot \Delta p \cdot d}{8 \cdot \mu \cdot L \cdot 4} = \frac{\Delta p \cdot d^2}{L \cdot 32 \cdot \mu};$$

$$V = \frac{h_k \cdot \tau_w}{6 \cdot \mu} = \frac{h_k \cdot \Delta p \cdot h_k}{6 \cdot \mu \cdot L \cdot 2} = \frac{\Delta p \cdot h_k^2}{L \cdot 12 \cdot \mu}.$$

Подставляя согласно (5.6) и (5.7) выражения:

$$\frac{\tau_{л\Lambda}}{\tau_w} = \frac{r_{л\Lambda}}{R} = \frac{d_{л\Lambda}}{d} \quad \text{и} \quad \frac{\tau_{л\Lambda}}{\tau_w} = \frac{h_{л\Lambda}}{H} = \frac{2 \cdot h_{л\Lambda}}{h_k}$$

в формулы (5.9) и (5.11), получим:

$$\left(\frac{d_{л\Lambda}}{d}\right)^4 + \frac{8 \cdot \mu_0 \cdot V}{d \cdot \tau_{л\Lambda}} \cdot \frac{d_{л\Lambda}}{d} - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{d}\right)^4 - \frac{\mu_0}{\mu_w} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{d}\right)^4\right] = 0; \quad (5.12)$$

$$\left(\frac{2h_{л\Lambda}}{h_k}\right)^3 + \frac{6 \cdot \mu_0 \cdot V}{h_k \cdot \tau_{л\Lambda}} \cdot \frac{2h_{л\Lambda}}{h_k} - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{h_k}\right)^3 - \frac{\mu_0}{\mu_w} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{h_k}\right)^3\right] = 0. \quad (5.13)$$

Уравнения (5.12) и (5.13) определяют зависимость распада флокулированного стержня $\frac{d_{л\Lambda}}{d}$ и $\frac{2h_{л\Lambda}}{h_k}$ от средней скорости массы в трубе и плоском канале в диапазоне скоростей $V_0 \leq V \leq V_p$, где V_p соответствует окончанию ламинарного режима течения. Определим значения V_0 и V_p . Начальную скорость V_0 , при которой имеет место течение на рисунке 5.1, определим, подставив в (5.12) и (5.13) максимальные значения размера флокулированного стержня:

$$\frac{d_{л\Lambda}}{d} = 1 - \frac{2 \cdot \varepsilon}{d}; \quad \frac{2 \cdot h_{л\Lambda}}{h_K} = 1 - \frac{2 \cdot \varepsilon}{h_K};$$

для трубы:

$$V_0 = \frac{d}{8} \cdot \frac{\tau_{л\Lambda}}{\mu_w} \cdot \frac{1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{d}\right)^4}{1 - \frac{2 \cdot \varepsilon}{d}}; \quad (5.14)$$

для плоского канала:

$$V_0 = \frac{h_{л\Lambda}}{6} \cdot \frac{\tau_{л\Lambda}}{\mu_w} \cdot \frac{1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{h_K}\right)^4}{1 - \frac{2 \cdot \varepsilon}{h_K}}. \quad (5.15)$$

Определим число Re для стержневого течения в трубе и плоском канале:

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu_0} \cdot \left(1 - K_d \cdot \frac{d_{л\Lambda}}{d}\right); \quad (5.16)$$

$$Re = \frac{\rho \cdot V \cdot h_K}{\mu_0} \cdot \left(1 - K_h \cdot \frac{2h_{л\Lambda}}{h_K}\right). \quad (5.17)$$

Подставим в (5.16) и (5.17) значение $Re_p = 2 \cdot 10^3$:

$$V_p = \frac{Re_p \cdot \mu_0}{\left(1 - K_d \cdot \frac{d_{лп\Delta P}}{d}\right) \cdot \rho \cdot d} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot \mu_0}{\left(1 - K_d \cdot \frac{d_{лп\Delta P}}{d}\right) \cdot \rho \cdot d}; \quad (5.18)$$

$$V_p = \frac{Re_p \cdot \mu_0}{\left(1 - K_h \cdot \frac{2 \cdot h_{лп\Delta P}}{h_K}\right) \cdot \rho \cdot h_K} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot \mu_0}{\left(1 - K_h \cdot \frac{2 \cdot h_{лп\Delta P}}{h_K}\right) \cdot \rho \cdot h_K}, \quad (5.19)$$

где $\frac{d_{лп\Delta P}}{d}$ и $\frac{2 \cdot h_{лп\Delta P}}{h_K}$ – относительный диаметр и толщина стержня в конце ламинарного течения; K_d и K_h – коэффициент стеснения.

Для определения V_p подставим в (5.12) и (5.13) формулы (5.18) и (5.19):

$$\left(\frac{d_{лп\Delta P}}{d}\right)^4 + \frac{1,6 \cdot 10^4 \cdot \mu_0^2}{\rho \cdot \tau_{л\Lambda} \cdot d^2} \cdot \frac{\frac{d_{лп\Delta P}}{d}}{1 - K_d \cdot \frac{d_{лп\Delta P}}{d}} - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{d}\right)^4 - \frac{\mu_0}{\mu_w} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{d}\right)^4\right] = 0; \quad (5.20)$$

$$\left(\frac{2h_{л\Lambda}}{h_K}\right)^3 \frac{1,2 \cdot 10^4 \cdot \mu_0^2}{\rho \cdot \tau_{л\Lambda} \cdot h_K^2} \cdot \frac{\frac{2 \cdot h_{лп\Delta P}}{h_K}}{1 - K_h \cdot \frac{2 \cdot h_{лп\Delta P}}{h_K}} - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{h_K}\right)^3 - \frac{\mu_0}{\mu_w} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{h_K}\right)^3\right] = 0. \quad (5.21)$$

Определив из (5.20) и (5.21) значения $\frac{d_{лп\Delta P}}{d}$ и $\frac{2 \cdot h_{лп\Delta P}}{h_K}$, подставим эти значения в (5.18) и (5.19) и найдём V_p .

Для построения эпюры скоростей при заданной скорости V из диапазона $V_0 \leq V \leq V_p$ выразим из (5.9) и (5.11) параметры:

$$\frac{\tau_w \cdot d}{4 \cdot \mu_0} = \frac{2 \cdot V}{\left(1 - \frac{2\varepsilon}{d}\right)^4 + \frac{\mu_0}{\mu_w} \left[1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{d}\right)^4\right] - \left(\frac{d_{л\Lambda}}{d}\right)^4} = A_w \cdot V;$$

$$\frac{\tau_w \cdot h_K}{4 \cdot \mu_0} = \frac{\frac{3}{2} \cdot V}{\left(1 - \frac{2\varepsilon}{h_K}\right)^4 + \frac{\mu_0}{\mu_w} \left[1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{h_K}\right)^3\right] - \left(\frac{2h_{л\Lambda}}{h_K}\right)^3} = B_w \cdot V.$$

Определив по заданной скорости V из уравнений (5.12) и (5.13) значения $\frac{r_{\text{л}}}{R} = \frac{d_{\text{л}}}{d}$ и $\frac{h_{\text{л}}}{H} = \frac{2h_{\text{л}}}{h_{\text{к}}}$, вычислим коэффициент A_w и B_w . Подставим параметры в (5.6) и (5.7).

Для трубы будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{u}{V} &= A_w \cdot \frac{\mu_0}{\mu_w} \cdot \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad 1 - \frac{\varepsilon}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1; \\ \frac{u_{\varepsilon}}{V} &= A_w \cdot \frac{\mu_0}{\mu_w} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{R} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad \frac{r}{R} = 1 - \frac{\varepsilon}{R}; \\ \frac{u}{V} &= \frac{u_{\varepsilon}}{V} + A_w \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{R} \right)^2 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad \frac{r_{\text{л}}}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1 - \frac{\varepsilon}{R}; \\ \frac{u_{\text{л}}}{V} &= \frac{u_{\varepsilon}}{V} + A_w \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{R} \right)^2 - \left(\frac{r_{\text{л}}}{R} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad 0 \leq \frac{r}{R} \leq \frac{r_{\text{л}}}{R}. \end{aligned} \quad (5.22)$$

Для плоского канала будет иметь:

$$\begin{aligned} \frac{u}{V} &= B_w \cdot \frac{\mu_0}{\mu_w} \left[1 - \left(\frac{h}{H} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad 1 - \frac{\varepsilon}{H} \leq \frac{h}{H} \leq 1; \\ \frac{u_{\varepsilon}}{V} &= B_w \cdot \frac{\mu_0}{\mu_w} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{H} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad \frac{h}{H} = 1 - \frac{\varepsilon}{H}; \\ \frac{u}{V} &= \frac{u_{\varepsilon}}{V} + B_w \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{H} \right)^2 - \left(\frac{h}{H} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad \frac{h_{\text{л}}}{H} \leq \frac{h}{H} \leq 1 - \frac{\varepsilon}{H}; \\ \frac{u_{\text{л}}}{V} &= \frac{u_{\varepsilon}}{V} + B_w \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{H} \right)^2 - \left(\frac{h_{\text{л}}}{H} \right)^2 \right] \quad \text{при} \quad 0 \leq \frac{h}{H} \leq \frac{h_{\text{л}}}{H}. \end{aligned} \quad (5.23)$$

5.2. Модель процесса диспергирования флокулированного стержня в трубе и плоских каналах размером одного порядка с размером флокул в переходном и турбулентном режимах течения

В переходном режиме пограничный слой малой толщины ε смешивается с основным потоком, образуя в трубе однородный кольцевой поток, на оси которого движется стержень диаметром $d_{\text{л}}$, а в плоском канале – стержень толщиной $2h_{\text{л}}$ (рис. 5. 2).

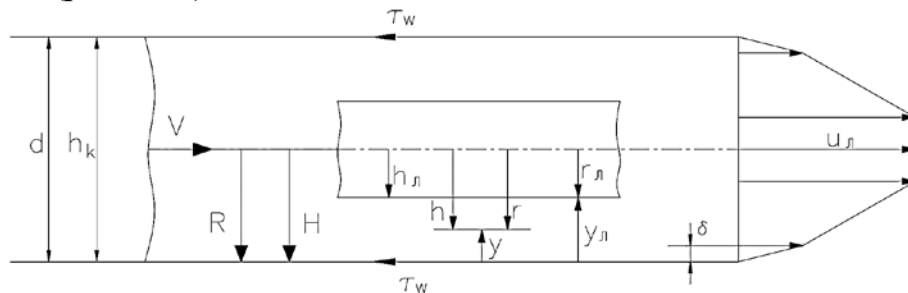


Рис. 5.2. Схема течения массы в трубе и плоском канале

Для труб больших диаметров уже были получены выражения распределения скорости (4.120), радиуса флокулированного стержня (4.116),

динамической скорости (4.115) в переходном и турбулентном режимах течения при тех же самых условиях, когда флокулированный стержень на оси потока окружён диспергированной массой. Для переноса на трубы малых диаметров в этих уравнениях следует заменить выражение $\frac{r_{л\Lambda}}{R} = K_n \frac{\tau_{л\Lambda}}{\tau_w}$ на выражение $\frac{r_{л\Lambda}}{R} = \frac{\tau_{л\Lambda}}{\tau_w}$, согласно (5.3). При замене получим выражение для относительного радиуса флокулированного стержня в турбулентном режиме для труб малых диаметров:

$$\chi \sqrt{\frac{\rho}{\tau_{л\Lambda}}} \sqrt{\frac{r_{л\Lambda}}{R}} \cdot V - \ln \frac{1 - \frac{r_{л\Lambda}}{R}}{\sqrt{\frac{r_{л\Lambda}}{R}}} + 2 \cdot \left(1 - \frac{r_{л\Lambda}}{R}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{r_{л\Lambda}}{R}\right)^2 \frac{\alpha \mu_0 (\chi \alpha - 2)}{\sqrt{\rho \tau_{л\Lambda}} \frac{d}{2}} \cdot \sqrt{\frac{r_{л\Lambda}}{R}} +$$

$$+ \left(\frac{\alpha \mu_0}{\sqrt{\rho \cdot \tau_{л\Lambda}} \frac{d}{2}} \right)^2 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\chi \alpha}{3} \right) \cdot \frac{r_{л\Lambda}}{R} - \ln \frac{\sqrt{\rho \tau_{л\Lambda}} \frac{d}{2}}{\alpha \mu_0^2} - \chi \alpha = 0, \quad (5.24)$$

где $\alpha = \frac{4,6}{\chi}$; $V \geq V_t = K_t \cdot V_p = 1,731 \cdot V_p$. (5.25)

Для переходного режима определим степенную зависимость:

$$\frac{r_{л\Lambda}}{R} = \frac{r_{л\Lambda p}}{R} \cdot \left(\frac{V}{V_p} \right)^n; \quad \frac{r_{л\Lambda t}}{R} = \frac{r_{л\Lambda p}}{R} \cdot \left(\frac{V_t}{V_p} \right)^n = \frac{r_{л\Lambda p}}{R} \cdot K_t^n. \quad (5.26)$$

Определим показатель n из (5.26):

$$n = \frac{\ln\left(\frac{r_{л\Lambda t}}{R} / \frac{r_{л\Lambda p}}{R}\right)}{\ln K_t} = \frac{\ln\left(\frac{r_{л\Lambda t}}{R} / \frac{r_{л\Lambda p}}{R}\right)}{\ln 1,731} = 1,8225 \cdot \ln\left(\frac{r_{л\Lambda t}}{R} / \frac{r_{л\Lambda p}}{R}\right).$$

Степенная зависимость (5.26) будет иметь вид:

$$\frac{r_{л\Lambda p}}{R} = \frac{r_{л\Lambda p}}{R} \cdot \left(\frac{V}{V_p} \right)^{1,8225 \ln\left(\frac{r_{л\Lambda t}}{R} / \frac{r_{л\Lambda p}}{R}\right)} \quad \text{при } V_p \leq V \leq V_t. \quad (5.27)$$

Значения $\frac{r_{л\Lambda p}}{R}$ определим из уравнения (5.20), а значения $\frac{r_{л\Lambda t}}{R}$ определим из уравнения (5.24) при подстановке в него значения $V = V_t$.

Распределение скорости в турбулентном режиме будет иметь вид, аналогичный (4.120):

$$\frac{u}{V} = \frac{v_*}{V} \cdot \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0} \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right) \quad \text{при } 1 - \frac{\delta}{R} = \frac{\alpha \mu_0}{\rho \cdot v_* \cdot R} \leq \frac{r}{R} \leq 1;$$

$$\frac{u}{V} = \frac{v_*}{V \cdot \chi} \cdot \left[\ln\left(1 - \frac{r}{R}\right) + \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0 \cdot \alpha} \right] + \alpha \cdot \frac{v_*}{V} \quad \text{при } \frac{r_{л\Lambda}}{R} \leq \frac{r}{R} \leq 1 - \frac{\delta}{R};$$

$$\frac{u}{V} = \frac{v_*}{V \cdot \chi} \cdot \left[\ln\left(1 - \frac{r_{л\Lambda}}{R}\right) + \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0 \cdot \alpha} \right] + \alpha \cdot \frac{v_*}{V} \quad \text{при } 0 \leq \frac{r}{R} \leq 1 - \frac{r_{л\Lambda}}{R}, \quad (5.28)$$

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_{л\Lambda}}{\rho \cdot r_{л\Lambda} / R}}. \quad (5.29)$$

В (5.28) и (5.29) значения $\frac{r_{л\Lambda}}{R}$ определяются по заданной средней скорости V из уравнения (5.24).

На рис. 5.3 приведены экспериментальные данные распределения скорости массы в трубе диаметром 0,0266 м концентрацией 0,5, 0,62 % и 0,86 % при различной средней скорости, а также зависимость относительного диаметра стержня от средней скорости.

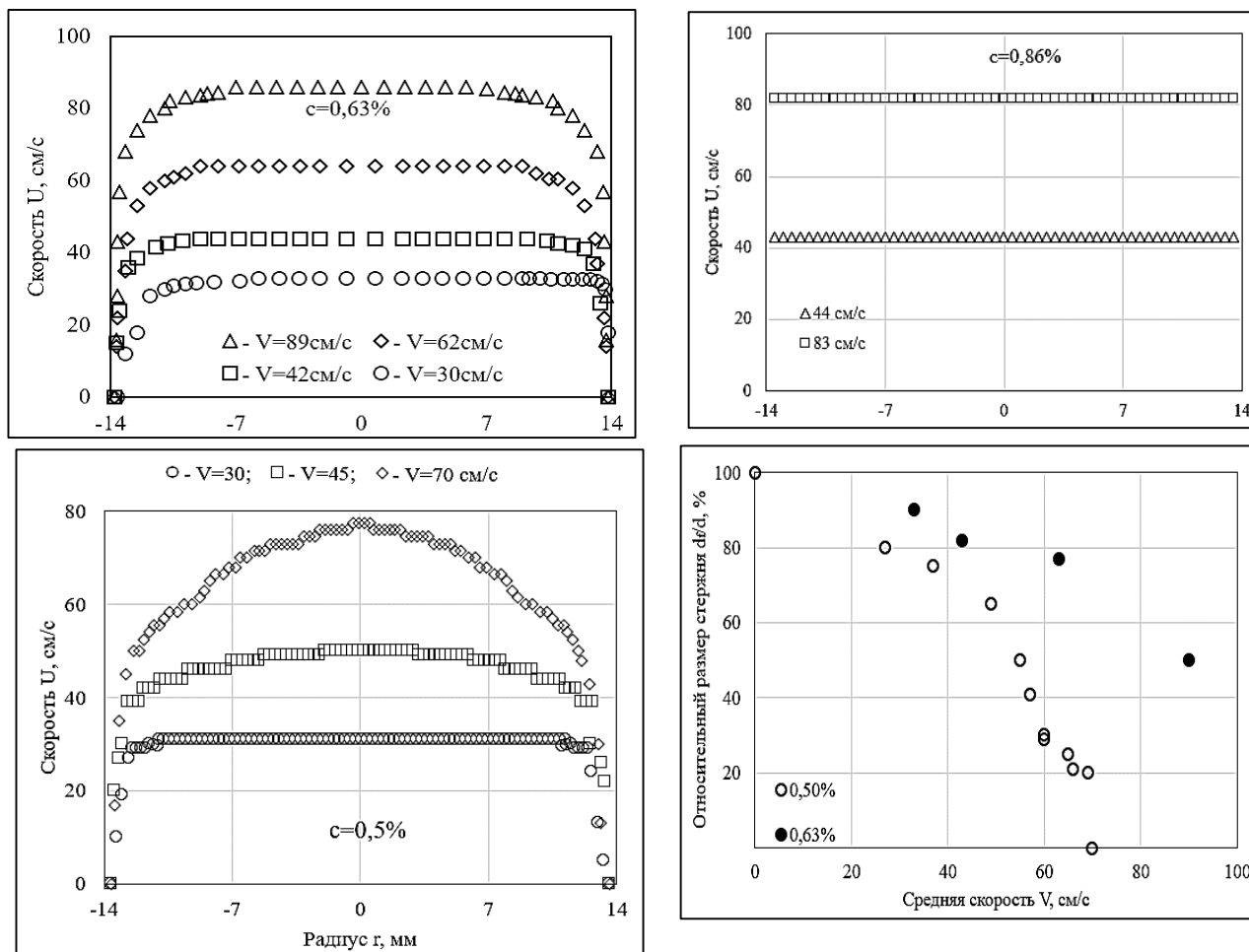


Рис. 5.3. Экспериментальное распределение скорости $U(r)$ и зависимость относительного диаметра флокулированного стержня $\frac{d_f}{d}$ от средней скорости V для лиственной целлюлозы концентрация 0,5÷0,86% движущийся в трубе диаметром $d=0,0266$ м, полученные методом ядро-магнитного резонанса

На рис. 5.4 представлено теоретическое распределение скорости и зависимость относительно диаметра флокулированного стержня $\frac{d_{\text{л}\Delta}}{d}$ от средней скорости СФИ концентрацией 0,5÷0,86% в трубе диаметром $d=0,0266$ м в ламинарном, переходном и турбулентном режиме течения на основании данных таблиц 5.1 и 5.2.

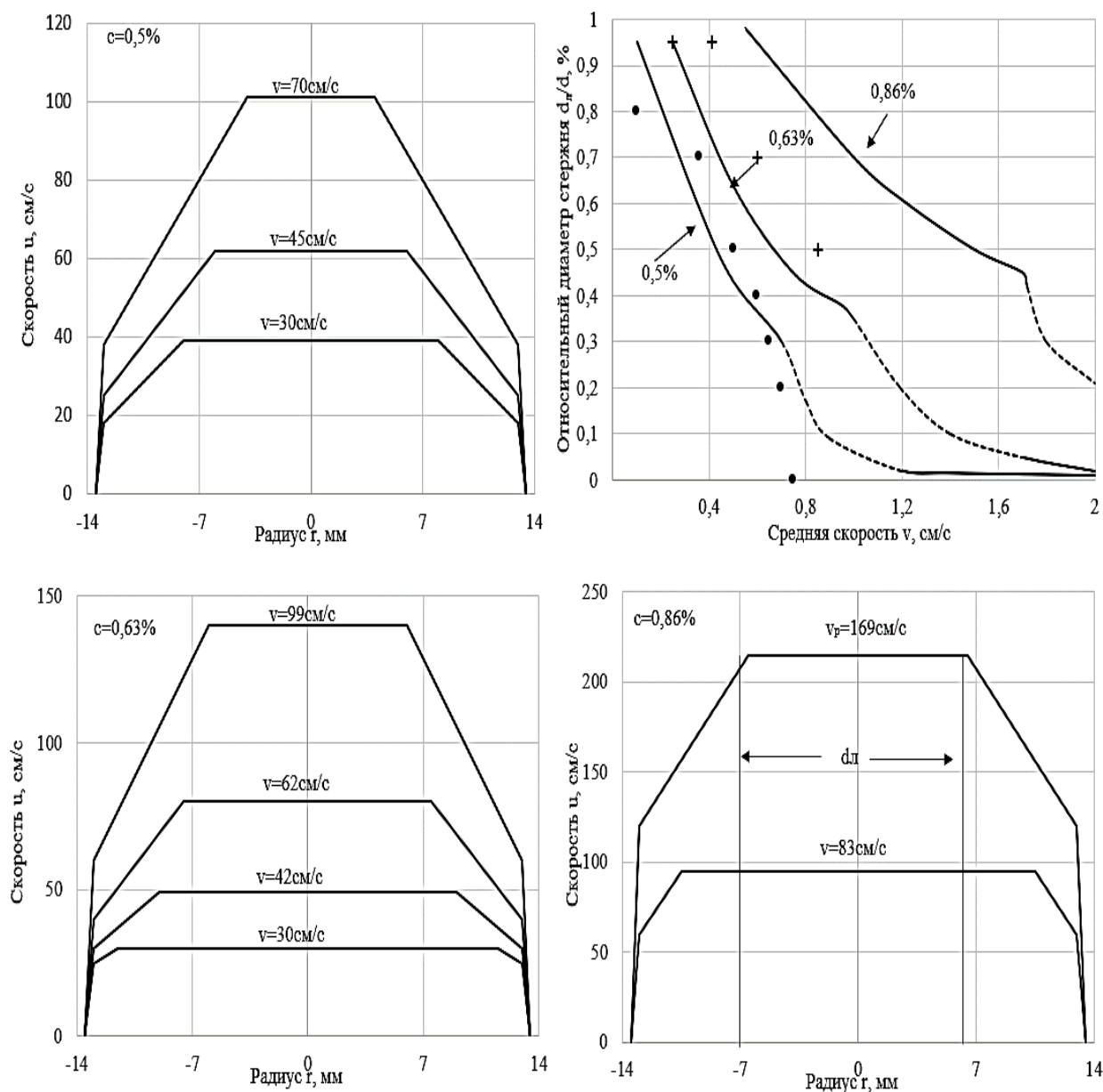


Рис. 5.4. Теоретическое распределение скорости и зависимость относительного диаметра флокулированного стержня $\frac{d_{fl}}{d}$ от средней скорости для СФИ концентрацией $0,5 \div 0,8\%$ в трубе диаметром $d=0,0266$ м в ламинарном, переходном и турбулентном режимах течения по данным таблиц 5.1 и 5.2 (*, + – экспериментальные данные, согласно рис. 5.3)

Таблица 5.1. Значения реологических и гидродинамических параметров СФИ в ламинарном режиме течения в трубе диаметром $d=0,0266$ м

$$\frac{d_{\Lambda 0}}{d} = 1 - \frac{2 \cdot \varepsilon}{d} = 1 - \frac{2 \cdot 0,5}{26,6} = 0,9624; \quad K_d = 1$$

а										
а										
20,0										
с , %	μ_0 , Па·с		$\tau_{\Lambda\Lambda}$, Па	χ		V_0 , м/с	A_w	V, м/с	$\frac{d_{j\Lambda}}{d}$	A_w
0,5	$6,271 \cdot 10^{-3}$		0,2255	0,307		0,1107	2,244	0,3	0,6331	1,259
0,63	$8,3714 \cdot 10^{-3}$		0,4474	0,3002		0,2196	1,681	0,3	0,8714	1,3595
0,86	$1,2352 \cdot 10^{-2}$		1,1063	0,2906		0,5432	1,1392	0,83	0,7946	0,903
с, %	V, м/с	$\frac{d_{j\Lambda}}{d}$	A_w	V, м/с	$\frac{d_{j\Lambda}}{d}$	A_w	V _p , м/с	$\frac{d_{jp\Lambda p}}{d}$	A_{wp}	
0,5	0,45	0,4535	1,1717				0,6796	0,3062	1,1493	
0,63	0,42	0,7379	1,1421	0,62	0,5589	1,0256	0,9901	0,3643	0,9853	
0,86	1,2	0,6134	0,8091				1,6944	0,4519	0,7778	

Таблица 5.1а. Значения реологических и гидродинамических параметров СФИ в ламинарном режиме течения в трубе диаметром $d=0,0266$ м

$$\frac{d_{\Lambda 0}}{d} = 1 - \frac{2\varepsilon}{d} = 1 - \frac{2 \cdot 0,2}{26,6} = 0,985; \quad K_d = 0,5$$

26,6									
с, %	μ_0 , Па·с		$\tau_{\text{л}}$, Па	χ	V_0 , м /с	$A_{\text{w}0}$	V_{p} , м/с	$\frac{d_{\Delta\text{л}}}{d}$	A_{wp}
0,5	$6,271 \cdot 10^{-3}$		0,2255	0,307	0,0447	5,4366	0,5494	0,2835	1,5352
0,63	$8,3714 \cdot 10^{-3}$		0,4474	0,3002	0,08859	4,0725	0,7556	0,344	1,4085
0,86	$1,2352 \cdot 10^{-2}$		1,1063	0,2906	0,219	2,7601	1,1723	0,4156	1,2224
с, %	V , м/с	$\frac{d_{\text{л}\Delta}}{d}$	A_{w}	V , м/с	$\frac{d_{\text{л}\Delta}}{d}$	A_{w}	V , м/с	$\frac{d_{\text{л}\Delta}}{d}$	A_{w}
0,5	0,3	0,4974	1,6026	0,45	0,3441	1,5442			
0,63	0,3	0,7034	1,684	0,42	0,5634	1,5019	0,62	0,403	1,4224
0,86	0,44	0,8206	1,6495	0,83	0,562	1,277			

Таблица 5.2. Значения гидродинамических параметров СФИ в турбулентном режиме в трубе диаметром $d=0,0255$ м, согласно данным таблицы 5.1

с, %	V_t , м/с	$\frac{d_{\Lambda \Lambda t}}{d}$	n	v_{*t} , м/с	$\frac{\delta_t}{R}$	V , м/с	$\frac{d_{\Lambda \Lambda}}{d}$	v_* , м/с	$\frac{\delta}{R}$
0,5	1,1764	0,0458	-3,4627	$7,0168 \cdot 10^{-2}$	0,1007	2	0,0192	0,1084	$6,5174 \cdot 10^{-2}$
0,63	1,7139	0,0455	-3,7913	$9,9161 \cdot 10^{-2}$	$9,7264 \cdot 10^{-2}$	2	0,0354	0,1124	$8,5808 \cdot 10^{-2}$
0,86	2,933	0,0423	-4,3169	0,1617	$9,0915 \cdot 10^{-2}$				

В таблице 5.1 толщина пристенного слоя скольжения принята $\varepsilon = 0,5\text{мм}$, а коэффициент стеснения в формуле (5.18) принят $K_d = 1$.

В таблицах 5.1а и 5.2а толщина пристенного слоя скольжения принята $\varepsilon = 0,2\text{мм}$, а коэффициент стеснения принят $K_d = 0,5$.

Таблица 5.2а Значения гидродинамических параметров СФИ в турбулентном режиме в трубе диаметром $d=0,0266\text{ м}$, согласно данным таблицы 5.1а

$c, \%$	$V_t, \text{м/с}$	$\frac{d_{\Delta lt}}{d}$	n	$v_{*t}, \text{м/с}$	$\frac{\delta_t}{R}$
0,5	0,951	0,0643	-2,704	0,05922	0,1193
0,63	1,3079	0,0701	-2,8453	0,07989	0,1207
0,86	2,0293	0,0764	-3,0868	0,1203	0,1222

На рис. 5.5 приведено сравнение зависимостей относительного диаметра флокулированного стержня от средней скорости в трубе, согласно данным таблиц 5.1 и 5.2 при $\varepsilon = 0,5\text{ мм}$, $K_d = 1$ и данным таблиц 5.1а и 5.2а при $\varepsilon = 0,2\text{мм}$, $K_d = 0,5$. Рис. 5.5 показывает лучшее совпадение теоретических зависимостей с экспериментальными данными при толщине пристенного слоя $\varepsilon = 0,2\text{ мм}$ и коэффициенте стеснения $K_d = 0,5$, вследствие чего в дальнейших расчётах приняты эти значения.

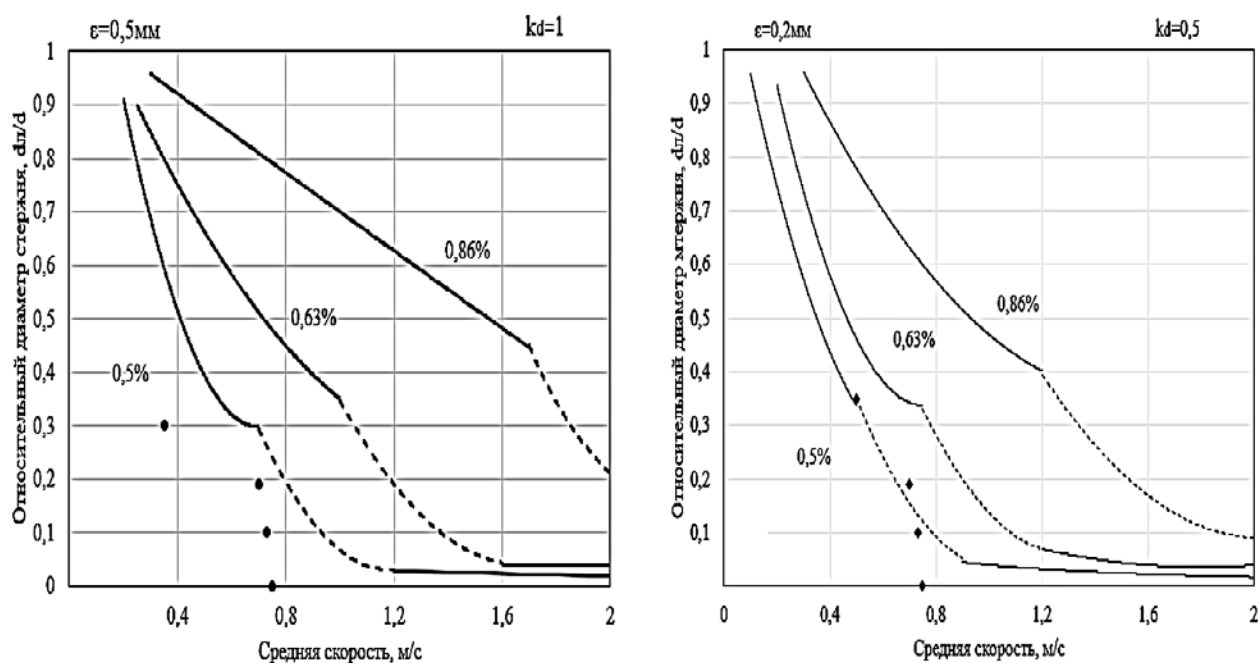


Рис. 5.5. Сравнение зависимостей относительного диаметра флокулированного стержня от средней скорости при толщине пристенного слоя скольжения $\varepsilon=0,5\text{ мм}$ и $\varepsilon=0,2\text{ мм}$ и коэффициенте стеснения $k_d=1$ и $k_d=0,5$

Отнесём диаметр флокулированного стержня $d_{\text{л}}$ длине волокна l и запишем уравнения (5.12), (5.24) и (5.27) следующим образом:

$$\left(\frac{l}{d_p}\right)^4 \cdot \left(\frac{d_{\text{л}}}{l_p}\right)^4 + \frac{8\mu_0 V}{d \cdot \tau_{\text{л}\Lambda}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{d_{\text{л}}}{l} - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{d}\right)^4 - \frac{\mu_0}{\mu_w} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{d}\right)^4\right] = 0$$

$$\text{при } V_0 \leq V \leq V_p; \quad \frac{d_{\text{л}0}}{l_p} \geq \frac{d_{\text{л}}}{l_p} \geq \frac{d_{\text{л}p}}{l_p};$$

$$\frac{d_{\text{л}}}{l_p} = \frac{d_{\text{л}p}}{l_p} \cdot \left(\frac{V}{V_{p_p}}\right)^n; \quad n = 1,8225 \cdot \ln\left(\frac{d_{\text{л}t}/l}{d_{\text{л}p}/l}\right) \quad \text{при } V_p \geq V \geq V_t; \quad \frac{d_{\text{л}p}}{l_p} \geq \frac{d_{\text{л}}}{l_p} \geq \frac{d_{\text{л}t}}{l_p};$$

$$\chi \sqrt{\frac{\rho}{\tau_{\Lambda}} \cdot \frac{l}{d_p}} \sqrt{\frac{d_{\text{л}}}{l_p}} \cdot V - \ln \frac{1 - \frac{l}{d_p} \cdot \frac{d_{\text{л}}}{l_p}}{\sqrt{\frac{l}{d_p} \cdot \frac{d_{\text{л}}}{l_p}}} + 2 \cdot \left(1 - \frac{l}{d_p} \cdot \frac{d_{\text{л}}}{l_p}\right) - \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{l}{d_p} \cdot \frac{d_{\text{л}}}{l_p}\right)^2 + \frac{\mu_0 \cdot (\chi \cdot \alpha^2 - 2\alpha\alpha)}{\sqrt{\rho \cdot \tau_{\text{л}\Lambda}} \cdot \frac{d}{2}} \cdot$$

$$\cdot \sqrt{\frac{l}{d_p} \cdot \frac{d_{\text{л}}}{l_p}} + \frac{\mu_0^2 \cdot \left(\frac{1}{2}\alpha^2 - \frac{\chi}{3}\alpha^3\right)}{\rho \cdot \tau_{\text{л}\Lambda} \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2} \cdot \frac{d_{\text{л}}}{l_p} \cdot \frac{l}{d_p} - \ln \frac{\sqrt{\rho \cdot \tau_{\text{л}\Lambda}} \cdot d}{\alpha \alpha \cdot \mu_0 \cdot 2} - \chi \cdot \alpha = 0$$

$$\text{при } V \geq V_t; \quad \frac{d_{\text{л}t}}{l_p} \geq \frac{d_{\text{л}}}{l_p}. \quad (5.30)$$

В уравнениях (5.30) интервалы действия формулы определяются согласно (5.14), (5.20), (5.18) и (5.25).

На рисунке 5.6, согласно (5.30) и числовым значением таблицы 5.3, приведена картина разрушения флокулированного стержня СФИ в диапазоне концентраций 0,5÷3% в трубах диаметрами 0,01÷0,03м, что перекрывает рабочий диапазон труб, использующихся в напорных ящиках $d=0,012 \div 0,03$ м.

Таблица 5.3. Значения гидродинамических параметров СФИ различной концентрации в ламинарном и турбулентном режимах течения в трубах диаметром 0,01÷0,03 м

с, %	V_0 , м/с	V_p , м/с	$\frac{d_{\text{л}p}}{d}$	$\frac{d_{\text{л}p}}{l_p}$	V_t , м/с	$\frac{d_{\text{л}t}}{d_p}$	$\frac{d_{\text{л}t}}{l_p}$	n
$d=3 \cdot 10^{-2}$ м; $\varepsilon=0,2$ мм; $\frac{d_{\Lambda 0}}{d} = 0,9867$; $\frac{d_{\Lambda 0}}{l} = 14,8005$; $\frac{d}{l} = 15$; $K_d=0,5$								
0,5	0,0447	0,5031	0,3382	5,073	0,8709	0,0777	1,1655	-2,6805
1,1	0,4423	1,5507	0,5553	8,3295	2,6842	0,0945	1,4175	-3,2275
2	2,3095	3,8646	0,7761	11,6415	6,6896	0,0931	1,3965	-3,8648
3	6,8439	7,4587	0,9473	14,2095	12,911	0,0845	1,2675	-4,4047
0,5	0,0446	0,8881	0,117	0,8775	1,5373	0,0237	0,1778	-2,91
$d=1,5 \cdot 10^{-2}$ м; $\varepsilon=0,2$ мм; $\frac{d_{\Lambda 0}}{d} = 0,9733$; $\frac{d_{\Lambda 0}}{l} = 7,2998$; $\frac{d}{l} = 7,5$; $K_d=0,5$								

Окончание табл. 5.3.

c, %	V_0 , м/с	V_p , м/с	$\frac{d_{лр}}{d}$	$\frac{d_{лр}}{l_p}$	V_t , м/с	$\frac{d_{лт}}{d_p}$	$\frac{d_{лт}}{l_p}$	n
1,1	0,441	2,5662	0,254	1,905	4,4421	0,0319	0,2393	-3,7812
2	2,3031	6,1141	0,4528	3,396	10,5835	0,0337	0,2528	-4,7348
3	6,8249	11,5722	0,643	4,8225	20,0315	0,0315	0,2363	-5,4969
$d=1 \cdot 10^{-2} \text{ м}; \varepsilon=0,2 \text{ мм}; \frac{d_{\Delta 0}}{d}=0,96; \frac{d_{\Delta 0}}{l}=4,8; \frac{d}{l}=5; K_d=0,5$								
0,5	0,0442	1,2945	0,0623	0,3115	2,2408	0,011	0,055	-3,1603
1,1	0,4377	3,6409	0,1541	0,7705	6,3024	0,0154	0,077	-4,1976
2	2,2858	8,3645	0,3036	1,518	14,4789	0,0173	0,0865	-5,2215
3	6,7734	15,3234	0,4628	2,314	26,5248	0,017	0,085	-6,0217

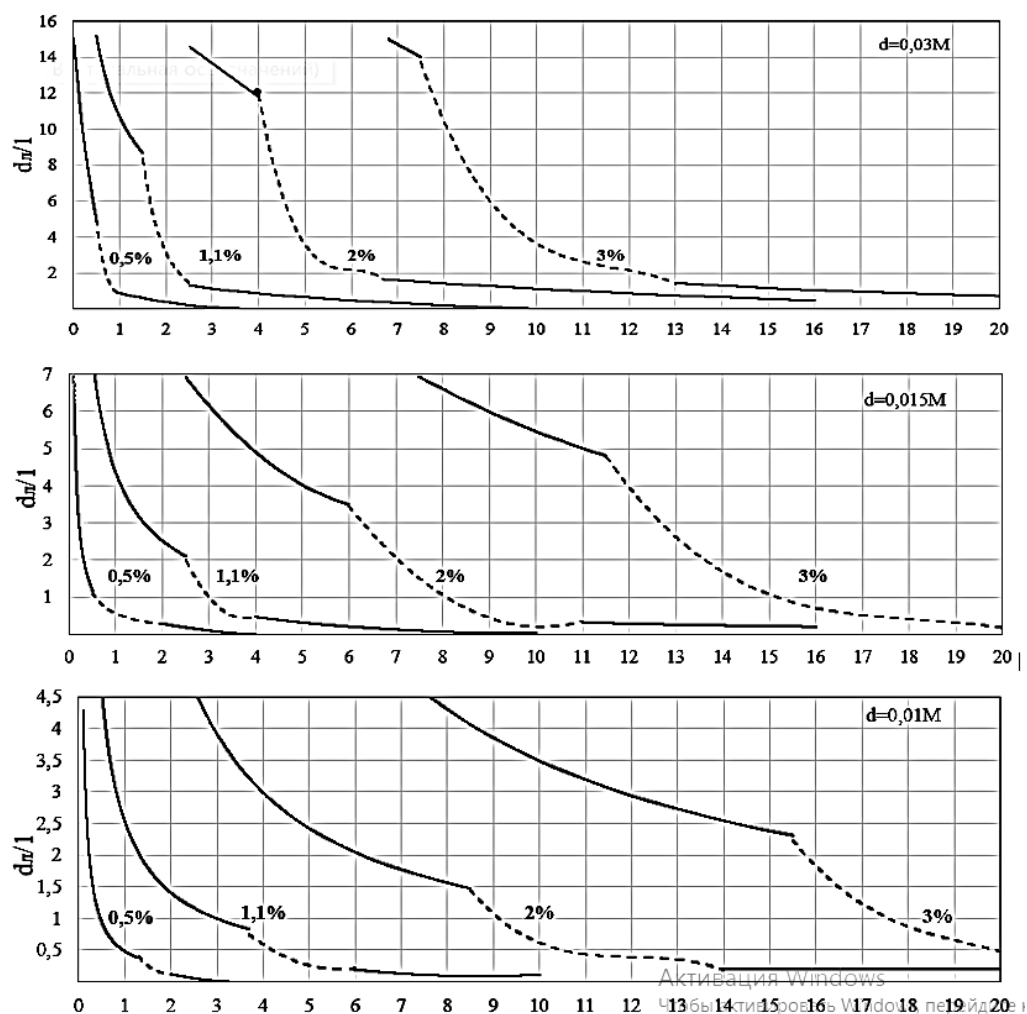


Рис. 5.6. Зависимость относительного диаметра флокулированного стержня от средней скорости СФИ различной концентрации в трубах диаметром $0,01 \div 0,03$ м в ламинарном, переходном и турбулентном режимах течения

Для плоского канала мы имели для ламинарного течения формулы (5.15), (5.21), (5.19) и (5.13), позволяющие определить толщину $b_{\text{л}} = 2h_{\text{л}}$ флокулированного стержня в зависимости от средней скорости до начала переходного режима течения и согласно (5.23) построить распределение скорости. Определим эти зависимости для турбулентного течения в плоском канале.

В плоском канале в турбулентном режиме согласно закону гладкой стенки (3.12) для бумажной массы будет иметь в универсальных координатах $\varphi(\eta)$:

$$\begin{aligned} \varphi &= \eta \quad \text{при } 0 \leq \eta \leq \alpha; \\ \varphi &= \frac{1}{\chi} \ln \frac{\eta}{\alpha} + \alpha \quad \text{при } \alpha \leq \eta \leq \eta_{\text{л}}; \\ \varphi &= \frac{1}{\chi} \ln \frac{\eta_{\text{л}}}{\alpha} + \alpha \quad \text{при } \eta_{\text{л}} \leq \eta \leq \eta_{\text{н}} \end{aligned}$$

при $V \geq V_{\text{т}} = K_{\text{т}} \cdot V_{\text{р}}; \quad \alpha = \frac{4,6}{\chi}.$ (5.31)

Подставим в (5.31) развёрнутые выражения, согласно рисунку 5.2:

$$\varphi = \frac{u}{v_*}; \quad \eta = \frac{\rho \cdot v_* \cdot y}{\mu_0}; \quad \eta_{\text{л}} = \frac{\rho \cdot v_* \cdot y_{\text{л}}}{\mu_0}; \quad \eta_{\text{н}} = \frac{\rho \cdot v_* \cdot H}{\mu_0}.$$

Получим при подстановке:

$$\begin{aligned} \frac{u}{v_*} &= \frac{\rho \cdot v_* \cdot H}{\mu_0} \cdot \frac{y}{H} \quad \text{при } 0 \leq \frac{y}{H} \leq \frac{\delta}{H}; \\ \frac{u}{v_*} &= \frac{1}{\chi} \left(\ln \frac{y}{H} - \ln \frac{\delta}{H} \right) + \alpha \quad \text{при } \frac{\delta}{H} \leq \frac{y}{H} \leq \frac{y_{\text{л}}}{H}; \\ \frac{u}{v_*} &= \frac{u_{\text{л}}}{v_*} = \frac{1}{\chi} \left(\ln \frac{y_{\text{л}}}{H} - \ln \frac{\delta}{H} \right) + \alpha \quad \text{при } \frac{y_{\text{л}}}{H} \leq \frac{y}{H} \leq 1, \end{aligned} \quad (5.32)$$

$$\text{где } \frac{\delta}{H} = \frac{\alpha \cdot \mu_0}{\rho \cdot v_* \cdot H}. \quad (5.33)$$

Подставим в (5.32), согласно рисунку 5.2, выражения:

$$\frac{y}{H} = 1 - \frac{h}{H}; \quad \frac{y_{\text{л}}}{H} = 1 - \frac{h_{\text{л}}}{H}.$$

Получим распределение скоростей:

$$\begin{aligned} \frac{u}{v_*} &= \frac{\rho \cdot v_* \cdot H}{\mu_0} \cdot \left(1 - \frac{h}{H} \right) \quad \text{при } 1 - \frac{\delta}{H} \leq \frac{h}{H} \leq 1; \\ \frac{u}{v_*} &= \frac{1}{\chi} \left[\ln \left(1 - \frac{h}{H} \right) - \ln \frac{\delta}{H} \right] + \alpha \quad \text{при } \frac{h_{\text{л}}}{H} \leq \frac{h}{H} \leq 1 - \frac{\delta}{H}; \\ \frac{u_{\text{л}}}{v_*} &= \frac{1}{\chi} \left[\ln \left(1 - \frac{h_{\text{л}}}{H} \right) - \ln \frac{\delta}{H} \right] + \alpha \quad \text{при } 0 \leq \frac{h}{H} \leq \frac{h_{\text{л}}}{H}. \end{aligned} \quad (5.34)$$

Дополним (5.34) уравнениями напряжений:

$$\tau = \tau_w \cdot \frac{h}{H}; \quad \frac{h_{\text{л}}}{H} = \frac{\tau_{\text{л}}}{\tau_w}. \quad (5.35)$$

Подставляя (5.35) в выражение динамической скорости: $v_* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$,

получим:

$$v_* = \sqrt{\frac{\tau_{\text{л}}}{\rho \cdot \frac{h_{\text{л}}}{H}}}. \quad (5.36)$$

Определим среднюю скорость V в плоском канале:

$$V = \frac{Q}{b \cdot h_{\Lambda}} = \frac{1}{b \cdot 2H} 2b \int_0^H u dh = \frac{1}{H} \int_0^H u dH = \int_0^1 u \cdot d\left(\frac{h}{H}\right).$$

Подставляя в последнее выражение формулы (5.32), получим:

$$\begin{aligned} \frac{V}{v_*} = \int_0^1 \frac{u}{v_*} d\left(\frac{h}{H}\right) &= \left\{ \frac{1}{\chi} \left[\ln \left(1 - \frac{h_{\Lambda}}{H} \right) - \ln \frac{\delta}{H} \right] + \alpha \right\} \cdot \int_0^{h_{\Lambda}/H} d\left(\frac{h}{H}\right) + \\ &+ \frac{1}{\chi} \cdot \int_{h_{\Lambda}/H}^{1-\frac{\delta}{H}} \ln \left(1 - \frac{h_{\Lambda}}{H} \right) d\left(\frac{h}{H}\right) - \frac{1}{\chi} \cdot \ln \frac{\delta}{H} \int_{h_{\Lambda}/H}^{1-\frac{\delta}{H}} d\left(\frac{h}{H}\right) + \alpha \int_{h_{\Lambda}/H}^{1-\frac{\delta}{H}} d\left(\frac{h}{H}\right) + \\ &+ \frac{\alpha}{\delta/H} \int_{1-\frac{\delta}{H}}^1 d\left(\frac{h}{H}\right) - \frac{\alpha}{\delta/H} \int_{1-\frac{\delta}{H}}^1 \frac{h}{H} d\left(\frac{h}{H}\right) = \frac{1}{\chi} \left[\ln \left(1 - \frac{h_{\Lambda}}{H} \right) - \ln \frac{\delta}{H} \right] + \alpha + \frac{\delta}{H} \left(\frac{1}{\chi} - \frac{\alpha}{2} \right). \end{aligned}$$

Подставляя (5.36) в последнее выражение и учитывая (5.33), получим зависимость толщины флокулированного стержня $\frac{h_{\Lambda}}{H}$ от средней скорости в турбулентном режиме течения:

$$\chi \sqrt{\frac{\rho}{\tau_{\Lambda}}} \sqrt{\frac{h_{\Lambda}}{H}} \cdot V - \ln \frac{1 - \frac{h_{\Lambda}}{H}}{\sqrt{\frac{h_{\Lambda}}{H}}} + 1 - \frac{h_{\Lambda}}{H} + \frac{\mu_0 \cdot (\chi \cdot \alpha^2 - 2\alpha)}{\sqrt{\rho \cdot \tau_{\Lambda}} \cdot h_{\kappa}} \cdot \sqrt{\frac{h_{\Lambda}}{H}} - \ln \frac{\sqrt{\rho \cdot \tau_{\Lambda}} \cdot h_{\kappa}}{2 \cdot \alpha \cdot \mu_0} - \alpha \cdot \chi = 0$$

при $V \geq V_t = K_t \cdot V_p$, (5.37)

где $\alpha = \frac{4,6}{\chi}$; $K_t = 1,731$.

Для переходного режима аналогично (5.27) определим степенную зависимость:

$$\frac{h_{\Lambda}}{H} = \frac{h_{\Lambda p}}{H} \cdot \left(\frac{V}{V_p} \right)^{1,8225 \ln \left(\frac{h_{\Lambda t}}{H} / \frac{h_{\Lambda p}}{H} \right)} \quad \text{при} \quad V_p \leq V \leq V_t. \quad (5.38)$$

Отнесём толщину флокулированного стержня $b_{\Lambda} = 2h_{\Lambda}$ к длине волокна l и запишем уравнения (5.13), (5.37) и (5.38) в следующем виде:

$$\left(\frac{l_{\Lambda}}{h_{\kappa}} \right)^3 \cdot \left(\frac{b_{\Lambda}}{l} \right)^3 + \frac{6 \cdot \mu_0 \cdot V}{h_{\kappa} \cdot \tau_{\Lambda}} \cdot \frac{l \cdot b_{\Lambda}}{h_{\kappa} \cdot l} - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{h_{\kappa}} \right)^3 - \frac{\mu_{0\Lambda}}{\mu_w} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{2\varepsilon}{h_{\kappa}} \right)^3 \right] = 0$$

при $V_0 \leq V \leq V_p$; $\frac{b_{\Lambda 0}}{l} \geq \frac{b_{\Lambda}}{l} \geq \frac{b_{\Lambda p}}{l}$;

$\frac{b_{\Lambda}}{l} = \frac{b_{\Lambda p}}{l} \cdot \left(\frac{V}{V_p} \right)^n$; $n = 1,8225 \ln \left(\frac{b_{\Lambda t}/l}{b_{\Lambda p}/l} \right)$ при $V_p \geq V \geq V_t$; $\frac{b_{\Lambda p}}{l} \geq \frac{b_{\Lambda}}{l} \geq \frac{b_{\Lambda t}}{l}$;

$$\begin{aligned} \chi \sqrt{\frac{\rho}{\tau_{\Lambda}}} \cdot \frac{l}{h_{\kappa}} \sqrt{\frac{b_{\Lambda}}{l}} \cdot V - \ln \frac{1 - \frac{l \cdot b_{\Lambda}}{h_{\kappa} \cdot l}}{\sqrt{\frac{l \cdot b_{\Lambda}}{h_{\kappa} \cdot l}}} + \frac{\mu_0 \cdot (\chi \cdot \alpha^2 - 2\alpha)}{\sqrt{\rho \cdot \tau_{\Lambda}} \cdot h_{\kappa}} \cdot \sqrt{\frac{l}{h_{\kappa}} \cdot \frac{b_{\Lambda}}{l}} - \frac{1}{h_{\kappa}} \cdot \frac{b_{\Lambda}}{l} - \\ - \ln \frac{\sqrt{\rho \cdot \tau_{\Lambda}} \cdot h_{\kappa}}{\alpha \cdot \mu_0 \cdot 2} - \chi \cdot \alpha + 1 = 0 \quad \text{при} \quad V \geq V_t; \quad \frac{b_{\Lambda t}}{l} \geq \frac{b_{\Lambda}}{l}. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Уравнения (5.39) определяют зависимость относительной толщины флокулированного стержня $\frac{b_{\Lambda}}{l}$ от средней скорости массы V во всех режимах течения в плоском канале.

5.3. Модель процесса диспергирования флоккул в ламинарном режиме течения в трубе и плоском канале

В разделе рассматривается течение массы в трубе и плоском канале, когда стержень, движущийся на оси канала, разрушен на отдельные флоккулы.

Рассмотрим флоккулу, движущуюся со скоростью V_f на оси трубы, окруженную диспергированным потоком (рис. 5.7). В этом случае градиент скорости на оси трубы равен нулю, и формулу (2.19) применить нельзя. Скорость флоккулы определится как средняя скорость диспергированного потока через сечение флоккулы:

$$V_f = \frac{Q_f}{S_f} = \frac{2 \cdot \pi \int_0^{R_f} u \cdot r dr}{\pi \cdot R_f^2} = \frac{2}{R_f^2} \int_0^{R_f} u \cdot r dr. \quad (5.40)$$

Поскольку поток вокруг флоккул диспергирован и стержневой поток отсутствует ($d_\lambda/d = 0$), то распределение скорости вокруг флоккулы определяется третьим уравнением в (5.22):

$$\begin{aligned} u &= u_\varepsilon + A_w \cdot V \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{R}\right)^2 - \left(\frac{r}{R}\right)^2 \right]; \\ u_\varepsilon &= A_w \cdot V \cdot \frac{\mu_{0\Delta}}{\mu_w} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon}{R}\right)^2 \right]; \\ A_w &= \frac{2}{\left(1 - \frac{2 \cdot \varepsilon}{d}\right)^4 + \frac{\mu_{0\Delta}}{\mu_w} \left[1 - \left(1 - \frac{2 \cdot \varepsilon}{d}\right)^4 \right]} \quad \text{при } d_\lambda = 0. \end{aligned} \quad (5.41)$$

Подставим первое выражение в (5.41) в формулу (5.40):

$$\begin{aligned} V_f &= \frac{2}{R_f^2} \int_0^{R_f} u \cdot r dr = \\ &= \frac{2}{R_f^2} \left\{ u_\varepsilon \int_0^{R_f} r dr + A_w \cdot V \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{H}\right)^2 \int_0^{R_f} r \cdot r dr - \int_0^{R_f} \left(\frac{r}{R}\right)^2 \cdot r dr \right] \right\} = \\ &= u_\varepsilon + A_w \cdot V \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{H}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{R_f}{R}\right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (5.42)$$

Относительная скорость потока и флоккулы ΔV_f определится из (5.42) и первого выражения в (5.41):

$$\Delta V_f = V_f - u = A_w \cdot V \cdot \left[\left(\frac{r}{R}\right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{R_f}{R}\right)^2 \right]. \quad (5.43)$$

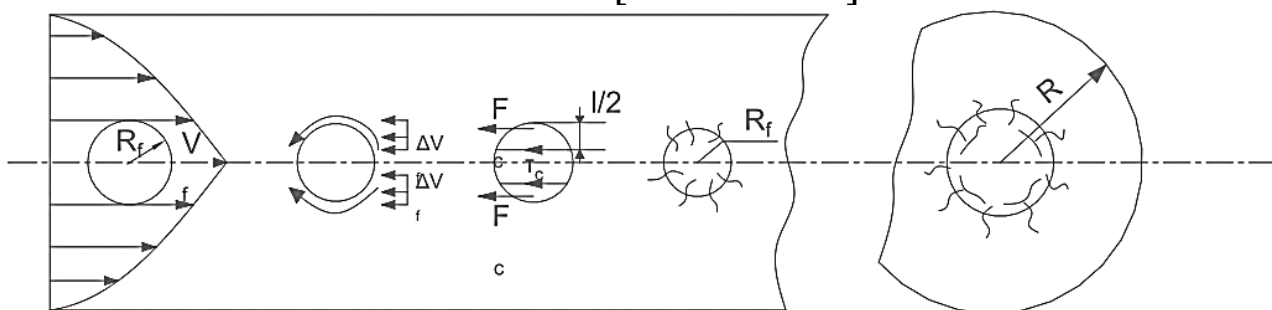


Рис. 5.7. Схема диспергирования флоккулы в трубе

Из (5.43) следует:

$$\Delta V_f = 0 \text{ при } \frac{r}{R_f} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,7 ;$$

$$\Delta V_f = \frac{A_w \cdot V}{2} \left(\frac{R_f}{R} \right)^2 \text{ при } \frac{r}{R_f} = 1.$$

Из последних выражений определится средняя относительная скорость флоккулы и потока:

$$\Delta V_f = \frac{0 + 0,5 \cdot A_w \cdot V \cdot \frac{R_f}{R}}{2} = \frac{A_w \cdot V}{4} \cdot \left(\frac{R_f}{R} \right)^2. \quad (5.44)$$

Вследствие того, что скорость флоккулы движущейся на оси трубы больше, чем скорость потока вокруг неё, возникающая относительная скорость ΔV_f вызывает силы F_c и, соответственно, напряжения τ_c во флоккуле сдирающие волокна с её периферии. При этом половина длины волокна l остаётся во флоккуле, связанная волокнами, а половина становится свободной от сорванных волокон.

Определим напряжение τ_c как отношение силы F_c площади сегмента флоккулы S_f , отстоящей от поверхности флоккулы на длину, равную половине длине волокна:

$$\tau_c = \frac{F_c}{S_f} = \frac{F_c}{\pi \cdot R_f^2 \left[\frac{l}{R_f} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{l}{R_f} \right)^2 \right]}.$$

Если напряжения τ_c достигнут значения предельных напряжений $\tau_{л\Delta}$ сил сцепления волокон во флоккуле, то флоккула будет разрушаться:

$$\tau_c = \tau_{л\Delta} = \frac{F_c}{\pi \cdot R_f^2 \left[\frac{l}{R_f} - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{l}{R_f} \right)^2 \right]}. \quad (5.45)$$

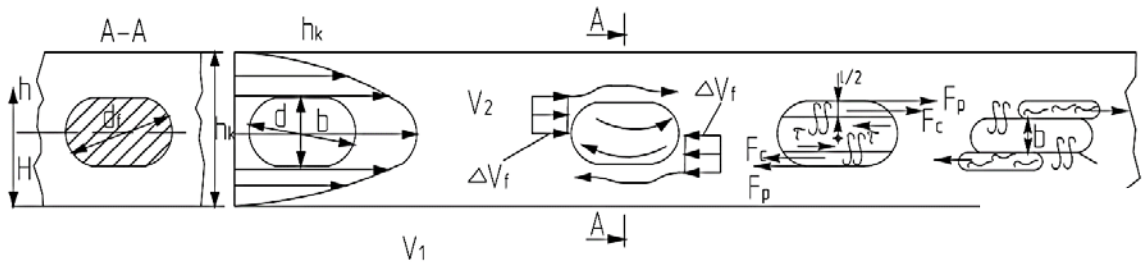
Согласно (2.21), сила F_c определится:

$$\begin{aligned} F_c &= \frac{\pi}{2} \cdot \mu_0 \cdot \Delta V_f \cdot 4 \cdot R_f - \frac{\pi}{2} \cdot \mu_0 \cdot \Delta V_f \cdot \left(R_f - \frac{l}{2} \right) \left(3 + \frac{(R_f - \frac{l}{2})^2}{R_f^2} \right) = \\ &= \frac{3}{2} \pi \cdot \mu_0 \cdot \Delta V_f \cdot l \cdot \left[1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{l}{R_f} + \frac{1}{24} \cdot \left(\frac{l}{R_f} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (5.46)$$

Подставляя (5.44) в (5.46), а затем в (5.45), получим зависимость относительного диаметра флоккулы $\frac{d_f}{l}$ от средней скорости V течения массы в трубе:

$$\tau_{л\Delta} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\mu_0 \cdot A_w \cdot V \cdot \frac{l}{d} \left[\left(\frac{d_f}{l} \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{d_f}{l} + \frac{1}{6} \right]}{d \cdot \left(\frac{d_f}{l} - 0,5 \right)}. \quad (5.47)$$

Определим аналогичную (5.47) зависимость для флоккулы, движущейся в плоском канале. В отличие от осесимметричного течения в трубе в плоском канале отсутствует градиент скорости в направлении ширины канала, поэтому флоккула будет иметь эллипсовидную форму толщиной b и диаметром d_f (рис. 5.8).



Активация Windows

Рис. 5.8. Схема диспергирования флоккулы в плоском канале

Аналогично (5.40), скорость флоккулы V_f определится:

$$V_f = \frac{d_f^2 \int_0^{b/2} u \, dh}{d_f \cdot b} = \frac{2}{b} \int_0^{b/2} u \, dh. \quad (5.48)$$

Согласно (5.23):

$$\begin{aligned} u &= u_\varepsilon + B_w \cdot V \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{H} \right)^2 - \left(\frac{h}{H} \right)^2 \right]; \\ u_\varepsilon &= B_w \cdot V \cdot \frac{\mu_{0\Lambda}}{\mu_w} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{l}{H} \right)^2 \right]; \\ B_w &= \frac{\frac{3}{2}}{\left(1 - \frac{2 \cdot \varepsilon}{h_k} \right)^3 + \frac{\mu_{0\Lambda}}{\mu_w} \left[1 - \left(1 - \frac{2 \cdot \varepsilon}{h_k} \right)^3 \right]} \quad \text{при } h_\Lambda = 0. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Подставим первое выражение в (5.49) в формулу (5.48):

$$\begin{aligned} V_f &= \frac{2}{b} \left\{ u_\varepsilon \int_0^{b/2} dh + B_w \cdot V \cdot \left[\left(1 - \frac{\varepsilon}{H} \right)^2 \int_0^{b/2} dh - \int_0^{b/2} \left(\frac{h}{H} \right)^2 dh \right] \right\} = \\ &= u_\varepsilon + B_w \cdot V \cdot \left[\left(1 - \frac{2 \cdot \varepsilon}{h_k} \right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{b}{h_k} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (5.50)$$

Относительная скорость потока и флоккулы ΔV_f определится из (5.50) и первого выражения в (5.49):

$$\Delta V_f = V_f - u = B_w \cdot V \cdot \left[\left(\frac{2 \cdot h}{h_k} \right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{b}{h_k} \right)^2 \right]. \quad (5.51)$$

Из (5.51) следует:

$$\begin{aligned} \Delta V_f &= 0 \quad \text{при} \quad \frac{h}{b/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,577; \\ \Delta V_f &= B_w \cdot V \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{b}{h_k} \right)^2 \quad \text{при} \quad \frac{h}{b/2} = 1. \end{aligned}$$

Из последних выражений определится средняя относительная скорость флоккулы и потока:

$$\Delta V_f = \frac{0 + B_w \cdot V \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{b}{h_k} \right)^2}{2} = \frac{1}{3} \cdot B_w \cdot V \cdot \left(\frac{b}{h_k} \right)^2. \quad (5.52)$$

Определим аналогично (5.45) напряжение во флоккуле τ как отношение силы $F_c + F_p$ к площади сегмента S_f (рис. 5.8), отстоящего от плоской грани флоккулы на длину, равную половине длины волокна:

$$\tau = \frac{F_c + F_p}{S_f} = \frac{F_c + F_p}{\pi \left[\left(\frac{d_f}{2} \right)^2 - \left(\frac{b}{2} - \frac{l}{2} \right)^2 \right]} = \frac{F_c + F_p}{\frac{\pi}{2} d_f^2 \cdot \left[1 - \left(\frac{l}{d_f} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{b}{l} \right)^2 \right]}.$$

Если напряжение τ достигнет значения предельных напряжений $\tau_{л\Lambda}$ сил сцепления волокон во флокуле, то флокула будет разрушаться:

$$\tau = \tau_{л} = \frac{F_c + F_p}{\frac{\pi}{4} d_f^2 \left[1 - \left(\frac{l}{d_f} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{b}{l} \right)^2 \right]}. \quad (5.53)$$

Согласно выражению (2.22) сила F_c , действующая на сферический сегмент высотой $\frac{l}{2}$, равна:

$$F_c = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot \mu_0 \cdot \Delta V_f \cdot \frac{l^3}{d_f^2} \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{d_f}{l} \right)^2 - \frac{b}{l} + \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right].$$

Согласно выражению (2.26), сила F_p , действующая на верхнюю и нижнюю грани флокулы, равна:

$$F_p = 1,33 \frac{\sqrt{\pi}}{2} d_f \sqrt{1 - \left(\frac{b}{d_f} \right)^2} \left[\mu_0 \cdot \rho \cdot \Delta V_f^3 \frac{\sqrt{\pi}}{2} d_f \sqrt{1 - \left(\frac{b}{d_f} \right)^2} \right]^{\frac{1}{2}}.$$

Подставляя в два последних выражения формулу (5.52), а сумму сил в (5.53), получим зависимость относительной толщины флокулы l/b от средней скорости V течения массы в плоском канале:

$$\tau_{л\Lambda} = \frac{\left(\frac{b}{l} \right)^2 \cdot \frac{l}{h_k}}{1 - \left(\frac{l}{d_f} \right)^2 \cdot \left(1 - \frac{b}{l} \right)^2} \cdot \left\{ B_w \cdot \mu_0 \cdot \frac{V}{h_k} \cdot \left(\frac{l}{d_f} \right)^4 \cdot \left[\frac{1}{3} + \left(\frac{d_f}{l} \right)^2 - \frac{b}{l} + \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + 0,272 \cdot B_w^{\frac{3}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0 \cdot \rho \cdot V^3}{d_f}} \cdot \left(\frac{l}{h_k} \right)^2 \cdot \frac{b}{l} \left[1 - \left(\frac{l}{d_f} \right)^2 \cdot \left(\frac{b}{l} \right)^2 \right]^{\frac{3}{4}} \right\}. \quad (5.54)$$

Покажем, что режим относительного течения потока и флокулы является ползущим и, следовательно, применение формул ползущих течений к схемам разрушения флокул правомерно.

В относительном движении потока и флокулы, согласно (5.44), число Re_f флокулы будет равно:

$$Re_f = \frac{\rho \cdot \Delta V_f \cdot d_f}{\mu_0} = \frac{\rho \cdot A_w \cdot V \cdot d_f}{4 \cdot \mu_0} \left(\frac{d_f}{d} \right)^2. \quad (5.55)$$

Максимальное число $(Re_f)_{\max}$ будет в конце ламинарного режима течения при $V=V_p$, которая определится из критического числа $Re=2 \cdot 10^3$ в трубе диаметром d :

$$V_p = \frac{Re_p \cdot \mu_0}{\rho \cdot d} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot \mu_0}{\rho \cdot d}. \quad (5.56)$$

Подставим (5.56) в формулу (5.55):

$$(Re_f)_{\max} = 500 \cdot A_{w_p} \cdot \left(\frac{d_{fp}}{d} \right)^3. \quad (5.57)$$

Согласно таблице 5.1 значения $A_{w_p} \leq 2$, а значение $\frac{d_{fp}}{d}$ не более 0,2. Из (5.57) следует, что $(Re_f)_{\max} \leq 8$, что соответствует режиму ползущих течений и, следовательно, правомерности предпосылок и для предложенных теоретических зависимостей.

5.4. Модель процесса диспергирования флокул в трубе и плоском канале в турбулентном режиме течения

Запишем закон гладкой стенки для бумажной массы (3.12) применительно к трубе, учитывая, что флокулированный стержень распался на частично диспергированные флокулы, движущиеся на оси трубы, окружённые диспергированной на волокна массы, а маловязкий слой на стенке трубы смешался с массой.

$$\begin{aligned} \varphi &= \eta \quad \text{при } 1 \leq \varphi \leq \alpha ; \\ \varphi &= \frac{1}{\chi} \ln \frac{\eta}{\alpha} \quad \text{при } \alpha \leq \eta \leq \eta_R . \end{aligned} \quad (5.58)$$

Развёртывая универсальные координаты (5.58), будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{u}{v_*} &= \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0} \cdot \frac{y}{R} \quad \text{при} \quad \frac{\mu_0}{\rho \cdot v_* \cdot R} \leq \frac{y}{R} \leq \frac{\delta}{R} = \frac{\alpha \alpha \cdot \mu_0}{\rho \cdot v_* \cdot R} ; \\ \frac{u}{v_*} &= \frac{1}{\chi} \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0} \cdot \frac{y}{R} + \alpha \quad \text{при} \quad \frac{\delta}{R} \leq \frac{y}{R} \leq 1 . \end{aligned} \quad (5.59)$$

Средняя скорость V определится:

$$\begin{aligned} V &= \frac{Q}{\pi \cdot R^2} = \frac{1}{\pi \cdot R^2} \int_0^R u \cdot 2\pi r \, dr = \frac{2}{R^2} \int_0^R u \cdot r \, dr = 2 \int_0^1 u \cdot \frac{r}{R} \, d\frac{r}{R} = \\ &= 2 \int_0^1 u \left(1 - \frac{y}{R}\right) \cdot d\left(-\frac{y}{R}\right) = 2 \int_0^1 u \left(1 - \frac{y}{R}\right) \cdot d\left(\frac{y}{R}\right) . \end{aligned} \quad (5.60)$$

Подставляя в (5.60) выражение (5.59) и пренебрегая при турбулентном течении расходом через тонкий пограничный слой δ , будем иметь:

$$\begin{aligned} \frac{V}{v_*} &= 2 \int_0^1 \frac{u}{v_*} \cdot \left(1 - \frac{y}{R}\right) \cdot d\frac{y}{R} = 2 \int_0^1 \frac{1}{\chi} \left(1 - \frac{y}{R}\right) \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\alpha \cdot \mu_0 \alpha} d\frac{y}{R} + \\ &+ 2\alpha \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{R}\right) d\frac{y}{R} + \frac{2}{\chi} \int_0^1 \left(1 - \frac{y}{R}\right) \ln \frac{y}{R} d\frac{y}{R} = \frac{1}{\chi} \cdot \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\alpha \cdot \mu_0 \alpha} + \alpha + \\ &+ \frac{2}{\chi} \left[\int_0^1 \ln \frac{y}{R} d\frac{y}{R} - \int_0^1 \frac{y}{R} \ln \frac{y}{R} d\frac{y}{R} \right] = \frac{1}{\chi} \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\alpha \cdot \mu_0 \alpha} + \alpha + \frac{2}{\chi} \left(-1 + \frac{1}{4}\right) = \\ &= \frac{1}{\chi} \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\alpha \cdot \mu_0 \alpha} + \alpha - \frac{3}{2\chi} . \end{aligned}$$

Окончательно, с учётом (3.21), получим:

$$\frac{\chi \cdot V}{v_*} = \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0 \alpha} - \ln \frac{4,6}{\chi} + 3,1 \quad \text{при } V \geq V_t . \quad (5.61)$$

Из выражения (5.59) при $y=R$ следует:

$$\frac{u_{\max}}{v_*} = \frac{1}{\chi} \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\alpha \cdot \mu_0 \alpha} + \alpha = \frac{1}{\chi} \left(\ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot R}{\mu_0 \alpha} - \ln \frac{4,6}{\chi} \right) + \frac{4,6}{\chi} . \quad (5.62)$$

Вычитая из (5.62) выражение (5.61) получим:

$$\frac{u_{\max}}{V} = 1 + \frac{3}{2\chi} \cdot \frac{v_*}{V} . \quad (5.63)$$

Таблица 5.5. Значения отношения максимальной скорости к средней динамической скорости и относительной толщины пограничного слоя СФИ различной концентрации в трубах диаметром $d=0,03\text{ м}$ и $d=0,015\text{ м}$

с, %	μ_0 , Па·с	χ	d, м	Re	V, м/с	u_* , м/с	$\frac{\delta}{R}$	$\frac{u_{\max}}{V}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,5	$6,271 \cdot 10^{-3}$	0,307	0,03	$7 \cdot 10^3$	1,4632	0,0796	0,0787	1,2658
				$2,392 \cdot 10^4$	5	0,2291	0,02734	1,2239
				$4,7839 \cdot 10^4$	10	0,4202	0,01491	1,2053
				$9,5679 \cdot 10^4$	20	0,7754	0,00808	1,1894
			0,015	$7 \cdot 10^3$	2,9264	0,1592	0,0787	1,2658
				$1,196 \cdot 10^4$	5	0,2516	0,0498	1,2459
				$2,392 \cdot 10^4$	10	0,4582	0,02734	1,2239
				$4,7839 \cdot 10^4$	20	0,8404	0,01042	1,2053
1,1	$1,680 \cdot 10^{-2}$	0,2826	0,03	$7 \cdot 10^3$	3,9205	0,2014	0,09054	1,2727
				$8,9275 \cdot 10^3$	5	0,2475	0,07366	1,2627
				$1,7855 \cdot 10^4$	10	0,4484	0,04066	1,238
				$3,571 \cdot 10^4$	20	0,8186	0,02228	1,2173
			0,015	$5,3565 \cdot 10^4$	30	1,1678	0,01561	1,2066
				$7 \cdot 10^3$	7,8409	0,4027	0,09056	1,2726
				$8,9275 \cdot 10^3$	10	0,4951	0,07366	1,2628
				$1,7855 \cdot 10^4$	20	0,8968	0,04066	1,238
2	$3,547 \cdot 10^{-2}$	0,2618	0,03	$2,6783 \cdot 10^4$	30	1,2742	0,02862	1,2254
				$7 \cdot 10^3$	8,2773	0,3754	0,1107	1,283
				$8,4569 \cdot 10^3$	10	0,4732	0,08782	1,2711
				$1,6914 \cdot 10^4$	20	0,855	0,0486	1,2449
			0,015	$2,5371 \cdot 10^4$	30	1,2132	0,03426	1,2317
				$7 \cdot 10^3$	16,5545	0,7507	0,1107	1,283
				$8,4569 \cdot 10^3$	20	0,9464	0,08782	1,2711
				$1,2685 \cdot 10^4$	30	1,3363	0,0622	1,2552
3	$5,889 \cdot 10^{-2}$	0,2468	0,03	$7 \cdot 10^3$	13,7405	0,6341	0,1154	1,2805
				$1,0189 \cdot 10^4$	20	0,8829	0,08288	1,2683
				$1,5283 \cdot 10^4$	30	1,2473	0,05866	1,2527
			0,015	$7 \cdot 10^3$	27,4811	1,2861	0,1138	1,2844
				$7,6416 \cdot 10^3$	30	1,3846	0,1057	1,2805

В таблице 5.5 приведены значения выражения (5.63) для различной скорости и концентрации СФИ в трубах диаметром $d = 0,03$ м и $d = 0,015$ м, используемых в напорных ящиках при $Re_n \geq 7 \cdot 10^3$, соответствующему развитой турбулентности. При заданной скорости $V \geq \frac{Re_n \cdot \mu_0}{\rho \cdot d} = \frac{7 \cdot 10^3 \cdot \mu_0}{\rho \cdot d}$ из (5.61) определяется значение динамической скорости u_* , которое подставляется в (5.63). Значение постоянной Кармана χ определяется из формулы (3.26). Из таблицы 5.5 следует, что выражение (5.63) с ошибкой менее 4,5% можно заменить на выражение:

$$\frac{u_{\max}}{V} = 1,27 = \text{const} . \quad (5.64)$$

Для ньютоновских жидкостей выражение аналогично (5.64) имеет вид:

$$\frac{u_{\max}}{V} = 1,19 = \text{const} .$$

Исходя из исследований турбулентности в трубах, в приосевой области трубы согласно рисунку 5.9 будем иметь для ньютоновской жидкости следующие выражения:

$$\frac{u'}{u_{\max}} = B_u = 0,03 \div 0,04 = 0,035 = \text{const} . \quad (5.65)$$

$$\frac{\varepsilon \cdot d}{2 \cdot u_*^3} = B_\varepsilon = 1 = \text{const} . \quad (5.66)$$

Подставляя (5.64) в (5.65), получаем:

$$\frac{u'}{V} = 1,27 \cdot B_u = B_v = 0,045 = \text{const} . \quad (5.67)$$

В осевой области трубы градиент скорости практически равен нулю, поэтому турбулентность близка к изотропной и, следовательно, имеет место формула для выражения диссипации ε через пульсационную скорость u' , поперечный микромасштаб турбулентности λ_g и вязкость массы μ_0 :

$$\varepsilon = 15 \cdot \frac{\mu_0}{\rho} \cdot \frac{u'^2}{\lambda_g^2} . \quad (5.68)$$

Подставляя в (5.68) выражения (5.67) и (5.66), будем иметь:

$$\lambda_g = \sqrt{15 \frac{\mu_0 u'^2}{\rho \cdot \varepsilon}} = \sqrt{\frac{15}{2} \cdot \frac{B_v^2}{B_\varepsilon}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0 \cdot d}{\rho \cdot u_*^3}} \cdot V .$$

Выразим из последней формулы динамическую скорость u_* :

$$u_* = \left(\frac{15}{2} \cdot \frac{B_v^2}{B_\varepsilon} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot d \cdot V^2}{\rho \cdot \lambda_g^2} \right)^{\frac{1}{3}} .$$

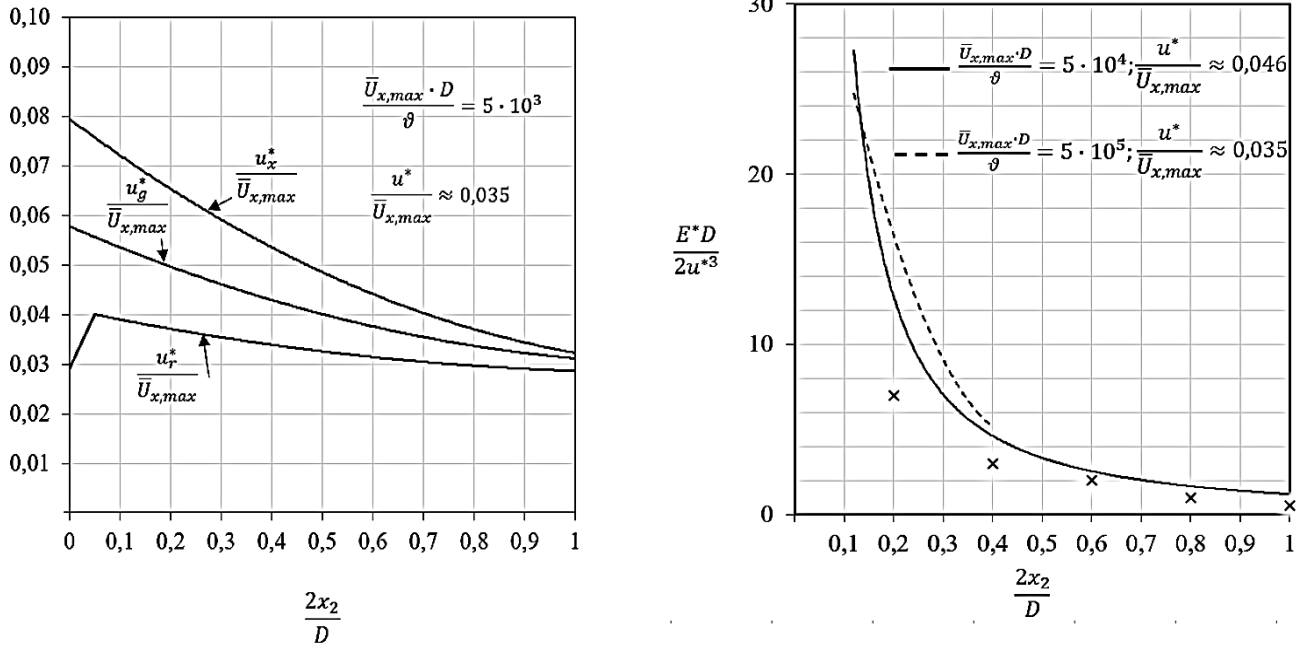


Рис. 5.9. Распределение относительной интенсивности турбулентности (слева) и диссипации (справа) по радиусу трубы

Подставляя это значение в выражение (5.61) и учитывая базовую предпосылку, что поперечный микромасштаб эквивалентен размеру флоккулы $d_f = \lambda_g$, получим уравнение, связывающее размер флоккулы с числом Re:

$$\frac{\chi \cdot \text{Re}^{\frac{1}{3}}}{A_*} \cdot \left(\frac{d_f}{d}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \cdot \ln \left(\text{Re} \cdot \frac{d}{d_f} \right) + \ln \frac{A_*}{2} - \ln \frac{4,6}{\chi} + 3,1, \quad (5.69)$$

где $\text{Re} = \frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu_0}$; $A_* = \left(\frac{15}{2} \cdot \frac{B_V^2}{B_\varepsilon} \right)^{\frac{1}{3}} = \text{const}.$

Волокна частично гасят турбулентность, что сказывается на уменьшении постоянной Кармана χ . Положим, что уменьшение диссипации ε_m для массы по сравнению с ньютоновской жидкостью пропорционально постоянной Кармана:

$$\varepsilon_m = \varepsilon \cdot \frac{\chi}{\chi_H}; \quad \chi_H = 0,4. \quad (5.70)$$

Подставляя (5.70) в (5.66), получим для массы:

$$B_{\varepsilon m} = \frac{\varepsilon_m \cdot d}{2 \cdot u_*^3} = B_\varepsilon \cdot \frac{\chi}{\chi_H}. \quad (5.71)$$

Согласно (5.71) и числовым постоянным (5.66) и (5.67), будем иметь:

$$A_* = \left(\frac{15}{2} \cdot \frac{B_V^2}{B_{\varepsilon m}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{15}{2} \cdot \frac{B_V^2}{B_\varepsilon \cdot \frac{\chi}{\chi_H}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{15}{2} \cdot \frac{0,045^2}{1 \cdot \frac{\chi}{0,4}} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{0,1825}{\chi^{1/3}}.$$

Подставляя значение A_* в (5.69), получим:

$$5,5 \cdot \chi^{\frac{4}{3}} \cdot \text{Re}^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{d_f}{d}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \left[\ln(\chi \cdot \text{Re}) - \ln \frac{d_f}{d} \right] - 0,82. \quad (5.72)$$

Раскрывая число Re и относя размер флоккул к длине волокна, получим из (5.72) зависимость относительного размера флоккул $\frac{d_f}{l}$ от средней скорости массы в трубе, в турбулентном режиме:

$$5,5 \chi^{\frac{4}{3}} \cdot \left(\frac{l}{d}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{\rho \cdot V \cdot d}{\mu_0}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{d_f}{l}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \ln \left(\frac{\rho \cdot V \cdot d \cdot \chi}{\mu_0} - \ln \frac{l}{d} - \ln \frac{d_f}{l} \right) - 0,82 . \quad (5.73)$$

Для плоского канала развёрнутые выражения (5.58) будут иметь вид:

$$\frac{u}{v_*} = \frac{\rho \cdot v_* \cdot H}{\mu_0} \cdot \frac{y}{H} \quad \text{при} \quad \frac{\mu_0}{\rho \cdot v_* \cdot H} \leq \frac{y}{H} \leq \frac{\delta}{H} = \frac{\alpha \mu_0}{\rho \cdot v_* \cdot H} ;$$

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{\chi} \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot H}{\mu_0 \cdot \alpha} \cdot \frac{y}{H} + \alpha \quad \text{при} \quad \frac{\delta}{H} \leq \frac{y}{H} \leq 1 . \quad (5.74)$$

Средняя скорость V определится:

$$V = \frac{Q}{b \cdot h_k} = \frac{2b}{b \cdot h_k} \cdot \int_0^{2H} u \, dy = \frac{1}{H} \int_0^H u \, dy = \int_0^1 u \, d\frac{y}{H} . \quad (5.75)$$

Подставляя (5.74) в (5.75) и пренебрегая при турбулентном течении расходом через тонкий пограничный слой δ , будем иметь при подстановке (5.74) в (5.75):

$$\frac{V}{v_*} = \int_0^1 \frac{u}{v_*} d\frac{y}{H} = \frac{1}{\chi} \int_0^1 \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot H}{\mu_0 \cdot \alpha} \cdot \frac{y}{H} d\frac{y}{H} + \alpha \int_0^1 d\frac{y}{H} = \frac{1}{\chi} \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot H}{\mu_0 \cdot \alpha} \int_0^1 d\frac{y}{H} +$$

$$+ \frac{1}{\chi} \int_0^1 \ln \frac{y}{H} d\frac{y}{H} + \alpha \int_0^1 d\frac{y}{H} = \frac{1}{\chi} \left[\ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot H}{\mu_0 \cdot \alpha} - 1 \right] + \alpha .$$

Окончательно, с учётом (3.21), получим:

$$\frac{\chi V}{v_*} = \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot H}{\mu_0} - \ln \frac{4,6}{\chi} + 3,6 . \quad (5.76)$$

Из выражения (5.74) при $y = H$ следует:

$$\frac{u_{\max}}{v_*} = \frac{1}{\chi} \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot H}{\mu_0 \cdot \alpha} + \alpha = \frac{1}{\chi} \left(\ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot H}{\mu_0} - \ln \frac{4,6}{\chi} \right) + \frac{4,6}{\chi} . \quad (5.77)$$

Вычитая из (5.77) выражение (5.76), получаем:

$$\frac{u_{\max}}{V} = 1 + \frac{1}{\chi} \cdot \frac{v_*}{V} . \quad (5.78)$$

Из таблицы 5.6 следует среднее выражение:

$$\frac{u_{\max}}{V} = 1,16 = \text{const} . \quad (5.79)$$

Исходя из исследований турбулентности в плоских каналах ньютоновских жидкостей, будем иметь в осевой области канала:

$$\frac{u'}{u_{\max}} = B_u = 0,035 = \text{const} ; \quad (5.80)$$

$$\frac{\varepsilon \cdot h_k}{2 \cdot v_*^3} = B_\varepsilon = 1 = \text{const} . \quad (5.81)$$

Подставляя (5.80) в (5.79), получим:

$$\frac{u'}{V} = 1,16 \cdot B_u = B_v = 0,041 . \quad (5.82)$$

Подставляя в (5.68) выражения (5.81) и (5.82), получим:

$$v_* = \left(\frac{15}{2} \cdot \frac{B_V^2}{B_E} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot h_K \cdot V^2}{\rho \cdot \lambda_g^2} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (5.83)$$

Таблица 5.6. Значения отношения максимальной скорости к средней, динамической скорости, и относительной толщины пограничного слоя СФИ различной концентрации в плоском канале высотой $h_K=0,03$ м и $h_K=0,015$ м

с, %	μ_0 , Па·с	χ	h_K , м	Re	V, м/с	v_* , м/с	$\frac{\delta}{H}$	$\frac{u_{\max}}{V}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,5	$6,271 \cdot 10^{-3}$	0,307	0,03	$1,4 \cdot 10^4$	1,4632	0,074	0,08465	1,1647
				$4,784 \cdot 10^4$	5	0,2151	0,02912	1,1401
				$9,5678 \cdot 10^4$	10	0,3963	0,01581	1,1291
				$1,9135 \cdot 10^5$	20	0,7341	0,008533	1,1196
			0,015	$1,4 \cdot 10^4$	2,9264	0,148	0,08465	1,1647
				$2,392 \cdot 10^4$	5	0,235	0,05331	1,1531
				$4,784 \cdot 10^4$	10	0,4302	0,02912	1,1401
				$9,5678 \cdot 10^4$	20	0,7925	0,01581	1,1291
1,1	$1,680 \cdot 10^{-2}$	0,2826	0,03	$1,4 \cdot 10^4$	3,9205	0,1669	0,1092	1,1506
				$1,7855 \cdot 10^4$	5	0,2303	0,07917	1,163
				$3,571 \cdot 10^4$	10	0,4195	0,04346	1,1484
				$7,142 \cdot 10^4$	20	0,7697	0,02369	1,1362
			0,015	$1,4 \cdot 10^4$	7,8409	0,3738	0,09755	1,1687
				$1,7855 \cdot 10^4$	10	0,4606	0,07917	1,163
				$3,571 \cdot 10^4$	20	0,8391	0,04346	1,1485
				$5,3566 \cdot 10^4$	30	1,1957	0,0305	1,141
2	$3,547 \cdot 10^{-2}$	0,2618	0,03	$1,4 \cdot 10^4$	8,2773	0,3738	0,1112	1,1725
				$1,6914 \cdot 10^4$	10	0,4394	0,09457	1,1678
				$3,3828 \cdot 10^4$	20	0,7987	0,05203	1,1525
				$5,0742 \cdot 10^4$	30	1,1368	0,03655	1,1447
			0,015	$1,4 \cdot 10^4$	16,5545	0,7476	0,1111	1,1725
				$1,6914 \cdot 10^4$	20	0,8788	0,09457	1,1678
				$2,537 \cdot 10^4$	30	1,2453	0,06674	1,1586

Подставляя (5.83) в (5.76) и учитывая, что $\lambda_g=d_f$, получим:

$$\frac{\chi}{A_*} \left(\frac{\rho \cdot h_K \cdot V}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{d_f}{h_K} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \cdot \left(\ln \frac{\rho \cdot h_K \cdot V}{\mu_0} - \ln \frac{d_f}{h_K} \right) + \ln \frac{A_*}{2} - \ln \frac{4,6}{\chi} + 3,6, \quad (5.84)$$

где $A_* = \left(\frac{15}{2} \cdot \frac{B_V^2}{B_\varepsilon} \right)^{\frac{1}{3}}$.

Согласно (5.71) и числовым постоянным (5.81) и (5.82):

$$A_* = \left(\frac{15}{2} \cdot \frac{B_V^2}{B_{\varepsilon m}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{15}{2} \cdot \frac{B_V^2}{B_\varepsilon \cdot \frac{\chi}{\chi_H}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{15}{2} \cdot \frac{0,041^2}{1 \cdot \frac{\chi}{0,4}} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{0,1715}{\chi^{1/3}}.$$

Подставляя значение A_* в (5.84) и относя размер флокул к длине волокна, получим зависимость относительного размера флокул $\frac{d_f}{l}$ от средней скорости массы в плоском канале в турбулентном режиме:

$$5,83 \chi^{\frac{4}{3}} \cdot \left(\frac{l}{h_k} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{\rho \cdot V \cdot h_k}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{d_f}{l} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \left(\ln \frac{\rho \cdot V \cdot h_k \cdot \chi}{\mu_0} - \ln \frac{l}{h_k} - \ln \frac{d_f}{l} \right) - 0,38. \quad (5.85)$$

Уравнения (5.39), описывающие динамику разрушения флокулированного стержня, выполняются при условии, что радиус стержня r_l больше радиуса флокулы r_{fc} , находящейся в стержне, на величину размера длины волокон l , окружающих флокулу:

$$r_l \geq r_{fc} + l \quad \text{или} \quad \frac{d_l}{l} \geq \frac{d_{fc}}{l} + 2. \quad (5.86)$$

Минимальный размер флокул в стержне имеет порядок половины длины волокна $\frac{d_{fc}}{l} \geq 0,5$. Подставляя это значение в (5.86), получим:

$$\frac{d_l}{l} \geq 2,5. \quad (5.87)$$

Условие (5.87) является ограничением применимости формул (5.39) стержневого течения и физически означает, что если диаметр трубы d или канала h_k имеют размеры:

$$d \leq 2,5 l; \quad h_k \leq 2,5 l, \quad (5.88)$$

то стержень не будет диспергироваться по схеме рисунка 5.7, путём выдирания из него волокон, а будет распадаться на флокулы в переходном режиме течения, которые диспергируются как отдельные сгустки волокон, в соответствии с формулами (5.73) и (5.85) переходного и турбулентного режимов течения.

Применимость формул (5.47) и (5.54) диспергирования флокул в ламинарном режиме течения ограничена условием, что максимальный размер канала, в котором флокула является одиночным сгустком, а не стержнем, равен максимальному размеру флокулы $d_{f_{\max}}$ плюс две длины волокна:

$$\frac{d}{l} \leq \frac{d_{f_{\max}}}{l} + 2. \quad (5.89)$$

Учитывая, что $\frac{d_{f_{\max}}}{l} = 5,5$ будем иметь из (5.89) условие применимости формулы (5.47) и (5.54):

$$\frac{d}{l} \leq 7,5; \quad \frac{h_k}{l} \leq 7,5, \quad (5.90)$$

В соответствии с ограничением (5.87), процесс диспергирования массы в турбулентном режиме течения будет определяться разрушением флокул, а не стержня, то есть формулами (5.73) или (5.85), но не формулами для

турбулентного режима со стержневым течением (5.30) или (5.39). Число Re_{ft} , соответствующее турбулентному течению с флоккулами, имеет значение:

$$Re_{ft} = \frac{\rho \cdot d \cdot V_{ft}}{\mu_0} = 4 \cdot 10^3. \quad (5.91)$$

Таблица 5.7. Значения гидродинамических параметров течения СФИ в трубах диаметром $1-3 \cdot 10^{-2}$ м в ламинарном, переходном и турбулентном режимах

$d=3 \cdot 10^{-2}$ м; $\varepsilon=0,2$ мм; $\frac{d_{\text{ЛЛО}}}{d} = 0,9867$; $\frac{d_{\text{ЛО}}}{l} = 14,8005$; $\frac{d}{l} = 15$; $K_d = 0,5$								
C, %	V_0 , м/с	V_p , м/с	$\frac{d_{\text{ЛРР}}}{d}$	$\frac{d_{\text{ЛР}}}{l}$	V_t , м/с	$\frac{d_{\text{ft}}}{d}$	$\frac{d_{\text{ft}}}{l}$	n
0,5	0,0447	0,5031	0,3382	5,073	0,8709	0,1515	2,2726	-1,4635
1,1	0,4423	1,5507	0,5553	8,3295	2,6842	0,1657	2,4851	-2,2043
2	2,3095	3,8646	0,7761	11,6415	6,6896	0,1782	2,6736	-2,6812
3	6,8439	7,4587	0,9473	14,2095	12,911	0,1875	2,8123	-2,9523
$d=1,5 \cdot 10^{-2}$ м; $\varepsilon=0$; $\frac{d_{\text{FO}}}{d} = 0,7333$; $\frac{d_{\text{FO}}}{l} = 5,5$; $\frac{d}{l} = 7,5$; $K_d = 0$								
C, %	V_{0f} , м/с	V_{fp} , м/с	$\frac{d_{\text{fPP}}}{d}$	$\frac{d_{\text{fp}}}{l}$	V_{ft} , м/с	$\frac{d_{\text{ft}}}{d}$	$\frac{d_{\text{ft}}}{l}$	n
0,5	0,4874	0,9616	0,364	2,73	1,6645	0,1533	1,1496	-1,5763
1,1	1,8	2,5763	0,5088	3,8159	4,4596	0,1737	1,3026	-1,9588
2	4,4522	5,4393	0,5983	4,4874	9,4154	0,1947	1,4605	-2,0457
3	7,9477	9,0295	0,6443	4,832	15,6301	0,2126	1,5945	-2,0206
$d=1 \cdot 10^{-2}$ м; $\varepsilon=0$ мм; $\frac{d_{\text{FO}}}{d} = 3$; $\frac{d_{\text{FO}}}{l} = 0,6$; $K_d=0$; $\frac{d}{l} = 5$								
C, %	V_{0f} , м/с	V_{fp} , м/с	$\frac{d_{\text{fPP}}}{d}$	$\frac{d_{\text{fp}}}{l}$	V_{ft} , м/с	$\frac{d_{\text{ft}}}{d}$	$\frac{d_{\text{ft}}}{l}$	n
0,5	0,3909	0,9	0,2	1	2,4966	0,1553	0,7764	-0,2481
1,1	1,4436	3,33	0,2	1	6,6894	0,1737	0,8684	-0,2023
2	3,5706	8,159	0,312	1,56	14,0713	0,1949	0,9746	-0,8573
3	6,3738	13,5442	0,522	2,61	23,445	0,2126	1,063	-1,6371

В соответствии с ограничением (5.90) при средней длине волокна $l = 2 \cdot 10^{-3}$ м процесс диспергирования массы в ламинарном режиме течения будет определяться формулами ламинарного стержневого течения (5.30) или (5.39) при диаметре или высоте каналов более 15 мм. При диаметре $d \leq 15$ мм или высоте канала $h_k \leq 15$ мм процесс диспергирования будет определяться формулами для флоккул (5.47) или (5.54). В соответствии с ограничениями в таблице 5.7 приведены значения гидродинамических параметров течения СФИ в трубах диаметром 10–30 мм. Для трубы $d = 30$ мм значения параметров V_0 , V_p и V_t стержневого ламинарного течения брались из таблицы 5.3, а параметры

турбулентного течения d_{ft}/l определялись для флокул согласно (5.73). Для труб $d = 15$ мм и $d = 10$ мм параметры ламинарного течения флокулированного течения V_{of} , V_{fp} , d_{fp}/l определялись по формуле (5.47), а турбулентного согласно (5.73).

Согласно данным таблицы 5.3 и 5.7 на рисунке 5.10 представлены динамика распада флокулированного стержня и флокул в ламинарном, переходном и турбулентном режимах течения.

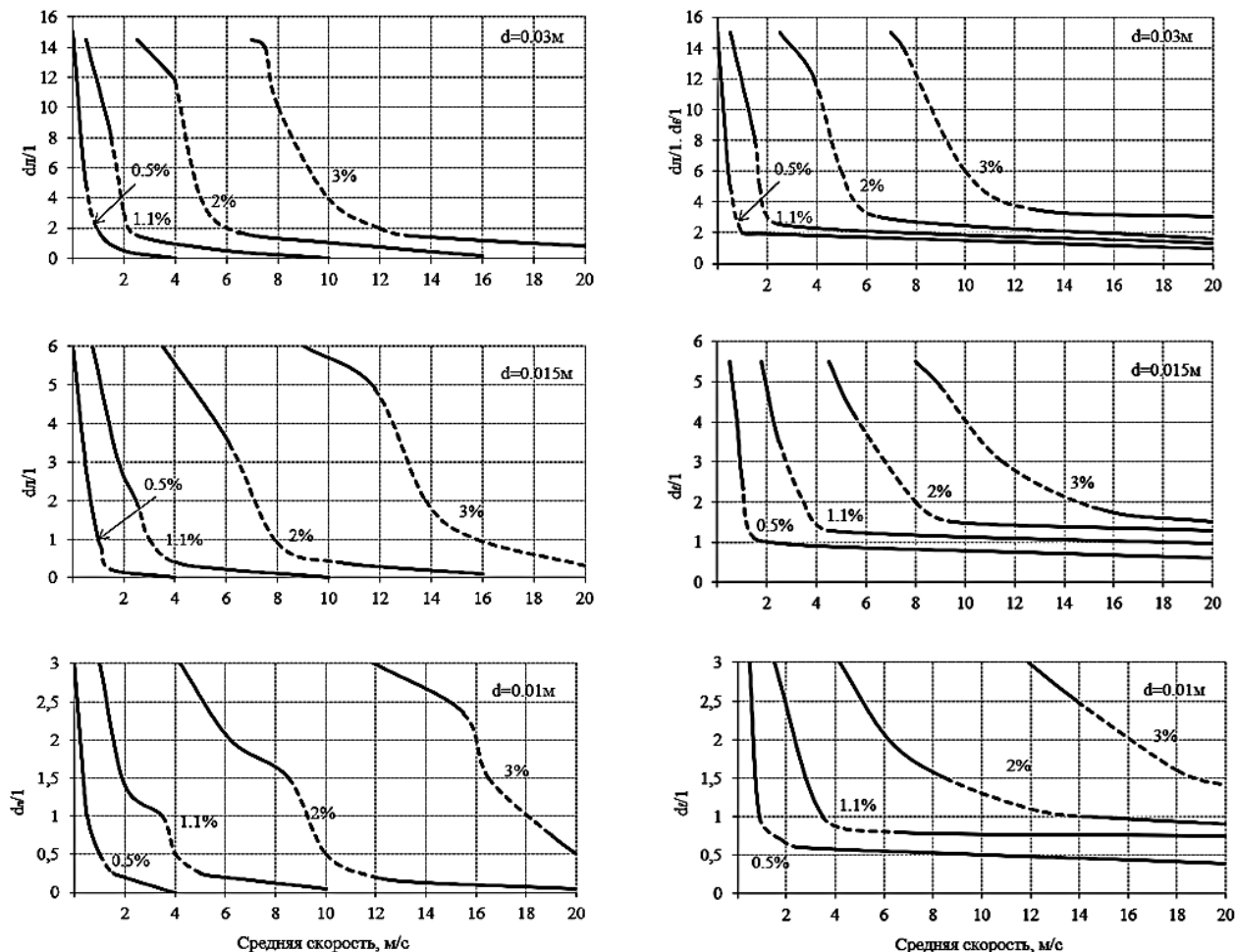


Рис. 5.10. Зависимость относительного диаметра стержня d_r/l и относительного диаметра флокул d_f/l от средней скорости СФИ концентрацией 0,5÷3% в трубах диаметром 0,03-0,01 м в ламинарном, переходном (штриховая линия) и турбулентном режимах течения

Рис. 5.10 (правая колонна) показывает, что полную дисперсность ($d_f/l = 0,5$) СФИ можно обеспечить для концентрации $C = 0,5\%$ в трубе диаметром 10 мм при средней скорости $V \geq 10$ м/с. Учитывая, что в практике диаметры труб напорных ящиков более 12 мм, отсюда следует, что полной дисперсией потока при концентрации массы $C \geq 0,5\%$ в трубках обеспечить нельзя при реальных скоростях работы машин.

Для повышения степени дисперсности массы в современных напорных ящиках устанавливаются генераторы турбулентности, обеспечивающие

однородный турбулентный профиль скорости по ширине напорного ящика. Генераторы турбулентности выполнены в виде ступенчатых диффузоров, переходящих с круглого на прямоугольное сечение для уменьшения струйности течения (рис. 5.11).

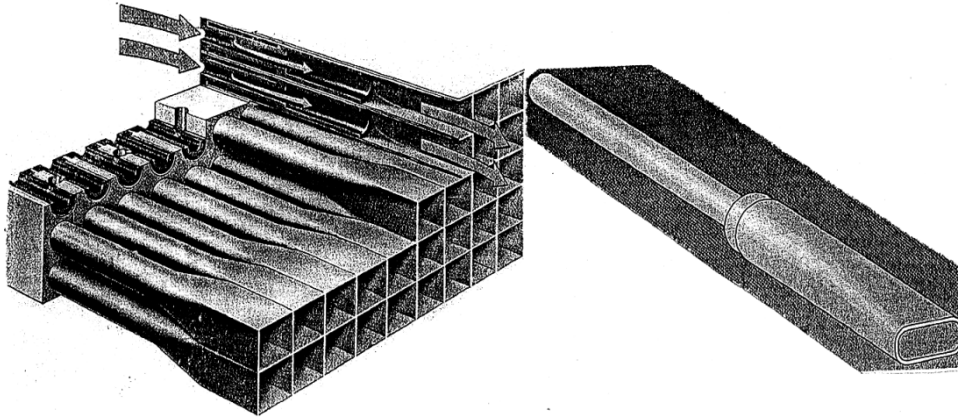


Рис. 5.11. Генератор турбулентности со ступенчатым диффузором и один из разновидностей ступенчатого диффузора

Рассмотрим процесс диспергации в ступенчатом диффузоре. На рисунке 5.12 изображена схема распределения скорости в ступенчатом диффузоре.

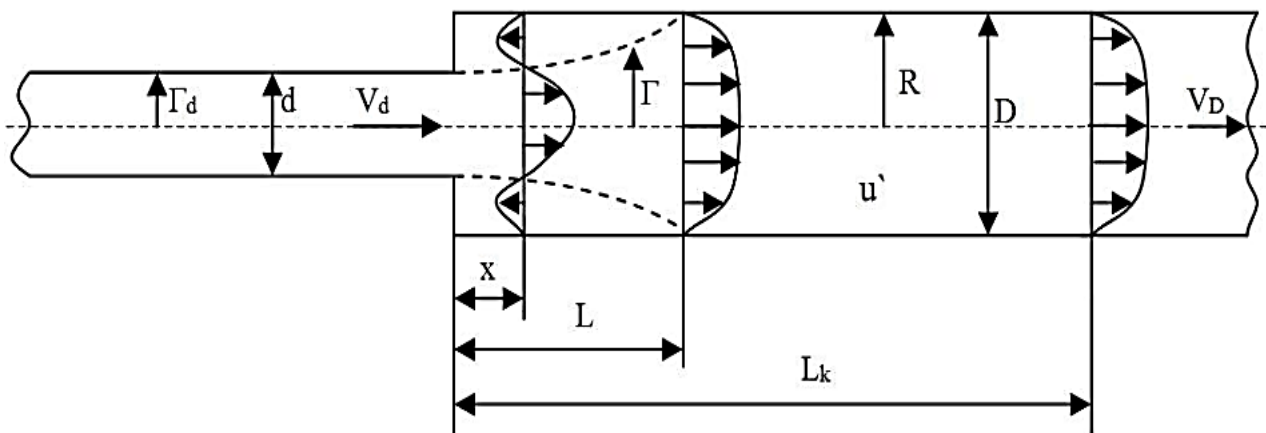


Рис. 5.12. Схема распределения скорости в ступенчатом диффузоре

Согласно теории турбулентных струй, радиус струи r пропорционален расстоянию $x^{\frac{1}{3}}$ от начала расширения: $r \sim x^{\frac{1}{3}}$.

Из последнего выражение для рисунка 5.12 следует:

$$r = r_d + A \cdot x^{\frac{1}{3}}; \quad R = r_d + A \cdot L^{\frac{1}{3}}. \quad (5.92)$$

Для определения коэффициента A в (5.92) воспользуемся выражением для длины L зоны отрывных течений:

$$\frac{L}{R - r_d} = 4. \quad (5.93)$$

Подставляя (5.93) во второе выражение (5.92), получим:

$$A = 0,63 \cdot (R - r_d)^{\frac{2}{3}}.$$

Подставляя это значение в первое выражение (5.92), получим зависимость радиуса струи r от расстояния x от начала расширения:

$$\frac{r}{R} = \frac{r_d}{R} + 0,63 \left(1 - \frac{r_d}{R}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{x}{R}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (5.94)$$

Из (5.94) при $r = R$ определится длина зоны с отрывными течениями:

$$L = 2D \left(1 - \frac{d}{D}\right). \quad (5.95)$$

Длина зоны L_k , в конце которой поток приобретает параметры, характерные для трубы диаметра D , определится:

$$L_k = 25D. \quad (5.96)$$

При входе в зону расширения вследствие положительного градиента давления интенсивность турбулентности резко повышается и сохраняет высокое значение на расстоянии L_t , после чего начинает затухать и на расстоянии L_k , согласно (5.96), приобретает значение, соответствующее трубе диаметра D .

Длина зоны сохранения высокой интенсивности турбулентности, согласно [133], находится в пределах:

$$L_t = (6,5 \div 7)D = 7D. \quad (5.97)$$

Таким образом, согласно (5.95) и (5.97) зона x устойчивых значений турбулентности находится в пределах:

$$2D \left(1 - \frac{d}{D}\right) \leq x \leq 7D. \quad (5.98)$$

Для этой зоны будет действительна формула (5.68):

$$\lambda_g = \sqrt{\frac{15 \cdot \mu_0 \cdot u'^2}{\rho \cdot \varepsilon}}.$$

Диссипацию энергии ε определим согласно [141] из выражения:

$$\varepsilon = \frac{A_w \cdot u'^3}{L_2}, \quad (5.99)$$

где $A_w = f(Re_T)$; $Re_T = \frac{\rho \cdot u' \cdot L_2}{\mu_0}$ – число Рейнольдса турбулентности; L_2 – поперечный интегральный масштаб турбулентности.

Зависимость $A_w = f(Re_T)$ согласно представлена на рисунке 5.13.

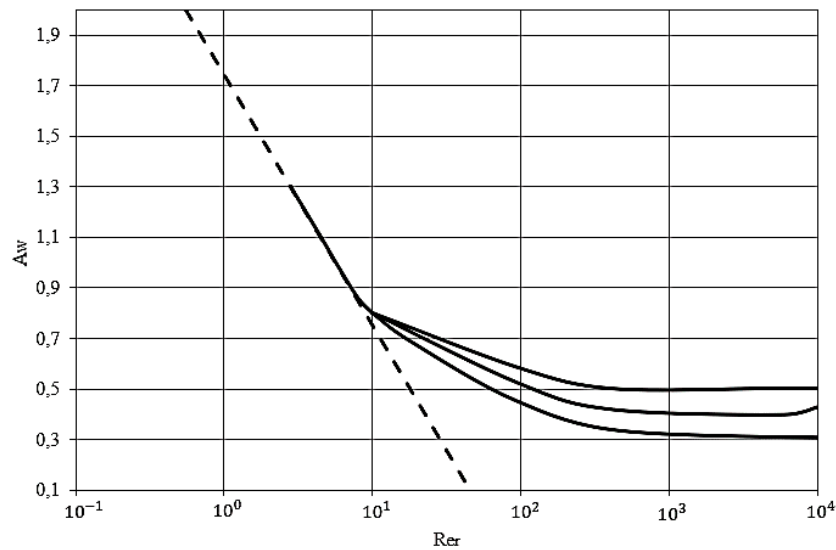


Рис. 5.13. Зависимость коэффициента A_w в формуле (5.99) от числа Re_T

Поскольку, согласно (5.91), значения чисел Re лежат в области $Re \geq 4 \cdot 10^3$, из рисунка 5.13 следует, что $A_w = 0,4 \div 0,5$. Примем:

$$A_w = 0,45 . \quad (5.100)$$

Для интегрального поперечного масштаба турбулентности в трубе имеем выражения:

$$B_L = \frac{L_2}{D} = 0,12 \div 0,22; \quad B_L = \frac{L_2}{D} = 0,1 \div 0,2 .$$

Откуда примем среднее значение:

$$B_L = \frac{L_2}{D} = 0,15 . \quad (5.101)$$

Аналогично формуле (5.67) будем иметь:

$$\frac{u'}{v_d} = B_d , \quad (5.102)$$

где u' – пульсационная скорость в зоне L_t .

Коэффициент B_d должен зависеть от сопротивления ступенчатого диффузора ζ , который в свою очередь зависит от степени расширения определяется:

$$\zeta = \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]^2 \quad (5.103)$$

Определим B_d степенной функцией:

$$B_d = B_v + A \cdot \zeta^n , \quad (5.104)$$

где, согласно (5.67), $B_v = 0,05$ при $\zeta = 0$. Коэффициент A и показатель степени n в (5.104) определим из экспериментальных данных:

Согласно [142], $B_d = 0,2 \div 0,25$ при $\frac{d}{D} = 0,5$; $\zeta = 0,56$.

Согласно [133], $B_d = 0,5$ при $\frac{d}{D} = 0$; $\zeta = 1$.

Подставляя числовые значения в (5.104), получаем:

$$B_d = 0,05 + 0,47\zeta^{1,6} = 0,05 + 0,47 \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]^{3,2}. \quad (5.105)$$

Подставим формулу (5.99) в выражение для микромасштаба турбулентности (5.68) и учтём выражения (5.101) и (5.102):

$$\lambda_g = \sqrt{\frac{15 \cdot \mu_0 \cdot u'^2}{\rho \cdot \varepsilon}} = \sqrt{\frac{15 \cdot \mu_0 \cdot u'^2 \cdot L_2}{\rho \cdot A_w \cdot u'^3}} = \sqrt{\frac{15 \cdot \mu_0 \cdot L_2}{\rho \cdot A_w \cdot u'}} = \sqrt{\frac{15 \cdot B_L}{A_w \cdot B_d}} = \sqrt{\frac{D \cdot \mu_0}{\rho \cdot V_d}}.$$

Учитывая, согласно базовой предпосылке, что микромасштаб λ_g эквивалентен диаметру флоккулы d_f , получим из последнего выражения:

$$\frac{d_f}{d} = \sqrt{\frac{15 \cdot B_L}{A_w \cdot B_d}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho \cdot V_d \cdot d}} \cdot \sqrt{\frac{D}{d}} = \sqrt{\frac{15 \cdot B_L}{A_w \cdot B_d}} \cdot \sqrt{\frac{1}{\frac{d}{D}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{Re_d}}, \quad (5.106)$$

где $Re_d = \frac{\rho \cdot V_d \cdot d}{\mu_0}$.

Подставляя в (5.106) выражение (5.105) и числовые значения (5.100) и (5.101), получим:

$$\frac{d_f}{d} = \sqrt{\frac{5}{\left\{ 0,05 + 0,47 \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]^{3,2} \right\} \cdot \frac{d}{D}}} \cdot \sqrt{\frac{1}{Re_d}}. \quad (5.107)$$

Если представить число Re_d как параметр, то уравнение (5.107) определяет зависимость относительно размера флокул d_f/d после расширения в зоне L_t от степени расширения диффузора d/D .

На рисунке 5.14 представлена эта зависимость при различных числах Re_d , показывающая минимум флокуляции при расширении $\frac{d}{D} = 0,4$. В промышленных диффузорах (рис. 5.11) используется расширение $\frac{d}{D} = 0,5$. На рисунке 5.15 приведено сравнение зависимостей относительного размера флокул $\frac{d_f}{d}$ от числа Re_d в подводящей трубе ступенчатого диффузора, согласно (5.72) и зависимости (5.107) при фиксированном расширении $\frac{d}{D} = 0,5$. Сравнение показывает, насколько увеличивается степень дисперсности массы в ступенчатом диффузоре по сравнению со степенью дисперсности в подводящей трубе.

Запишем уравнение (5.107) при промышленном значении расширения $d/D = 0,5$ и отнесём размер флокул к длине волокна:

$$\frac{d_f}{l} = 6,493 \sqrt{\frac{d}{l}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho \cdot V_d \cdot l}}. \quad (5.108)$$

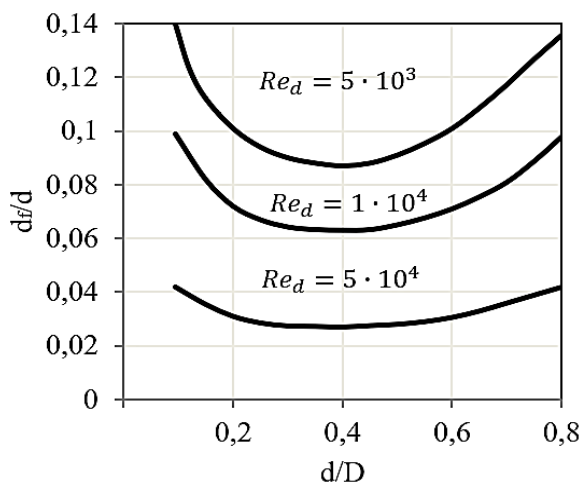


Рис. 5.14. Зависимости относительного размера флокул от степени расширения диффузора при различных числах Re_d

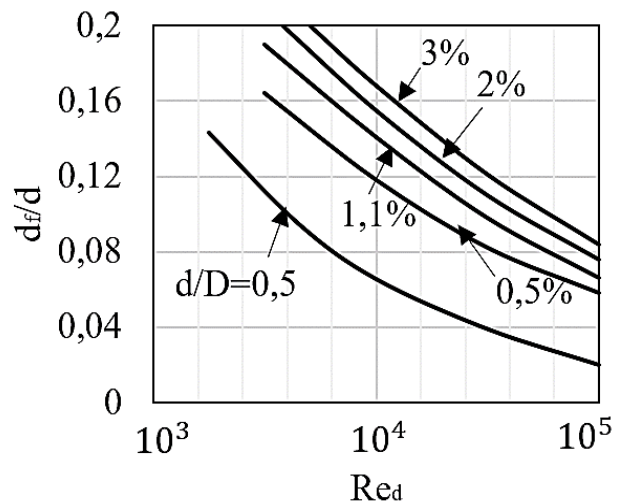


Рис. 5.15. Сравнения зависимостей относительного размера флокул от числа Re_d в трубах и ступенчатом диффузоре с расширением $d/D = 0,5$

На рисунке 5.16 представлены зависимости (5.108) относительного размера флокул d_f/l после расширения потока в ступенчатом диффузоре в зоне (5.98) от скорости массы V_d в подводящей трубе диффузора.

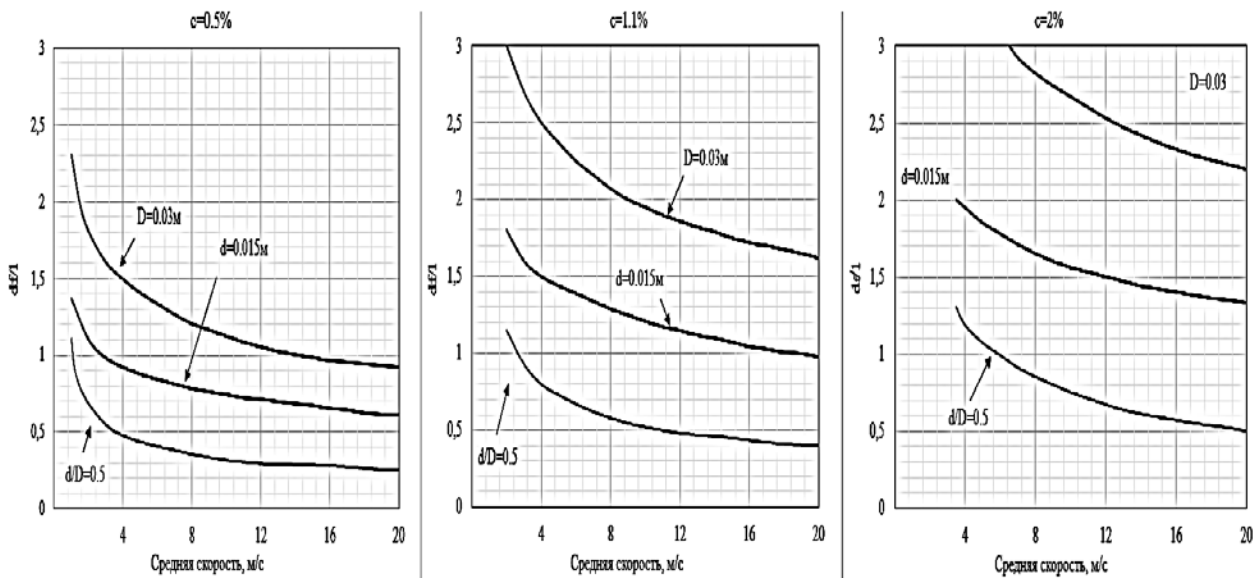


Рис. 5.16. Зависимости относительно размера флокул $\frac{d_f}{l}$ после расширения потока в ступенчатом диффузоре $\frac{d}{D} = 0,5$ от средней скорости в подводящей трубке диаметром $d = 0,015$ м, а также зависимости относительного размера флокул от средней скорости в отдельных трубках диаметром $d = 0,015$ мм и $D = 0,03$ м

Для сравнения на рисунке 5.16 представлены аналогичные зависимости в отдельных трубах (необъединённых в диффузор) диаметром $d = 15$ мм и $D = 30$ мм, согласно формуле (5.73).

Рис. 5.16 показывает, насколько повышается степень дисперсности массы в ступенчатом диффузоре по сравнению со степенью дисперсности массы в отдельных трубах, составляющих диффузор, а также показывает значение скорости V_d в подводящей трубке, необходимой для полной дисперсности массы $\frac{d_f}{l} \leq 0,5$ при различной её концентрации.

После диспергирования флокул в ступенчатых диффузорах масса выходит из трубного пучка в напускной канал, где струи, выходящие из каждой трубки, имеющей на выходе прямоугольное или эллипсовидное сечение (рис. 5.11), сливаются в единый поток.

5.5. Рефлокуляция массы в напускном канале

Рассмотрим турбулентное течение массы, выходящей из диффузорного блока в конфузорный напускной канал напорного ящика (рис. 5.17). Интенсивная турбулентность, сгенерированная в диффузорном блоке, не сможет поддерживаться в конфузорном канале, вследствие чего начнёт вырождаться. В соответствии с теорией турбулентности за решётками, слияние струй, выходящих из диффузоров, происходит на расстоянии $x_0 = (10 \div 15) \cdot M$, где M – средний размер прямоугольной или эллипсовидной ячейки конца диффузора.

В соответствии с рис. 5.18, на котором представлен диффузорный блок ящика скоростной бумагоделательной машины, средний размер ячейки: $M = \frac{29+16,5}{2} = 23$ мм. В соответствии с этим, зона слияния струй $x_0 = 10 \cdot M = 230$ мм.

Рис. 5.19, на котором приведено экспериментальное изменение профиля скорости на различных расстояниях от диффузорного блока, показывает тот же результат (среднеквадратичное отклонение 3 % на расстоянии $x_0 = 220$ мм).

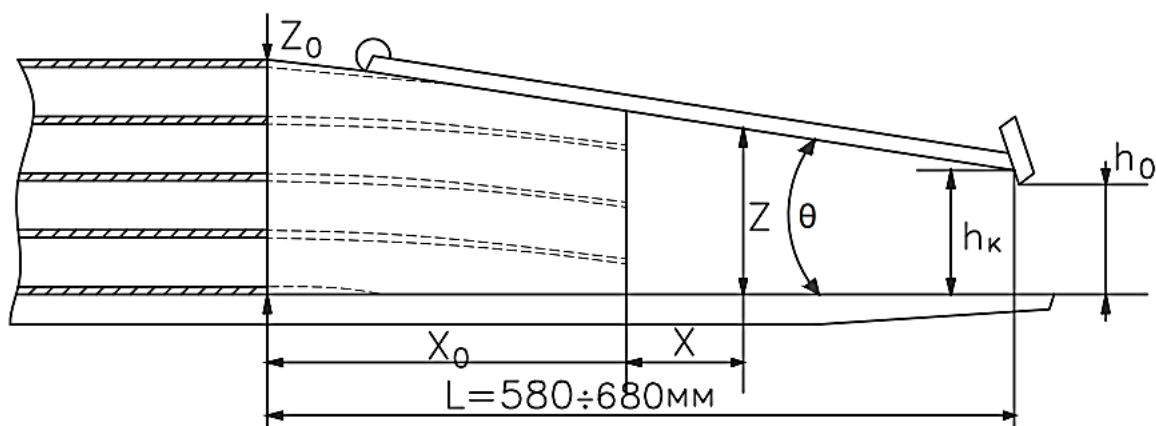
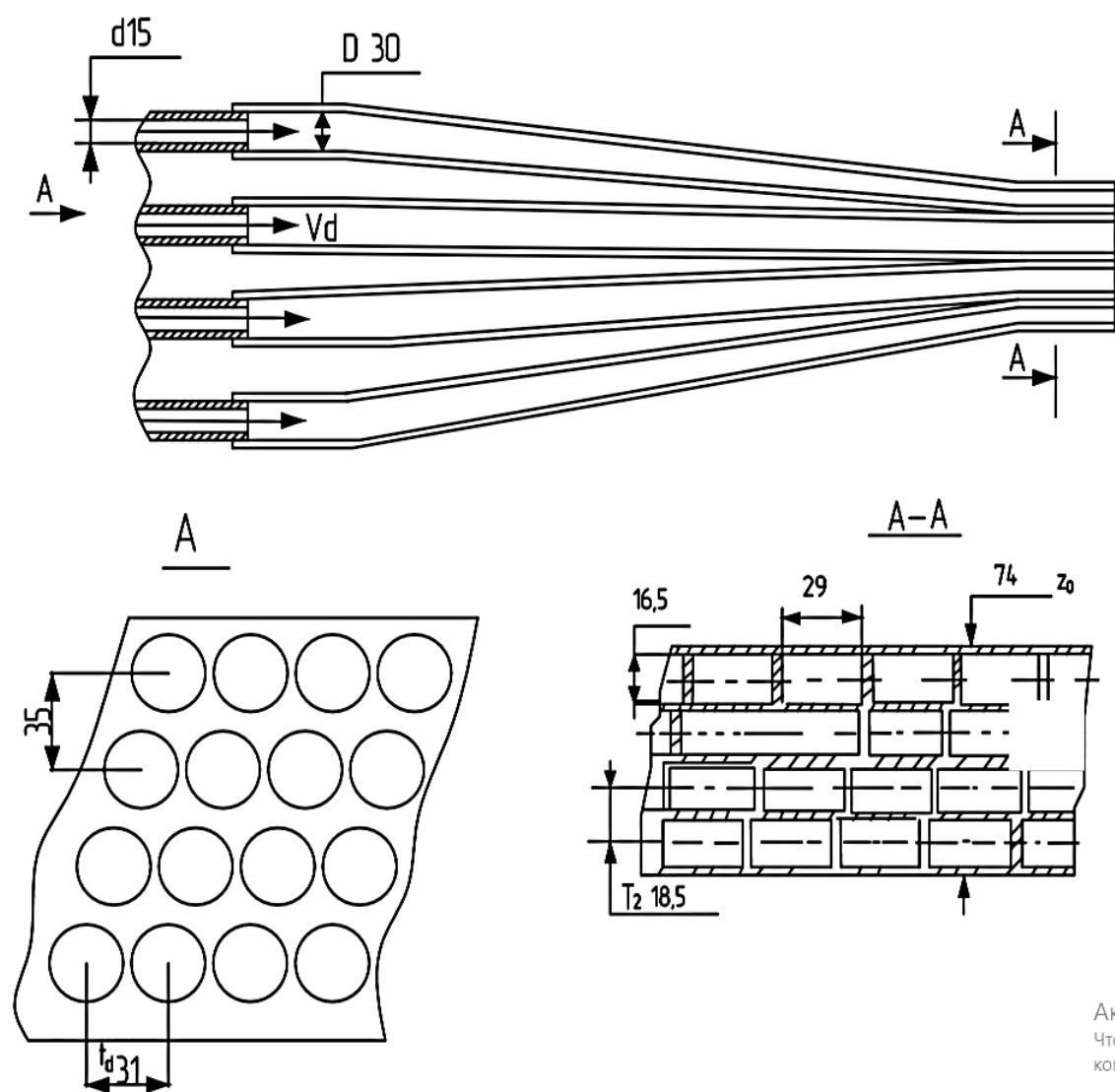


Рис. 5.17. Схема напускного канала напорного ящика и конец блока ступенчатых диффузоров



Ак
Что
ков

Рис. 5.18. Диффузорный блок напорного ящика скоростной бумагоделательной машины

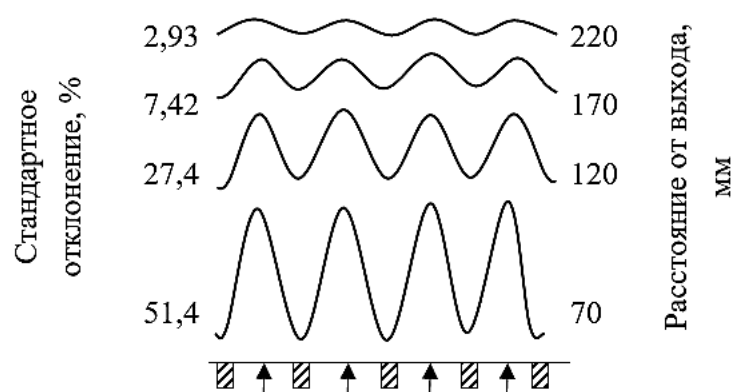


Рис. 5.19. Изменение профиля скорости в напускном канале на различных расстояниях от диффузорного блока

Изменение микромасштаба турбулентности λ_g при её вырождении в зависимости от времени t определится выражением:

$$\lambda_g = \sqrt{A \frac{\mu}{\rho} \cdot t + \text{const}}, \quad (5.109)$$

где $A = 4 \div 10$.

Согласно концепции, что размер флоккул эквивалентен микромасштабу турбулентности из выражения (5.109), следует:

$$d_k = \sqrt{d_f^2 + A \frac{\mu}{\rho} \cdot t}, \quad (5.110)$$

где d_k и d_f , соответственно, размер флоккул в конце и начале напускного канала, t - время прохождения массы через напускной канал.

Напускной канал является конфузором, в котором присутствует продольный положительный градиент скорости $\frac{dV}{dx}$ существенно увеличивающий скорость вырождения турбулентности, которая зависит от параметра ускорения K_y :

$$K_y = \frac{\mu}{\rho \cdot V^2} \cdot \frac{dV}{dx}. \quad (5.111)$$

Если $K_y < 31 \cdot 10^{-6}$, то турбулентная энергия потока вытекающего из диффузорного блока подпитывается энергией генерируемой стенками канала, если $K_y \geq 3 \cdot 10^{-6}$ – подпитка исчезает, и турбулентность быстро вырождается.

Высота напускного канала z на расстоянии x определится (рис. 5.17):

$$z = z_0 - (x + x_0) \cdot \text{tg}\theta, \quad (5.112)$$

где z_0 – высота конца диффузорного блока,

$$x_0 = 10 \cdot M = 0,23 \text{ м.}$$

Средняя скорость в сечении z определяется:

$$V_z = \frac{Q}{b \cdot z} = \frac{Q}{b} \cdot \frac{1}{z_0 - (x + x_0) \cdot \text{tg}\theta}, \quad (5.113)$$

где $\frac{Q}{b}$ – расход на единицу ширины ящика.

Подставим (5.113) в выражение (5.111):

$$K_y = \frac{\mu_0}{\rho \cdot V_0^2} \cdot \frac{dV_z}{dx} = \frac{\mu_0 [z_0 - (x + x_0) \cdot \text{tg}\theta]^2}{\rho \cdot \left(\frac{Q}{b}\right)^2} \cdot \frac{Q}{b} \cdot \frac{1}{z_0 - (x + x_0) \cdot \text{tg}\theta} = \frac{\mu_0}{\rho} \cdot \frac{\text{tg}\theta}{Q/b}. \quad (5.114)$$

С другой стороны, расход на единицу ширины ящика определяется:

$$\frac{Q}{b} = \frac{b_{\text{нак}}}{b} \cdot V_{\text{нак}} \cdot \frac{q}{\rho} \cdot \frac{C_{\text{нак}}}{C - C_R}, \quad (5.115)$$

где $b_{\text{нак}}$ – ширина машины на накате; $V_{\text{нак}}$ – скорость машины по накату; q – масса м^2 полотна; $C_{\text{нак}}$ – сухость полотна на накате; C , C_R – соответственно, концентрация массы в ящике и регистровой воды.

Подставляя в (5.15) значения:

$$\frac{b_{\text{нак}}}{b} = \frac{1}{1,1}; [V_{\text{нак}}] = \frac{\text{м}}{\text{мин}}; [q] = \frac{\text{г}}{\text{м}^2}; C_{\text{нак}} = 94\%; [C_R] = \%; [C] = \%; [\rho] = 1 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3},$$

будем иметь из (5.115):

$$\frac{Q}{b} = 1,47 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{q \cdot V_{\text{нак}}}{C - C_R}; \quad (5.116)$$

$$\frac{Q}{b} = \frac{1,47 \cdot 10^{-6} \cdot 80 \cdot V_{\text{нак}}}{C-0,12} = \frac{1,176 \cdot 10^{-4} \cdot V_{\text{нак}}}{C-0,12} \quad \text{при } q = 80 \frac{\text{г}}{\text{м}^2}. \quad (5.116^*)$$

Подставляя (5.116*) в (5.114), получим:

$$K_y = 8,5 \cdot \mu_0 \cdot (C - 0,12) \cdot \frac{\text{tg} \theta}{V_{\text{нак}}}. \quad (5.117)$$

Подставляя в (5.117) критическое значение $K_{y_{\text{кр}}} = 3 \cdot 10^{-6}$, при котором турбулентность перестаёт поддерживаться стенками канала, получим из (5.117) критическое значение угла $\theta_{\text{кр}}$:

$$\theta_{\text{кр}} = \frac{180}{\pi} \cdot \text{arctg} \frac{K_{y_{\text{кр}}} \cdot V_{\text{нак}}}{8,5 \cdot \mu_0 (C - 0,12)} = \frac{180}{\pi} \cdot \text{arctg} \frac{3,57 \cdot 10^{-7} \cdot V_{\text{нак}}}{\mu_0 (C - 0,12)}. \quad (5.118)$$

С учётом (2.44), на рисунке 5.20 представлена зависимость (5.118):

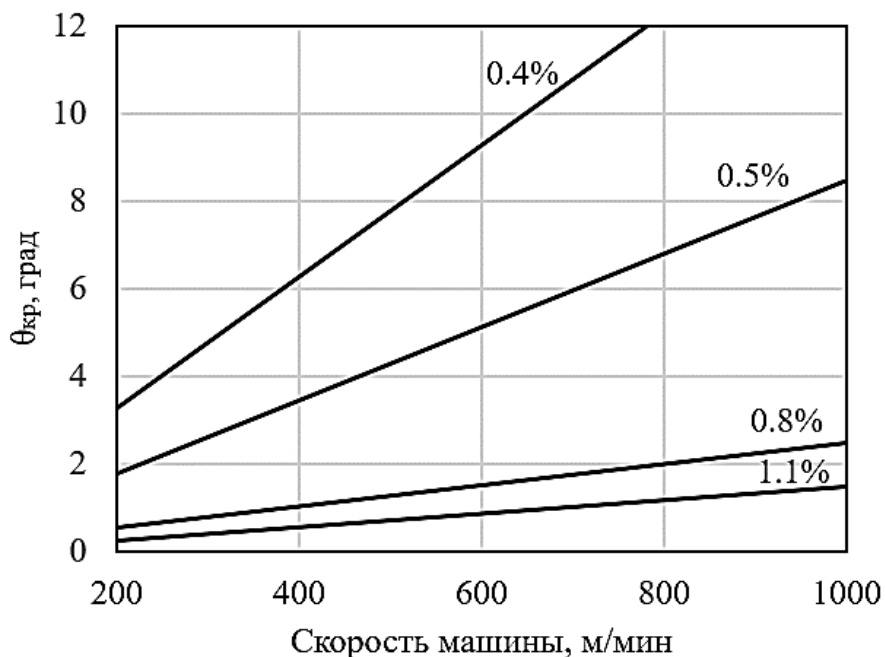


Рис. 5.20. Зависимость критического угла конфузурности напускного канала от скорости машины при различной концентрации СФИ

Рис. 5.20 показывает максимальные значения углов конфузурности, в зависимости от скорости машины и концентрации массы свыше которых стенки напускного канала перестают генерировать турбулентность. Учитывая, что в промышленных ящиках со ступенчатыми диффузорами угол конфузурности находится в пределах $4^\circ \leq \theta \leq 8^\circ$, рис. 5.20 показывает, что только при концентрации массы 0,4%, начиная со скорости 250 м/мин и при концентрации 0,5%, и до скорости 500 м/мин, стенки канала поддерживают турбулентность, и в формуле (5.110) коэффициент $A = 4$. При более высоких значениях концентрации стенки не поддерживают турбулентности и коэффициент $7 \leq A \leq 10$ в пределах $\theta \leq 8^\circ$.

Определим время движения массы t от сечения $x = 0$ до конца канала $x = L - x_0$, за которое происходит вырождение турбулентности.

С учётом (5.113) будем иметь:

$$t = \int_0^{L-x_0} \frac{dx}{V_z} = \frac{1}{Q/b} \int_0^{L-x_0} [z_0 - (x + x_0) \cdot \operatorname{tg}\theta] dx = \frac{L-x_0}{Q/b} \left(z_0 - \frac{L+x_0}{2} \cdot \operatorname{tg}\theta \right). \quad (5.119)$$

Для угла конфузорности из рисунка 5.17 будем иметь:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{z_0 - h_k}{L} = \frac{z_0 - (h_0 + 8 \cdot 10^{-3})}{L}. \quad (5.120)$$

Высота открытия губы h_0 определится:

$$h_0 = 9,3 \cdot 10^{-5} \frac{q}{C - C_R} \cdot \frac{1}{\varepsilon_c}, \quad (5.121)$$

где $[q] = \frac{\text{г}}{\text{м}^2}$; $[C] = \%$; $[C_R] = \%$; $[h_0] = \text{м}$.

Из (5.121) при $q = 80 \text{ г/м}^2$; $C_R = 0,12$; $\varepsilon_c = 0,8$ имеем:

$$h_0 = 9,3 \cdot 10^{-5} \frac{80}{C - C_R} \cdot \frac{1}{0,8} = \frac{9,3 \cdot 10^{-3}}{C - 0,12}. \quad (5.121^*)$$

В таблице 5.8 приведены значения времени движения массы в напускном канале различной концентрации при выпуске бумаги $q = 80 \text{ г/м}^2$, согласно формулам (5.19), (5.120) и (5.121*) для двух распространённых типов напорных ящиков 1 и 2, выпускаемых фирмами METSO и VOLMET.

Таблица 5.8. Значение времени движения массы в конфузорном канале напорных ящиков METSO и VOITH

C, %	$\mu_0, \text{Па}\cdot\text{с}$	$h_{0\rightarrow}, \text{мм}$	1 $L = 0,68\text{м}, z_0 = 0,074\text{м}$				2 $L = 0,58\text{м}, z_0 = 0,103\text{м}$			
			$\Theta, \text{град}$	$t, \text{с}$	$Q/b = 0,14 \text{ м}^2/\text{с}$		$\Theta, \text{град}$	$t, \text{с}$	$Q/b = 0,14 \text{ м}^2/\text{с}$	
					$t, \text{с}$	K_y			$t, \text{с}$	K_y
0,5	$6,271 \cdot 10^{-3}$	24,474	3,4946	$\frac{0,0208}{Q/b}$	0,149	$2,73 \cdot 10^{-6}$	6,955	$\frac{0,0188}{Q/b}$	0,134	$5,465 \cdot 10^{-6}$
0,8	$1,1285 \cdot 10^{-2}$	13,676	4,4	$\frac{0,0175}{Q/b}$	0,125	$6,20 \cdot 10^{-6}$	7,9816	$\frac{0,0162}{Q/b}$	0,116	$1,13 \cdot 10^{-5}$
1,1	$1,6802 \cdot 10^{-2}$	9,4898	4,7505	$\frac{0,0163}{Q/b}$	0,116	$9,97 \cdot 10^{-6}$	8,3868	$\frac{0,0152}{Q/b}$	0,109	$1,769 \cdot 10^{-5}$
1,3	$2,0704 \cdot 10^{-2}$	7,8814	4,8851	$\frac{0,0158}{Q/b}$	0,113	$1,26 \cdot 10^{-5}$	8,5425	$\frac{0,0148}{Q/b}$	0,106	$2,221 \cdot 10^{-5}$

Можно показать, что и для других значений массы м^2 , время движения массы в напускном канале несущественно будет отличаться от значений, приведённых в таблице 5.8.

Согласно значению таблицы 5.8, можно с небольшой погрешностью принять среднее время движения массы в напускных каналах напорных ящиков:

$$t = \frac{1,8 \cdot 10^{-2}}{Q/b}. \quad (5.122)$$

Таблица 5.8 показывает, что при незначительном отличии времени течения в напорных ящиках типа 1 и 2, в сотых долях секунды, параметр ускорения K_y

отличаться в них от 50 до 100%, что даёт основание принять в формуле (5.110) коэффициент $A = 7$ для ящика 1 и $A = 10$ для ящика 2. Подставим (5.122) в формуле (5.110):

$$d_k = \sqrt{d_f^2 + \frac{1,8 \cdot 10^{-2} \cdot A}{Q/b} \cdot \frac{\mu_0}{\rho}}. \quad (5.123)$$

Обозначим: n_d – количество диффузоров в ящике; t_d – шаг диффузоров вдоль ширины ящика b ; K_d – количество рядов диффузоров по высоте ящика. Расход Q_1 через один диффузор определяется:

$$Q_1 = \frac{Q}{n_d} = \frac{Q}{b} \cdot \frac{t_d}{K_d}.$$

Скорость V_d во входной трубе диффузора определится:

$$V_d = \frac{4 \cdot Q_1}{\pi \cdot d^2} = \frac{Q}{b} \cdot \frac{t_d}{K_d} \cdot \frac{4}{\pi \cdot d^2}. \quad (5.124)$$

Подставим числовые значения из рисунка 5.18 $d = 0,015$ м, $t_d = 0,031$ м и $K_d = 4$ в формулу (5.124):

$$V_d = 43,86 \cdot \frac{Q}{b}. \quad (5.124^*)$$

Подставляя (5.124*) и значение $d = 0,015$ м в (5.108), получим:

$$d_f = 0,12 \sqrt{\frac{\mu_0}{\rho \cdot \frac{Q}{b}}}. \quad (5.125)$$

Определим размер флокул d_k в конце напускного канала перед входом в губу напорного ящика, подставив (5.125) в (5.123) при $\rho = 1 \cdot 10^3$ кг/м³:

$$d_k = \sqrt{0,12^2 \cdot \frac{\mu_0}{\rho \cdot Q/b} + \frac{1,8 \cdot 10^{-2} \cdot A \cdot \mu_0}{\rho \cdot Q/b}} = 3,8 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{\mu_0}{Q/b}} (1 + 1,25 \cdot A). \quad (5.126)$$

Подставляя в (5.126) выражение (5.116) и относя к средней длине волокна l $l = 2 \cdot 10^{-3}$ м, получим зависимость относительного размера флокул перед губой от скорости машины при различной концентрации массы:

$$\frac{d_k}{l} = 1567 \cdot \sqrt{\frac{\mu_0 \cdot (C - C_R) \cdot (1 + 1,25 \cdot A)}{q \cdot V_{\text{нак}}}}. \quad (5.127)$$

При $q = 80$ г/м²; $C_R = 0,12\%$ из (5.127) получим:

$$\frac{d_k}{l} = 175,2 \cdot \sqrt{\frac{\mu_0 \cdot (C - 0,12) \cdot (1 + 1,25 \cdot A)}{V_{\text{нак}}}}. \quad (5.127^*)$$

На рисунке 5.21 представлена зависимость (5.127*) для напорных ящиков типа I и II, соответственно, при $A = 7$ и $A = 10$.

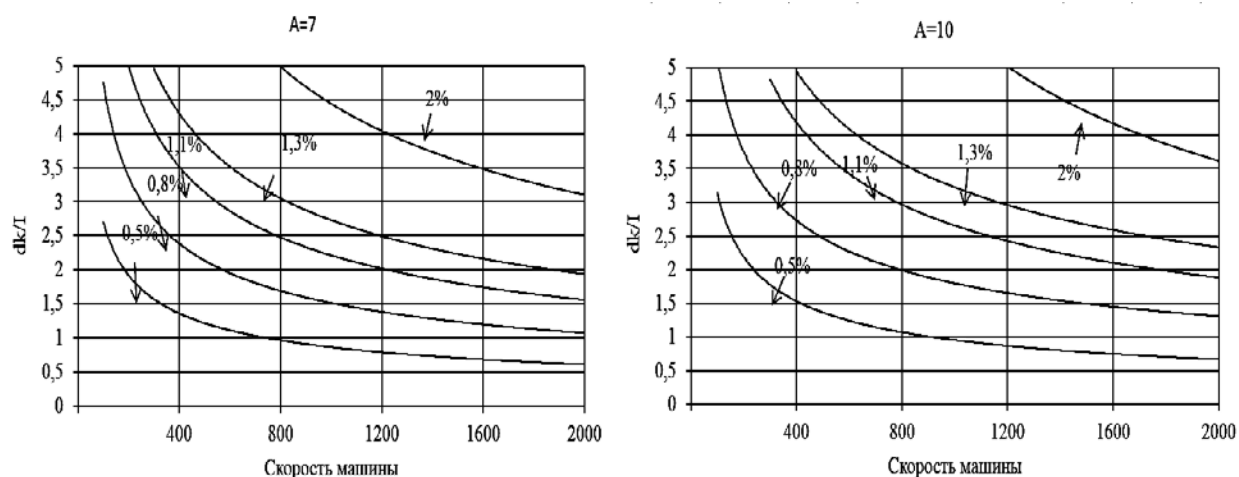


Рис. 5.21. Зависимость относительного размера флокул от скорости машины при различной концентрации СФИ перед губой напорных ящиков типа I – A=7 и типа II – A=10

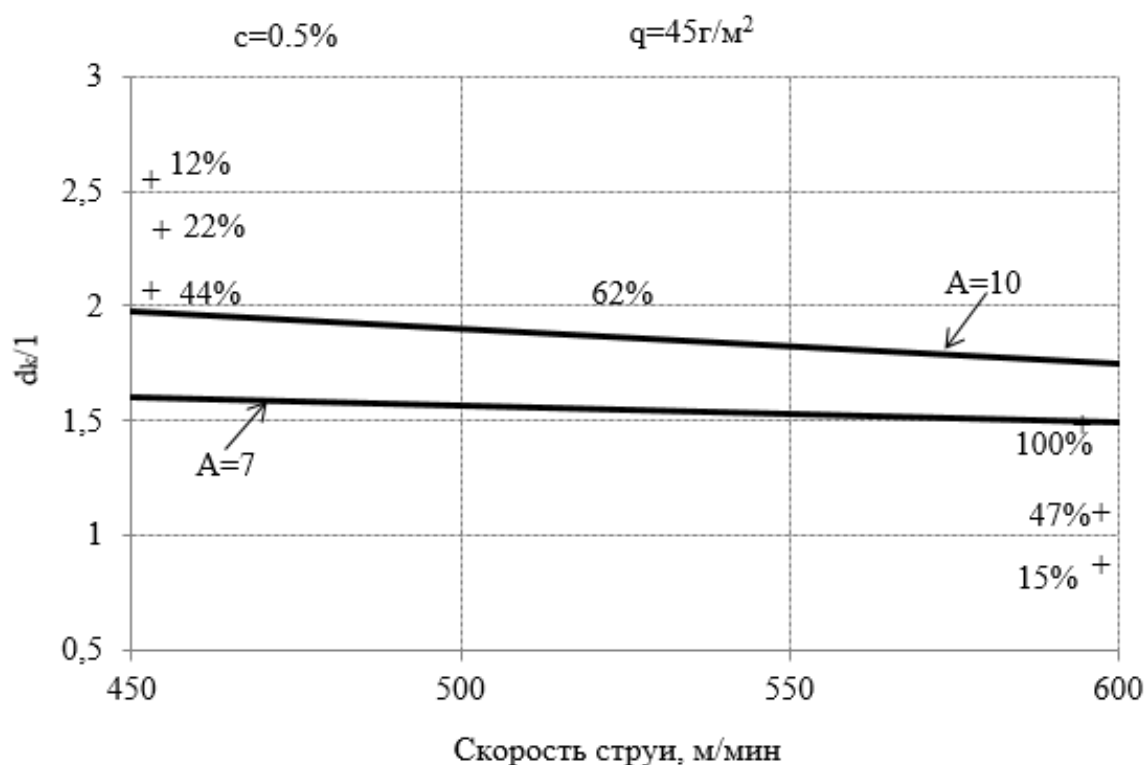


Рис. 5.22. Сравнение экспериментальных данных (+) и теоретических зависимостей (—) относительного размера флокул перед губой напорного ящика от скорости машины. (Скорость струи приблизительно равна скорости машины)

В работе были проведены измерения размера флокул перед губой экспериментального ящика с 13 модификациями стационарных турбулизирующих элементов при скорости струи, выходящей из губы напорного ящика в диапазоне 450–600 м/мин, концентрации массы для газетной бумаги

0,5%. На рисунке 5.22 представлены значения размеров флоккул, отнесённых к длине волокна $l = 2 \cdot 10^{-3}$ м с частотой появления в процентах от общего количества измерений. На том же рисунке изображена зависимость (5.127) при значении веса m^2 бумаги $q = 45$ г/м² и концентрации массы в напорном ящике 0,5%. Сравнение экспериментальных данных и теоретической зависимости показывает их удовлетворительную сходимость.

5.6. Диспергирование массы в губе напорного ящика в турбулентном режиме течения

Из напускного канала масса проходит губу напорного ящика на расстоянии L_H , ускоряясь в сжатом сечении h_c до значения скорости V_c , и свободной струей опускается на сетку, движущуюся со скоростью $V_{сет}$ под углом β на расстоянии $L_{сет}$ (рис. 5.23).

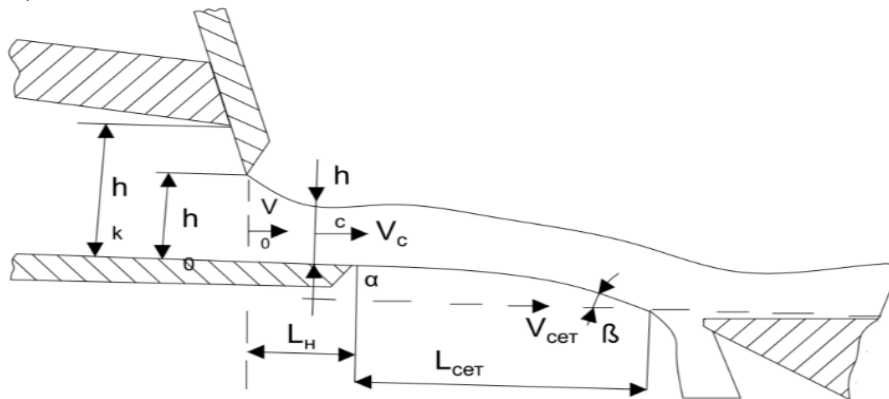


Рис. 5.23. Схема струи, вытекающей на сетку из напускного канала через губу напорного ящика

Число Re струи, вытекающей на сетку с учётом (5.116), определится:

$$Re = \frac{\rho \cdot V_c \cdot d_r}{\mu_0} = \frac{Q \cdot \rho \cdot 2 \cdot h_c}{b \cdot h_c \cdot \mu_0} = \frac{2 \cdot \rho \cdot Q}{\mu_0 \cdot b} = \frac{2,94 \cdot 10^{-3}}{\mu_0} \cdot \frac{q \cdot V_{нак}}{C - C_R}. \quad (5.128)$$

Учитывая, что масса перед губой уже имеет определённую интенсивность турбулентности, число Re_T , начиная с которого турбулентность поддерживается в губе напорного ящика, имеет значение $Re_T = 3 \cdot 10^3$, (для трубы $Re_T = 4 \cdot 10^3$). Подставляя это значение в (5.128), определим скорость машины $V_{Тнак}$, начиная с которой в губе напорного ящика будет иметь место турбулентный режим течения:

$$V_{Тнак} = \frac{Re_T \cdot \mu_0 \cdot (C - C_R)}{2,94 \cdot 10^{-3} \cdot q} = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot \mu_0 \cdot (C - C_R)}{q}. \quad (5.129)$$

Таблица 5.9, справедливая при наличии в ящике турбулентных генераторов, иллюстрирует (5.129) при $q = 80$ г/м³.

Таблица 5.9. Значение скорости машины $V_{Т\text{нак}}$, начиная с которой в губе ящика имеет место турбулентный режим течения при $q = 80 \text{ г/м}^3$

C, %	0,5	0,8	1,1	1,3	1,5	2
$V_{Т\text{нак}}$, м/мин	30	96	206	305	427	834

В дальнейшем будет рассмотрен турбулентный режим течения при $V_{\text{нак}} \geq V_{Т\text{нак}}$.

В [143] представлены формулы зависимости расстояния $L_{\text{сет}}$ от времени $t_{\text{сет}}$ прохождения струи этого расстояния (обозначения приведены на рисунке 5.23):

$$L_{\text{сет}} = V_c \cdot t_{\text{сет}} \cdot \cos \beta ,$$

$$t_{\text{сет}} = \frac{\sqrt{(V_c \cdot \sin \beta)^2 + 2ga} - V_c \cdot \sin \beta}{g} .$$

На рисунке 5.24 приведена зависимость угла встречи β струи с сеткой от параметра L_H/h_0 . Оптимальный угол встречи близок к 3° , чему соответствует значение параметра $L_H/h_0 = 2$.

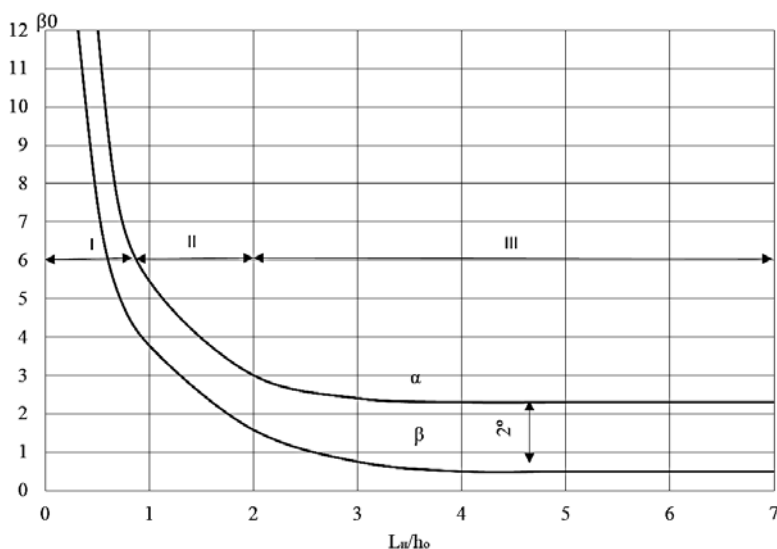


Рис. 5.24. Зависимость угла встречи струи β с сеткой от соотношения L_H/h_0 :
 a – нижняя губа горизонтальная; b – нижняя губа с уклоном 2°

Будем также иметь следующие выражения, характерные для промышленных турбулентных напорных ящиков:

$$\frac{V_c}{V_{\text{сет}}} = \varphi_c = 0,98 ; \quad V_{\text{сет}} = K_{\text{сет}} \cdot V_{\text{нак}} = 0,93 \cdot V_{\text{нак}} ; \quad a = 9 \text{ мм.} \quad (5.130)$$

Подставляя числовые значения (5.130) в предыдущие формулы, получим:

$$t_{\text{сет}} = \frac{V_c \cdot \sin \beta}{g} \left(\sqrt{1 + \frac{2ga}{V_c^2 \cdot \sin^2 \beta}} - 1 \right) =$$

$$= 8,11 \cdot 10^{-5} \cdot V_{\text{нак}} \left(\sqrt{1 + \frac{279115}{V_{\text{нак}}^2}} - 1 \right); \quad (5.131)$$

$$L_{\text{сет}} = \frac{V_c^2 \cdot \sin 2\beta}{2g} \left(\sqrt{1 + \frac{2ga}{V_c^2 \cdot \sin^2 \beta}} - 1 \right) =$$

$$= 1,23 \cdot 10^{-6} \cdot V_{\text{нак}}^2 \left(\sqrt{1 + \frac{279115}{V_{\text{нак}}^2}} - 1 \right), \quad (5.132)$$

где $[V_{\text{нак}}] = \text{м/мин}$; $[t_{\text{сет}}] = \text{с}$; $[L_{\text{сет}}] = \text{м}$.

На рисунке 5.25 представлены зависимости (5.131) и (5.132).

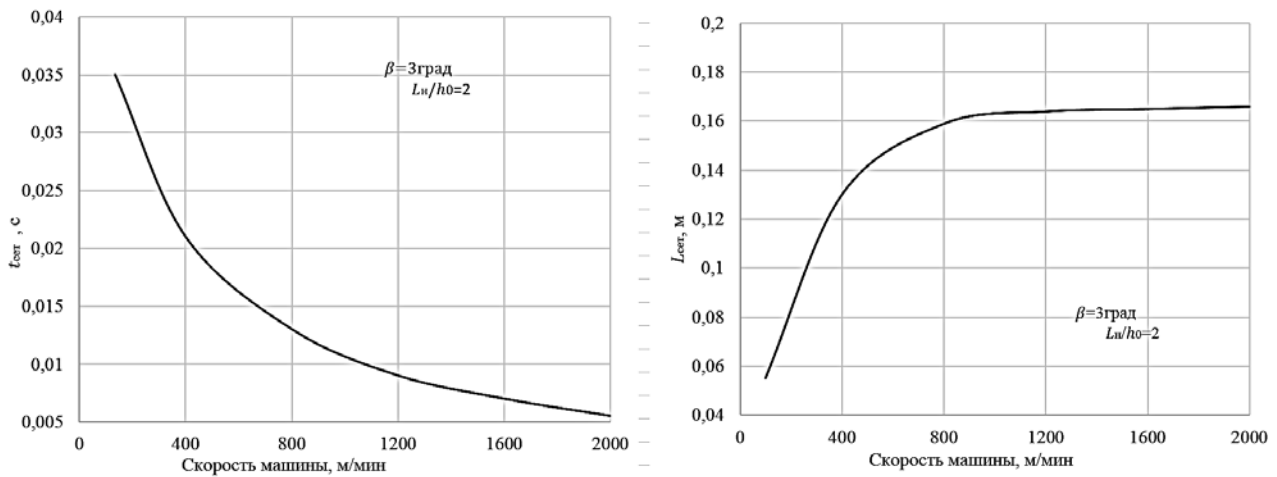


Рис. 5.25. Зависимости расстояние ($L_{\text{сет}}$) линии встречи струи с сеткой и времени прохождения этого расстояния ($t_{\text{сет}}$) от скорости машины

Время $t_{\text{н}}$ прохождения массой губы напорного ящика определится с учётом (5.130) и (5.121):

$$t_{\text{н}} = \frac{L_{\text{н}}}{V_{\text{сп}}} = \frac{2 \cdot L_{\text{н}}}{V_c + V_0} = \frac{2 \cdot 2h_0}{V_c + V_0 \frac{h_c}{h_0}} = \frac{4 \cdot 9,3 \cdot 10^{-5} \cdot q}{(C - C_R) \cdot \varepsilon_c} \cdot \frac{1}{V_c (1 + \varepsilon_c)} = \frac{3,72 \cdot 10^{-4} \cdot q}{(C - C_R) \cdot \varepsilon_c} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{\varphi_c \cdot K_{\text{сет}} \cdot V_{\text{нак}} (1 + \varepsilon_c)} = \frac{3,72 \cdot 10^{-4} \cdot q \cdot 60}{(C - C_R) \cdot 0,8 \cdot 0,98 \cdot 0,93 (1 + 0,8) \cdot V_{\text{нак}}} = \frac{1,7 \cdot 10^{-2} \cdot q}{(C - C_R) \cdot V_{\text{нак}}}, \quad (5.133)$$

где $[V_{\text{нак}}] = \text{м/мин}$; $[q] = \text{г/м}^2$; $[t] = \text{с}$.

Запишем закон гладкой стенки для массы в турбулентном режиме (3.12) для течения в губе ящика:

$$\frac{u}{v_*} = \frac{\rho \cdot v_* \cdot h_c}{\mu_0} \cdot \frac{y}{h_c} \quad \text{при} \quad 0 \leq \frac{y}{h_c} \leq \frac{\delta}{h_c} = \frac{\alpha \alpha \cdot \mu_0}{\rho \cdot v_* \cdot h_c};$$

$$\frac{u}{v_*} = \frac{1}{\chi} \ln \frac{\rho \cdot v_* \cdot h_c}{\alpha \cdot \mu_0} \cdot \frac{y}{h_c} + \alpha \quad \text{при} \quad \frac{\delta}{h_c} \leq \frac{y}{h_c} \leq 1. \quad (5.134)$$

Средняя скорость в губе ящика определится:

$$V_c = \frac{Q}{b \cdot h_c} = \frac{1}{h_c} \cdot \int_0^{h_c} u \, dy = \int_0^{h_c} u \, d\frac{y}{h_c}.$$

Пренебрегаем при турбулентном течении расходом через тонкий пограничный слой на нижней губе:

$$\begin{aligned} \frac{V_c}{u_*} &= \int_0^1 \frac{u}{u_*} d\frac{y}{h_c} = \int_0^1 \frac{1}{\chi} \left(\ln \frac{\rho \cdot u_* \cdot h_c}{\mu_0 \cdot \alpha} \cdot \frac{y}{h_c} \right) d\frac{y}{h_c} + \alpha \int_0^1 d\frac{y}{h_c} = \\ &= \frac{1}{\chi} \int_0^1 \ln \frac{\rho \cdot u_* \cdot h_c}{\mu_0 \cdot \alpha} d\frac{y}{h_c} + \frac{1}{\chi} \int_0^1 \ln \frac{y}{h_c} d\frac{y}{h_c} + \alpha \int_0^1 d\frac{y}{h_c} = \frac{1}{\chi} \left(\ln \frac{\rho \cdot u_* \cdot h_c}{\mu_0 \cdot \alpha} - 1 \right) + \alpha. \end{aligned}$$

С учётом (3.21), из последнего выражения получим:

$$\frac{V_c}{u_*} = \frac{1}{\chi} \left(\ln \frac{\rho \cdot u_* \cdot h_c}{\mu_0} - \ln \frac{4,6}{\chi} + 3,6 \right). \quad (5.135)$$

Из (5.135) следует при $y = h_c$:

$$\frac{u_{\max}}{u_*} = \frac{1}{\chi} \left(\ln \frac{\rho \cdot u_* \cdot h_c}{\mu_0} - \ln \frac{4,6}{\chi} + 4,6 \right). \quad (5.136)$$

Вычитая из (5.136) выражение (5.135), получим:

$$\frac{u_{\max}}{V_c} = 1 + \frac{1}{\chi} \cdot \frac{u_*}{V_c}. \quad (5.137)$$

В таблице 5.10 представлены значения (5.137) на основании уравнения (5.135) с учётом значений (5.130) при $q = 80 \text{ г/м}^2$; $C_R = 0,12\%$.

Таблица 5.10. Значения отношений максимальной скорости в губе напорного ящика к средней при $q = 80 \text{ г/м}^2$

C, %	μ_0 , Па·с	χ	h_c , м	$V_{\text{нак}}$, м/мин	V_c , м/с	u_* , м/с	$\frac{u_{\max}}{V_c}$	$\frac{\delta}{h_c}$
0,5	$6,271 \cdot 10^{-3}$	0,307	$1,9579 \cdot 10^{-2}$	100	1,519	0,0737	1,158	$6,511 \cdot 10^{-2}$
				500	7,595	0,3013	1,1292	$1,5928 \cdot 10^{-2}$
				1000	15,19	0,5581	1,1197	$8,6 \cdot 10^{-3}$
0,8	$1,1285 \cdot 10^{-2}$	0,2929	$1,0941 \cdot 10^{-2}$	100	1,519	0,0847	1,1904	0,1912
				500	7,595	0,3355	1,1508	$4,8283 \cdot 10^{-2}$
				1000	15,19	0,6148	1,1382	$2,6348 \cdot 10^{-2}$
1,1	$1,6802 \cdot 10^{-2}$	0,2826	$7,5918 \cdot 10^{-3}$	200	3,038	0,1672	1,1947	0,2155
				500	7,595	0,3631	1,1692	$9,9201 \cdot 10^{-2}$
				1000	15,19	0,6597	1,1537	$5,46 \cdot 10^{-2}$
1,3	$2,0704 \cdot 10^{-2}$	0,277	$6,3051 \cdot 10^{-3}$	300	4,557	0,247	1,1957	0,2208
				500	7,595	0,3797	1,1805	0,1436
				1000	15,19	0,6861	1,1631	$7,9478 \cdot 10^{-2}$
1,5	$2,4759 \cdot 10^{-2}$	0,272	$5,3913 \cdot 10^{-3}$	430	6,5317	0,3483	1,196	0,223
				500	7,595	0,3952	1,192	0,1965
				1000	15,19	0,7107	1,172	0,1093
2	$3,5474 \cdot 10^{-3}$	0,2618	$3,9577 \cdot 10^{-3}$	830	12,6077	0,6591	1,234	0,2389
				1000	15,19	0,7672	1,1929	0,2053
				2000	30,38	1,3786	1,1733	0,1142

Согласно значениям таблицы 5.10, среднее значение:

$$\frac{u_{\max}}{V_c} = 1,17. \quad (5.138)$$

Относительная интенсивность турбулентности $\frac{u'}{u_{\max}}$ при выходе из губы ящика имеет значение:

$$\frac{u'}{u_{\max}} = 0,028 \div 0,03 = 0,034.$$

Подставим в последнее выражение значение (5.138):

$$\frac{u'}{V_c} = B_v = 0,04. \quad (5.139)$$

Значение диссипативного комплекса B_ε для струи, выходящей из губы ящика, не отличается от значений для оси трубы или плоского канала, поскольку как на оси, так и на свободной поверхности струи мощность потока рассеивается слабо:

$$\frac{\varepsilon \cdot h_c}{u_*^3} = B_\varepsilon = 1. \quad (5.140)$$

Подставим (5.139) и (5.140) в выражение (5.68) и выразим динамическую скорость u_*

$$u_* = A_* \cdot \left(\frac{\mu_0 \cdot h_c \cdot V_c^2}{\rho \cdot \lambda_g^2} \right)^{\frac{1}{3}}; \quad A_* = \left(\frac{15 \cdot B_v^2}{B_\varepsilon} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (5.141)$$

Подставляя (5.141) в уравнение (5.135), получим:

$$\frac{\chi}{A_*} \left(\frac{\rho \cdot h_c \cdot V_c}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{\lambda_g}{h_c} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \left(\ln \frac{\rho \cdot h_c \cdot V_c}{\mu_0} - \ln \frac{\lambda_g}{h_c} \right) + \ln A_* - \ln \frac{4,6}{\chi} + 3,6. \quad (5.142)$$

С поправкой (5.70) коэффициент A_* имеет значение:

$$A_* = \left(\frac{15 \cdot B_v^2}{B_\varepsilon} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{15 \cdot B_v^2}{B_\varepsilon \cdot \frac{\chi}{\chi_H}} \right)^{\frac{1}{3}} = \left(\frac{15 \cdot 0,04^2}{1 \cdot \frac{\chi}{0,4}} \right)^{\frac{1}{3}} = \frac{0,2126}{\chi^{\frac{1}{3}}}.$$

Подставим значение A_* в формулу (5.142):

$$4,7 \cdot \chi^{\frac{4}{3}} \left(\frac{\rho \cdot h_c \cdot V_c}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\lambda_g}{h_c} \right)^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \left(\ln \frac{\rho \cdot h_c \cdot V_c \cdot \chi}{\mu_0} - \ln \frac{\lambda_g}{h_c} \right) + 0,526. \quad (5.143)$$

Отнеся микромасштаб к длине волокна, получим зависимость относительного размера диссипативных вихрей λ_g/l , сходящих с кромки губы ящика от скорости струи в сжатом сечении:

$$4,7 \cdot \chi^{\frac{4}{3}} \left(\frac{l}{h_c} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\rho \cdot h_c \cdot V_c}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\lambda_g}{l} \right)^{\frac{2}{3}} - \frac{2}{3} \left(\ln \frac{\rho \cdot h_c \cdot V_c \cdot \chi}{\mu_0} - \ln \frac{\lambda_g}{h_c} - \ln \frac{l}{h_c} \right) - 0,526 = 0. \quad (5.144)$$

В таблице 5.11 при таких же параметрах, как и в таблице 5.10, представлены значения относительных размеров вихрей, выходящих с кромки нижней губы ящика, согласно (5.144).

Таблица 5.11. Значение относительных размеров вихрей λ_g сходящих с губы ящика ($q=80$ г/м²; $C_R=0,12\%$)

$C, \%$	$\mu_0, \text{Па}\cdot\text{с}$	χ	$h_c, \text{м}$	$V_{\text{нак}}, \text{м/мин.}$	$V_c, \text{м/с}$	$\frac{\lambda_g}{h_c}$	$\frac{\lambda_g}{l}$	$t_n, \text{с}$
0,5	$6,271 \cdot 10^{-3}$	0,307	$1,9579 \cdot 10^{-2}$	100	1,519	0,2409	2,3587	$3,58 \cdot 10^{-2}$
				500	7,595	0,1457	1,4259	$7,161 \cdot 10^{-3}$
				1000	15,19	0,1156	1,1312	$3,58 \cdot 10^{-3}$
0,8	$1,1285 \cdot 10^{-2}$	0,2929	$1,0941 \cdot 10^{-2}$	100	1,519	0,3591	1,9643	$2 \cdot 10^{-2}$
				500	7,595	0,2277	1,2456	$4 \cdot 10^{-3}$
				1000	15,19	0,1836	1,0042	$1,388 \cdot 10^{-3}$
1,1	$1,6802 \cdot 10^{-2}$	0,2826	$7,5918 \cdot 10^{-3}$	200	3,038	0,386	1,4653	$6,942 \cdot 10^{-3}$
				500	7,595	0,3015	1,1445	$2,777 \cdot 10^{-3}$
				1000	15,19	0,2463	0,935	$1,388 \cdot 10^{-3}$
1,3	$2,0704 \cdot 10^{-2}$	0,277	$6,3051 \cdot 10^{-3}$	300	4,557	0,3968	1,2508	$3,843 \cdot 10^{-3}$
				500	7,595	0,3469	1,0937	$2,306 \cdot 10^{-3}$
				1000	15,19	0,2857	0,9006	$1,153 \cdot 10^{-3}$
1,5	$2,4759 \cdot 10^{-2}$	0,272	$5,3913 \cdot 10^{-3}$	430	6,5317	0,4053	1,0925	$2,293 \cdot 10^{-3}$
				500	7,595	0,3899	1,051	$1,972 \cdot 10^{-3}$
				1000	15,19	0,3234	0,8718	$9,86 \cdot 10^{-4}$
2	$3,5474 \cdot 10^{-2}$	0,2618	$3,95774 \cdot 10^{-3}$	830	12,6077	0,4303	0,8515	$8,72 \cdot 10^{-4}$
				1000	15,19	0,4106	0,8124	$7,24 \cdot 10^{-4}$
				2000	30,38	0,3409	0,6746	$3,29 \cdot 10^{-4}$

Уравнения (5.143) и (5.144) при $\lambda_g = d_f$ определили бы размер флокул, сходящих с кромки губы ящика, если бы время, необходимое для разрушения флокул, было бы больше времени их прохождения через губу ящика на коротком расстоянии вылета нижней губы $L_n = 2h_0$ (рисунки 5.23 и 5.24).

Для учёта этого времени необходимо определить скорость распада флокул.

5.7. Скорость распада флокул в турбулентном режиме течения

Как было отмечено выше, энергетические спектры определяют микромасштаб турбулентности, показывающий, до какого минимального размера d_f может разрушиться флокула. Рассмотрим процесс распада флокулы во времени (рис. 5.26).

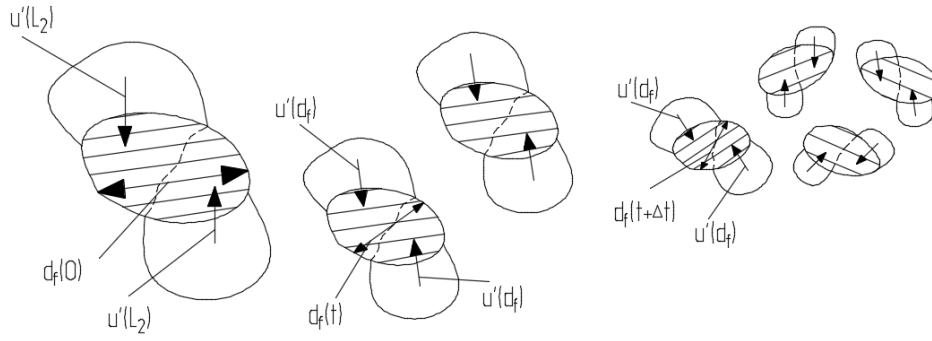


Рис. 5.26. Схема распада флокул в турбулентном потоке

Согласно рисунку 5.26, скорость u_f уменьшения характерного размера d_f флокул определится:

$$u_f = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} - \frac{d_f(t) - d_f(t+\Delta t)}{\Delta t} = - \frac{d(d_f)}{dt}. \quad (5.145)$$

Пока размер флокулы больше микромасштаба турбулентности, энергия вихрей размера флокулы превышает силы сцепления волокон во флокуле и скорость разрушения флокулы равна пульсационной скорости вихрей размера флокулы $u'(d_f)$

$$u_f = u'(d_f) = - \frac{d(d_f)}{dt}. \quad (5.146)$$

Из теории турбулентности известно, что пульсационная скорость вихря $u'(l_v)$ пропорциональна кубическому корню из размера вихря l_v :

$$u'(l_v) = A_l \cdot l_v^{\frac{1}{3}}. \quad (5.147)$$

Коэффициент A_l определится из (5.147) при подстановке в него поперечного интегрального масштаба турбулентности L_2 , с учётом того, что пульсационная скорость вихря интегрального масштаба практически равна общей пульсационной скорости:

$$u'(L_2) = \frac{u'}{V} \cdot V = B_v \cdot V = A_l \cdot L_2^{\frac{1}{3}}, \quad (5.148)$$

где B_v – интенсивность турбулентности; V – скорость потока.

Из (5.148) определим коэффициент A_l и подставим его в выражение (5.146):

$$\frac{d(d_f)}{dt} = -u'(d_f) = -A_l \cdot d_f^{\frac{1}{3}} = B_v \cdot V \cdot \left(\frac{d_f}{L_2}\right)^{\frac{1}{3}}. \quad (5.149)$$

В свою очередь, интегральный масштаб L_2 связан с высотой плоского канала или плоской струи соотношением:

$$L_2 = B_L \cdot h = (0,23 - 0,25) \cdot h. \quad (5.150)$$

Подставляя (5.150) в (5.149), получим:

$$\frac{d(d_f)}{dt} = - \frac{B_v \cdot V}{B_L^{\frac{1}{3}}} \cdot \left(\frac{d_f}{h} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (5.151)$$

Из (5.151) будем иметь:

$$\int_{d_0}^{d_t} \frac{d(d_f)}{d_f^{\frac{1}{3}}} = - \frac{B_v \cdot V}{B_L^{\frac{1}{3}} \cdot h^{\frac{1}{3}}} \int_0^t dt,$$

где d_0 , d_t , соответственно, начальный и конечный размер флокул.

Интегрируя последнее выражение, определим время распада флокул от начального размера d_0 до конечного d_t :

$$t = \frac{3}{2} \cdot \frac{B_L^{\frac{1}{3}} \cdot h}{B_v \cdot V} \left[\left(\frac{d_0}{h} \right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{d_t}{h} \right)^{\frac{2}{3}} \right]. \quad (5.152)$$

Из (5.152) определим конечный размер флокул:

$$\frac{d_t}{h} = \left[\left(\frac{d_0}{h} \right)^{\frac{2}{3}} - \frac{3}{2} \frac{B_v \cdot t \cdot V}{B_L^{\frac{1}{3}} \cdot h} \right]^{1,5} = \text{при } d_t \geq \lambda_g. \quad (5.153)$$

Уравнения (5.152) и (5.153) выполняются при условии, что размер флокул d_t больше или равен микромасштабу турбулентности λ_g . Физически это означает, что энергии потока хватает разрушить флокулу до размера λ_g , но не хватает на это времени.

Используем формулу (5.153) с учётом обозначений рисунков 5.23 и 5.24 для губы напорного ящика. Учтём, что согласно флокулы ориентируются в продольном направлении струи, выходящей из ящика.

$$t = t_n = \frac{L}{V_{cp}} = \frac{2L_n}{V_c + V_0} = \frac{2L_n}{(1 + \varepsilon_c) \cdot V_c} = \frac{2 \cdot 2h_0}{(1 + \varepsilon_c) \cdot V_c} = \frac{4h_c}{\varepsilon_c \cdot (1 + \varepsilon_c) \cdot V_c}; \quad V = V_c; h = h_c;$$

$d_0 = d_k$ – размер флокул перед губой ящика;

$d_t = d_{fc}$ – размер флокул в продольной плоскости струи, сходящий с кромки губы ящика.

Получим при подстановке:

$$\frac{d_{fc}}{h_c} = \left[\left(\frac{d_k}{h_c} \right)^{\frac{2}{3}} - \frac{8}{3} \frac{B_v}{B_L^{\frac{1}{3}} \cdot \varepsilon_c (1 + \varepsilon)} \right]^{1,5}. \quad (5.154)$$

Подставим в (5.154) числовые значения, согласно (5.139) и (5.150):

$$\frac{d_{fc}}{h_c} = \left[\left(\frac{d_k}{h_c} \right)^{\frac{2}{3}} - 0,12 \right]^{1,5}. \quad (5.155)$$

Отнесём размер флокул в (5.155) к длине волокна:

$$\frac{d_{fc}}{l} = \frac{h_c}{l} \left[\left(\frac{l}{h_c} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left(\frac{d_k}{l} \right)^{\frac{2}{3}} - 0,12 \right]^{1,5} \quad (5.156)$$

Подставим в (5.127) выражения наименьшей ньютоновской вязкости μ_0 для СФИ и СФА, согласно таблицам 2.1 и 2.2, и значение коэффициента $A=7$:

$$\frac{d_k}{l} = 597,5619 \sqrt{\frac{C^{1,25}(C-C_R)}{q \cdot V_{\text{нак}}}} \quad \text{для СФИ;} \quad (5.157)$$

$$\frac{d_k}{l} = 649,2715 \sqrt{\frac{C^{1,36}(C-C_R)}{q \cdot V_{\text{нак}}}} \quad \text{для СФА.} \quad (5.158)$$

Подставим выражения (5.121), (5.157) и (5.158) в формулу (5.156):

$$\frac{d_{fc}}{l} = \frac{4,65 \cdot 10^{-2} \cdot q}{C-C_R} \left[\frac{548,8128 \cdot C^{0,4167}(C-C_R)}{q \cdot V_{\text{нак}}^{\frac{1}{3}}} - 0,12 \right]^{1,5} \quad \text{для СФИ;} \quad (5.159)$$

$$\frac{d_{fc}}{l} = \frac{4,65 \cdot 10^{-2} \cdot q}{C-C_R} \left[\frac{580,0353 \cdot C^{0,4533}(C-C_R)}{q \cdot V_{\text{нак}}^{\frac{1}{3}}} - 0,12 \right]^{1,5} \quad \text{для СФА.} \quad (5.160)$$

Подставим выражения (5.130) и (5.121), а также выражения μ_0 из таблиц 2.1 и 2.2 и значения постоянной Кармана, согласно (3.26) в формулу (5.144):

$$\begin{aligned} & \frac{24,86}{(C^{0,4}+2,5)^{\frac{4}{3}}} \cdot \left(\frac{C-C_R}{C^{1,25}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{V_{\text{нак}}}{q} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\lambda_g}{l} \right)^{\frac{2}{3}} - \\ & - \ln \frac{V_{\text{нак}} \cdot q^2}{(C^{0,4}+2,5) \cdot (C-C_R)^2 \cdot C^{1,25}} + \ln \frac{\lambda_g}{l} + 4,634 = 0 \quad \text{для СФИ;} \end{aligned} \quad (5.161)$$

$$\begin{aligned} & \frac{23,52}{(C^{0,4}+2,5)^{\frac{4}{3}}} \cdot \left(\frac{C-C_R}{C^{1,25}} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{V_{\text{нак}}}{q} \right)^{\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{\lambda_g}{l} \right)^{\frac{2}{3}} - \\ & - \ln \frac{V_{\text{нак}} \cdot q^2}{(C^{0,4}+2,5) \cdot (C-C_R)^2 \cdot C^{1,36}} + \ln \frac{\lambda_g}{l} + 4,802 = 0 \quad \text{для СФА.} \end{aligned} \quad (5.162)$$

На рисунках 5.27, 5.28 представлены зависимости (5.157) – (5.162) для СФИ и СФА, которые показывают, что при концентрации массы $0,8 \div 2\%$ снижение размера флокул от входа в губу до схода с неё практически определяется временем прохождения массы через губу ящика, несмотря на то, что турбулентной энергии потока достаточно, чтобы разрушить флокулу до более мелкого размера, равного микромасштабу λ_g . При концентрации массы $0,5\%$ рисунки 5.27 и 5.28 показывают, что при скорости машины менее 200 м/мин размер флокул определяется микромасштабом, а при скорости более 200 м/мин флокулы перед губой меньше микромасштаба турбулентности в губе напорного ящика, вследствие чего они проходят губу не диспергируясь.

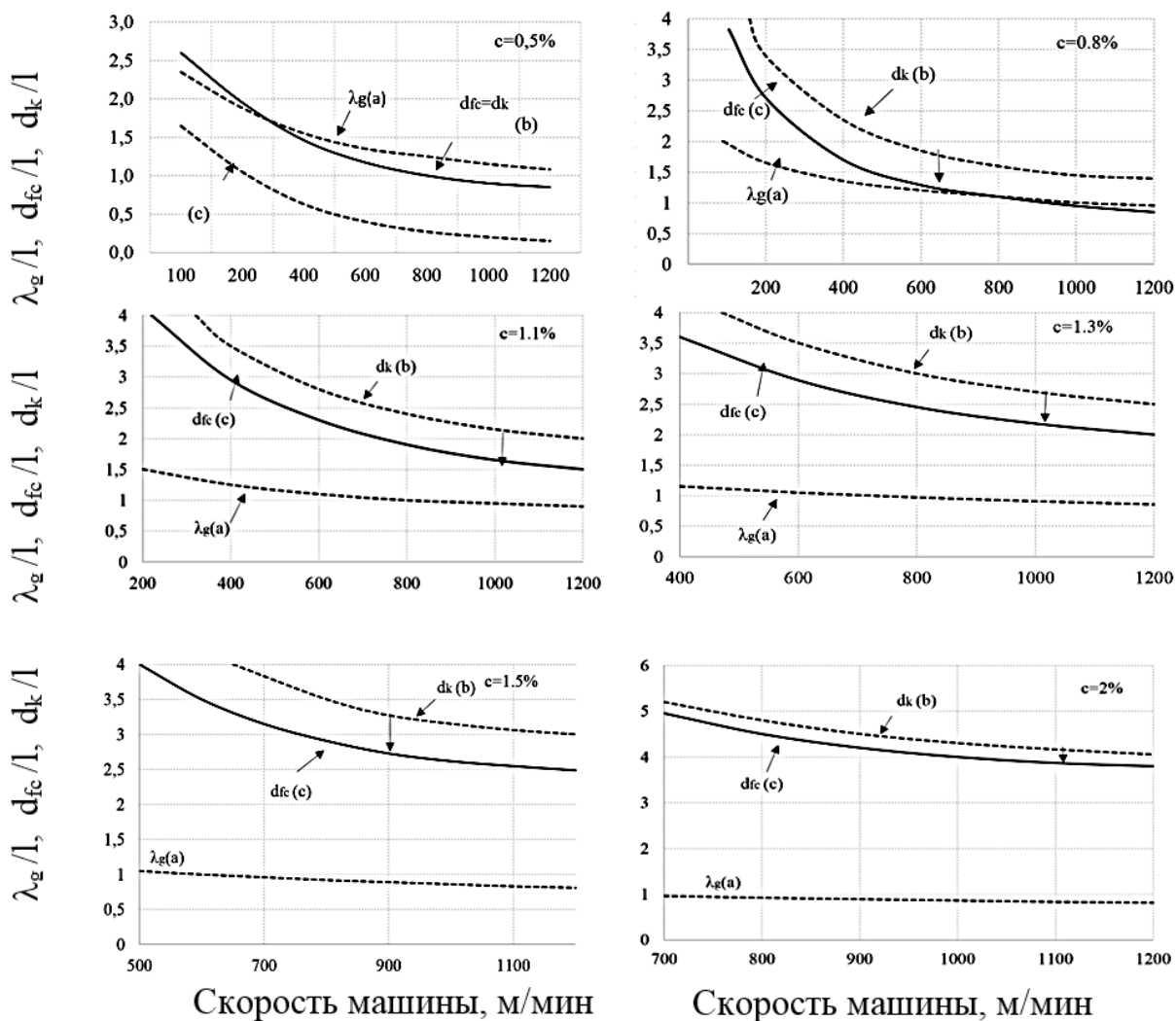


Рис. 5.27. Зависимости относительного размера флокул и относительного микромасштаба турбулентности от скорости машины $q=80 \text{ г/м}^2$, СФИ концентрацией $0,5 \div 2\%$:

λ_g – микромасштаб турбулентности в губе ящика; d_k – размер флокул перед губой; d_{ffc} – размер флокул сходящих с губы; (a) – зависимость (5.161); (b) – зависимость (5.157); (c) – зависимость (5.159);
+ экспериментальные данные

Сравнение рисунков 5.27 и 5.28 показывает, что разница между размерами флокул, сходящих с губы напорного ящика для СФИ и СФА, незначительна при концентрации массы $0,5\%$ и постепенно увеличивается с ростом концентрации. Это объясняется тем, что, во-первых, разница наименьшей ньютоновской вязкости при небольших концентрациях для СФИ и СФА невелика, а во-вторых, тем, что роль вязкости при развитом турбулентном режиме намного меньше, чем при ламинарном.

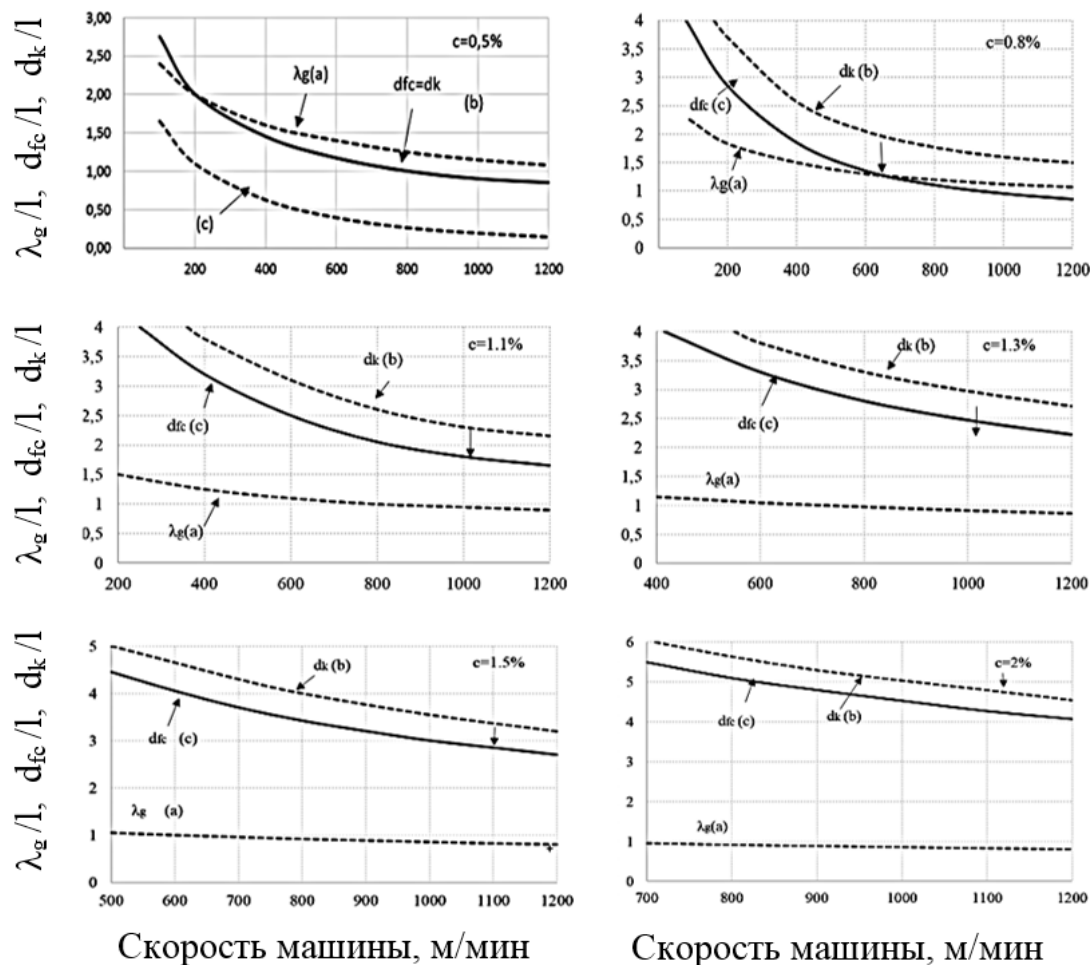


Рис. 5.28. Зависимость относительного размера флокула и относительного микромасштаба турбулентности от скорости машины при $q = 80 \text{ г/м}^2$, СФА концентрацией 0,5÷2%:

λ_g – микромасштаб турбулентности в губе ящика;

d_k – размер флокул перед губой; d_{fc} – размер флокул сходящих с губы;
 (a) – зависимость (5.162); (b) – зависимость (5.158); (c) – зависимость (5.160);
 + экспериментальные данные

5.8. Рефлокуляция в струе массы, опускающейся на сетку машины

После выхода из напорного ящика масса турбулентной свободной струей опускается на сетку (рис. 5.23), проходя участок $L_{\text{сет}}$ за время $t_{\text{сет}}$ (рис. 5.25). При этом отсутствует энергия, поддерживающая турбулентность, вследствие чего она начинает вырождаться. При этом растут интегральный и микромасштабы турбулентности и, соответственно, размер флокул, что иллюстрирует рис. 5.29.

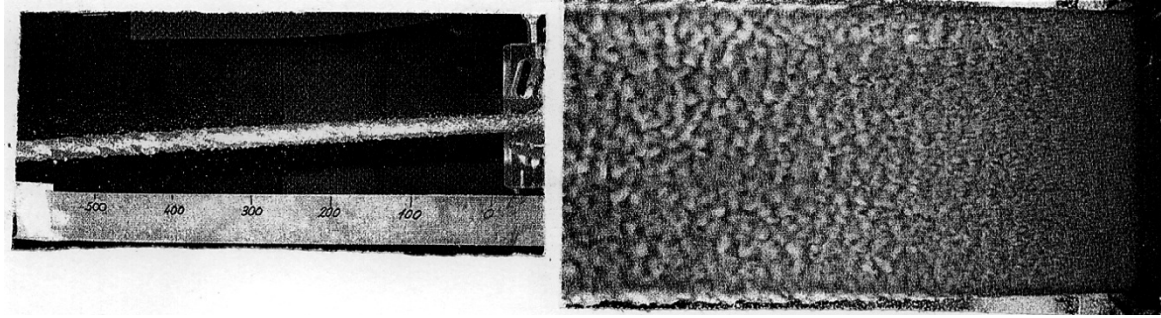


Рис. 5.29. Рост флокуляции в струе массы после выхода из напорного ящика (сетка отсутствует)

Оценим степень рефлокуляции до момента встречи массы с сеткой, используя аналогичную формуле (5.110) зависимость изменения относительного размера флокулы от времени вырождения:

$$\frac{d_{\text{сет}}}{l} = \sqrt{\left(\frac{d_{\text{fc}}}{l}\right)^2 + \frac{B}{l^2} \cdot \frac{\mu_0}{\rho} \cdot t_{\text{сет}}} , \quad (5.163)$$

где $d_{\text{сет}}$ – размер флокул в момент встречи струи с сеткой; d_{fc} – размер флокул в струе, вышедшей из напорного ящика; B – постоянная вырождения.

Подставим в (5.173) значение времени $t_{\text{сет}}$ прохождения массы от губы напорного ящика до сетки из формулы (5.131), значения наименьшей ньютоновской вязкости для СФИ и СФА из таблиц 2.1 и 2.2, плотность $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$; длину волокна $l = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}$; значение $B=10$.

$$\frac{d_{\text{сет}}}{l} = \left[\left(\frac{d_{\text{fc}}}{l}\right)^2 + 3,024 \cdot 10^{-3} \cdot C^{1,25} \cdot V_{\text{нак}} \sqrt{1 + \frac{279115}{V_{\text{нак}}^2}} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{СФИ}) ;$$

$$\frac{d_{\text{сет}}}{l} = \left[\left(\frac{d_{\text{fc}}}{l}\right)^2 + 3,57 \cdot 10^{-3} \cdot C^{1,36} \cdot V_{\text{нак}} \sqrt{1 + \frac{279115}{V_{\text{нак}}^2}} - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{СФА}) .$$

Согласно рисункам 5.27 и 5.28, при концентрации массы 0,5% подставим в последние выражения, соответственно, формулы (5.157) и (5.158), а при концентрациях массы 0,8÷2% формулы (5.159) и (5.160).

Получим при концентрациях 0,5% соответственно, для СФИ и СФА:

$$\frac{d_{\text{сет}}}{l} = C^{0,625} .$$

$$\cdot \left[\frac{357080,224(C-C_R)}{q \cdot V_{\text{нак}}} + 3,024 \cdot 10^{-3} \cdot V_{\text{нак}} \left(\sqrt{1 + \frac{279115}{V_{\text{нак}}^2}} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} ; \quad (5.164)$$

$$\frac{d_{\text{сет}}}{l} = C^{0,68} \cdot \left[\frac{421553,481(C-C_R)}{q \cdot V_{\text{нак}}} + 3,57 \cdot 10^{-3} \cdot V_{\text{нак}} \left(\sqrt{1 + \frac{279115}{V_{\text{нак}}^2}} - 1 \right) \right]^{\frac{1}{2}} . \quad (5.165)$$

При концентрации 0,8-2% будем иметь:

$$\frac{d_{\text{сет}}}{l} = \left\{ \frac{2,1623 \cdot 10^{-3} \cdot q^2}{(C-C_R)^2} \left[\frac{548,8128 \cdot C^{0,4167} (C-C_R)}{q \cdot V_{\text{нак}}^{\frac{1}{3}}} - 0,12 \right]^3 + \right.$$

$$+3,024 \cdot 10^{-3} \cdot C^{1,25} \cdot V_{\text{нак}} \left(\sqrt{1 + \frac{279115}{V_{\text{нак}}^2}} - 1 \right) \left. \vphantom{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}} \text{ для СФИ}; \quad (5.166)$$

$$\frac{d_{\text{сет}}}{l} = \left\{ \frac{2,1623 \cdot 10^{-3} \cdot q^2}{(C - C_R)^2} \left[\frac{580,0353 \cdot C^{0,4167} (C - C_R)}{q \cdot V_{\text{нак}}^{\frac{1}{3}}} - 0,12 \right]^3 + \right. \\ \left. + 3,57 \cdot 10^{-3} \cdot C^{1,36} \cdot V_{\text{нак}} \left(\sqrt{1 + \frac{279115}{V_{\text{нак}}^2}} - 1 \right) \right\}^{\frac{1}{2}} \text{ для СФА}. \quad (5.167)$$

В формулах (5.164) – (5.167): $[q] = \text{г/м}^2$; $[C] = \%$; $[C_R] = \%$; $[V_{\text{нак}}] = \text{м/мин}$.

На рисунке 5.30 представлены зависимости относительного размера флокул от скорости машины в момент встречи струи СФИ и СФА с сеткой при весе бумаги 80 г/м^2 согласно формулам (5.164) – (5.167). Рис. 5.30 показывает, что в области низких скоростей машины напорные ящики со ступенчатыми диффузорами теряют свою эффективность. Это согласуется с известным фактом, что для низкоскоростных машин более эффективными в отношении степени дисперсности являются напорные ящики с перфовалями. Однако перфоваля создают большую неравномерность профиля массы м^2 формируемого полотна, гораздо большую, чем ящики со ступенчатыми диффузорами, вследствие чего положительный эффект за счёт повышения степени дисперсности массы перекрывается отрицательным за счёт повышения степени неравномерности профиля.

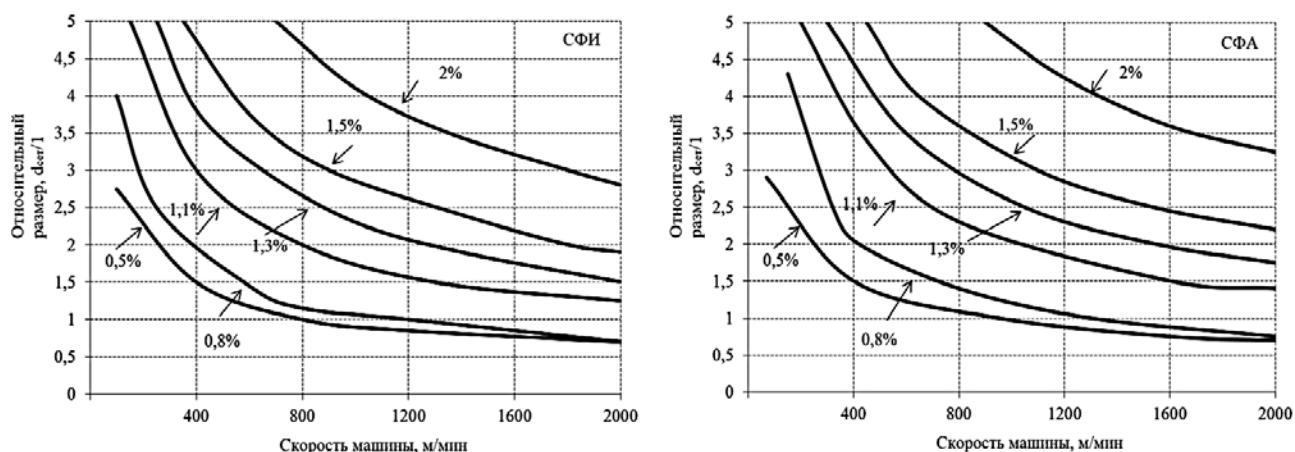


Рис. 5.30. Зависимость относительного размера флокул от скорости машины в струе массы, опускающейся на сетку при весе бумаги 80 г/м^2 для СФИ и СФА концентрацией $0,5 \div 2\%$

В связи с этим разработана новая конструкция напорного ящика для диапазона скорости машины $100\text{--}500 \text{ м/мин}$, позволяющая повысить степень дисперсности и обеспечить высокую равномерность профиля массы м^2 формируемого полотна.

5.9. Полупромышленный напорный ящик для низкоскоростных машин

На рисунке 5.31 представлена схема полупромышленного напорного ящика для машин в диапазоне скорости $100 \div 500$ м/мин. Напорный ящик работает следующим образом. Масса из коллектора (1) распределяется по трубкам (2) и поступает в виде струй в первичную камеру (3), где струи, разворачиваясь на 90° и интенсивно турбулизируясь, сливаются в единый поток, неравномерность которого частично выравнивается перед перфорлитой (4). Вследствие интенсивной турбулизации крупные флоккулы распадаются на более мелкие и масса без затруднений поступает через более узкие отверстия перфорлиты во вторичную камеру (5), где в виде начальных струй соударяется с дном камеры, образуя обратные струи, движущиеся в противоположном направлении между начальными струями, что приводит к возникновению напряжений сдвига τ между ними, пропорциональных удвоенной скорости потока, вследствие чего мелкие флоккулы распадаются на волокна при гораздо меньшей скорости потока, чем в перфовалах. При этом начальные струи тормозят обратные, в результате чего последние, интенсивно турбулизируясь, быстро распадаются, образуя на входе в напускной канал (6) поток с невысокой степенью неравномерности. Неравномерность турбулентного потока уменьшается при соударении массы с наклонной поверхностью начальной зоны напускного канала с частичным её сбросом через переливной канал (7) в сливную камеру (8), в которой через ресивер (11) нагнетателем устанавливается соответствующее давление. Струи, имеющие на входе в напускной канал повышенную скорость, отдают больше массы в переливной канал, чем струи с меньшей скоростью, что определяет отсутствие струйности в конце напускного канала.

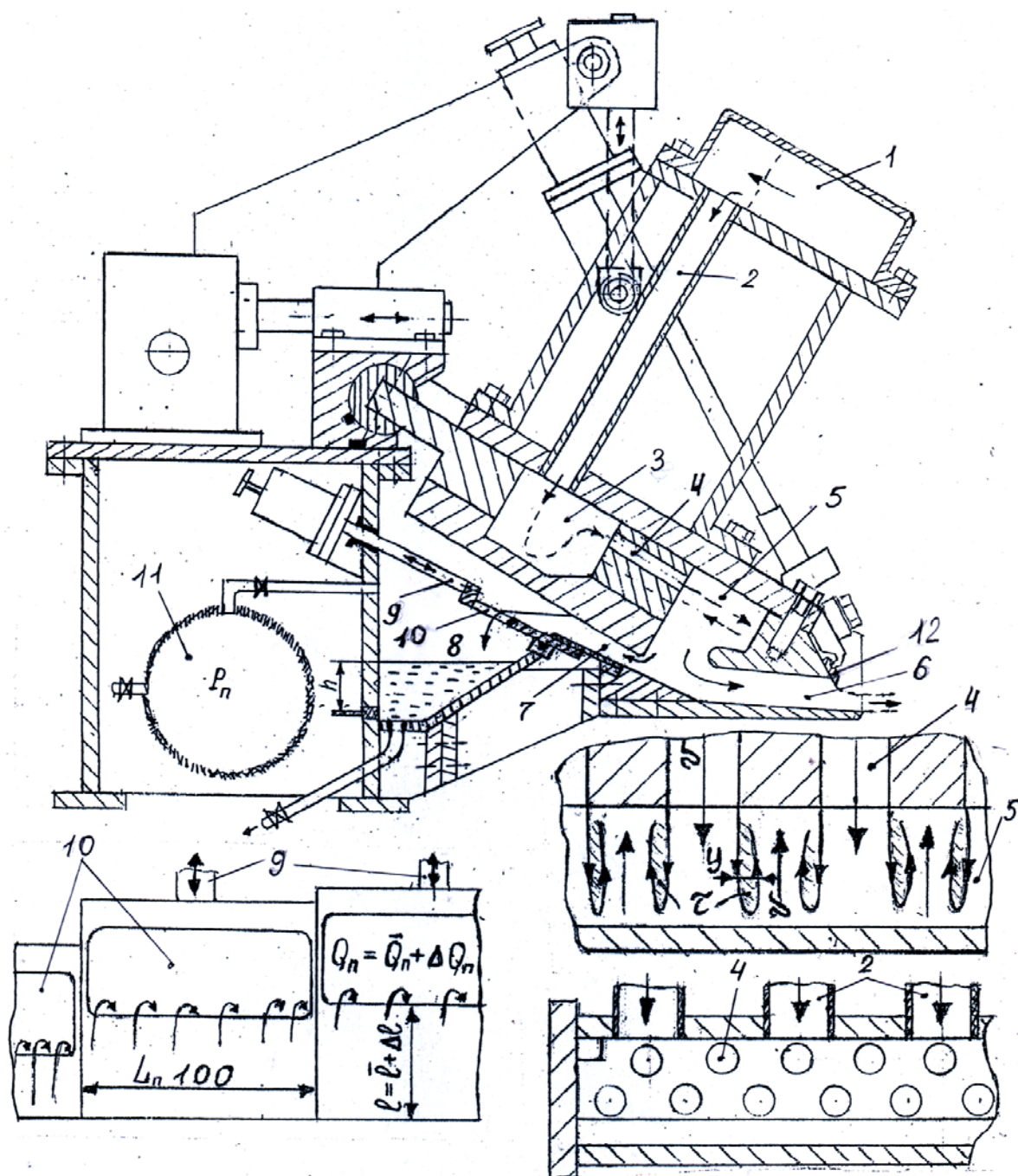


Рис. 5.31. Схема полупромышленного напорного ящика
для низкоскоростных машин:

- 1 – коллектор; 2 – трубки; 3 – первичная камера; 4 – перфорплита;
5 – вторичная камера; 6 – напускной канал; 7 – переливный канал;
8 – сливная камера; 9 – штоки с механизмами перемещения;
10 – переливные подвижные окна; 11 – ресивер; 12 – деформируемая планка

Неравномерность профиля массы m^2 большого масштаба сглаживается настройкой при мощи штоков (9) уровня L_n переливных окон (10) так, чтобы компенсировать путём локальных переливов Q_n неравномерность профиля скорости потока поступающего в напускной канал. Точность регулировки профиля скорости деформацией планки (12) повышается, в результате чего

достигается меньшая неравномерность массы m^2 , чем у напорных ящиков с перфовалями. Таким образом, вследствие повышения степени дисперсности и равномерности профиля скорости в струе массы, напускаемой на сетку, предлагаемый на рисунке 5.31 напорный ящик имеет преимущество перед напорными ящиками с перфовалями, используемыми для низкоскоростных машин.

5.10. Выравнивание профиля массы m^2 локальным регулированием высоты перелива

Рис. 5.32 в дополнение к рисунку 5.31 поясняет принцип выравнивания.

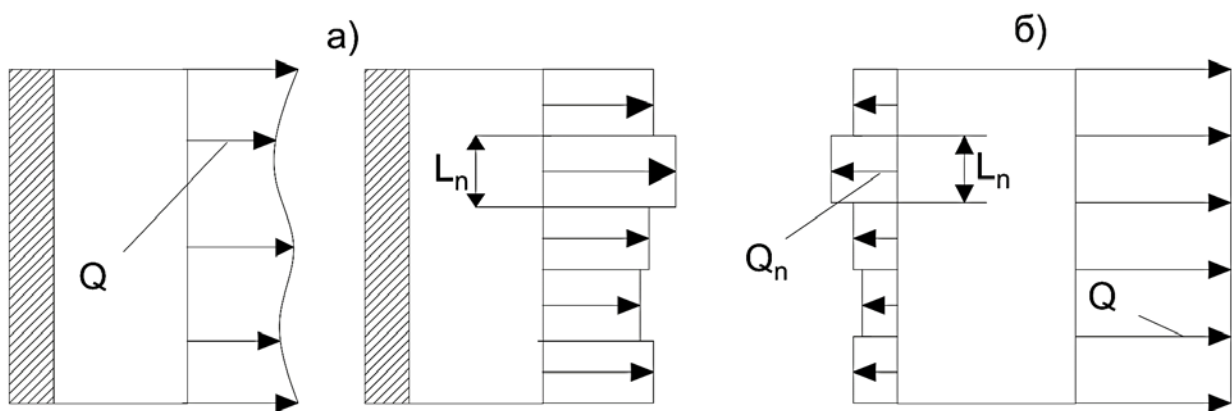


Рис.5.32. Принцип выравнивания профиля расхода массы в напускном канале путём изменения профиля расхода массы в переливном канале:

- а) – без локальной регулировки перелива;
б) – с локальной регулировкой перелива

Дифференцируя формулу (5.115) будем иметь:

$$\frac{\Delta q}{\bar{q}} = \frac{\Delta Q}{\bar{Q}}, \quad (5.168)$$

где Δq – отклонение массы m^2 от среднего значения $\bar{q}$, вызванного искажением профиля расхода ΔQ на участке L_n от среднего значения $\bar{Q}$.

Регулировка профилем перелива теоретически должна обеспечить выполнение условия (рис. 5.32):

$$\Delta Q_n = \Delta Q. \quad (5.169)$$

Подставляя (5.169) в (5.168) и деля на ширину ящика, получим:

$$\frac{\Delta Q_n}{b} = \frac{\Delta Q}{b} = \frac{\bar{Q}}{b} \cdot \frac{\Delta q}{\bar{q}}. \quad (5.170)$$

Пренебрегая незначительными потерями на трение в напускном и переливном каналах и сопротивлением плавного входа в переливной канал, составим балансы напоров для напускного и переливного каналов.

$$\frac{P_0}{\rho g} + \frac{V_k^2}{2g} = (1 + 0,06) \cdot \frac{V_c^2}{2g}; \quad (5.171)$$

$$\frac{V_0^2}{2g} + \frac{P_0}{\rho g} = z + z_m + \frac{P_n}{\rho g}. \quad (5.172)$$

В формулах (5.171) и (5.172) согласно рисунку 5.33 имеем:

$\frac{P_0}{\rho g}$ – избыточное давление в общей зоне входа в напускной и переливной каналы;

$$V_c = \frac{Q}{b \cdot h \cdot \varepsilon_c} = \frac{Q}{b \cdot h \cdot 0,8} = \frac{1,25 \cdot Q}{b \cdot h} = 0,9114 \cdot V_{\text{нак}}; \quad (5.173)$$

$$h = 9,3 \cdot 10^{-5} \frac{q}{C - C_R} \cdot \frac{1}{\varepsilon_c} = \frac{1,1625 \cdot 10^{-4} \cdot q}{C - C_R}; \quad (5.174)$$

$$V_k = \frac{Q}{b \cdot h_k} = \frac{Q}{b} \cdot \frac{1}{h + 1,3 \cdot 10^{-2}}; \quad (5.175)$$

$$V_0 = \frac{Q + Q_{\Pi}}{b \cdot h_0} = \frac{(1 + K_{\Pi})Q}{b \cdot h_0} = \frac{1,07}{4 \cdot 10^{-2}} \cdot \frac{Q}{b} = 26,75 \cdot \frac{Q}{b}; \quad (5.176)$$

$$K_{\Pi} = \frac{Q_{\Pi}}{Q} = 0,07 \text{ – коэффициент перелива}; \quad (5.177)$$

$$z_m = \frac{(Q_{\Pi}/b)^{\frac{2}{3}}}{m_{\Pi}^{\frac{2}{3}} \cdot 2g^{\frac{1}{3}}} = \frac{(Q_{\Pi}/b)^{\frac{2}{3}}}{0,53 \cdot 2 \cdot 9,8^{\frac{1}{3}}} = 0,6 \cdot \left(\frac{Q_{\Pi}}{b}\right)^{\frac{2}{3}}. \quad (5.178)$$

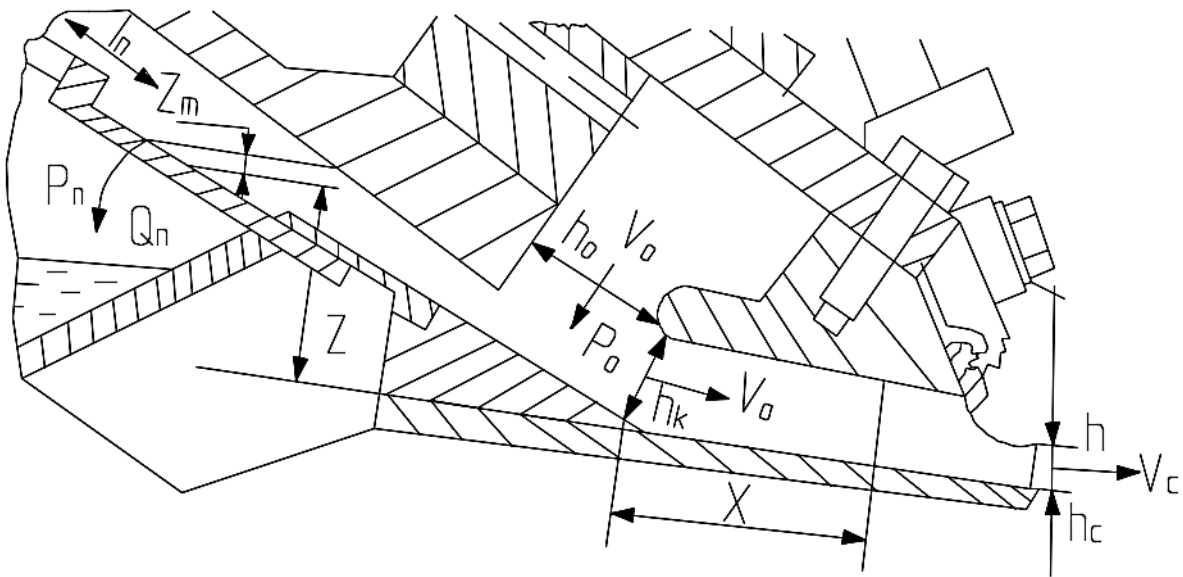


Рис. 5.33. Расчётная схема грубой регулировки профиля массы m^2

Подставим в (5.171) выражения (5.173), (5.175) и (5.174):

$$\frac{P_0}{\rho \cdot g} = \frac{V_{\text{нак}}^2}{2g} \left[0,8805 - \frac{0,5316}{\left(1 + \frac{1,3 \cdot 10^{-2}}{h}\right)^2} \right] = \frac{V_{\text{нак}}^2}{2g} \left[0,8805 - \frac{0,5316}{\left(1 + \frac{111,828(C-C_R)}{q}\right)^2} \right].$$

Подставим (5.178) с учётом (5.177), а также (5.176) в выражение (5.172):

$$\frac{P_{\text{п}}}{\rho \cdot g} = \frac{P_0}{\rho \cdot g} + \frac{715,625}{2g} \left(\frac{\bar{Q}}{b}\right)^2 - 0,102 \left(\frac{Q}{b}\right)^{\frac{2}{3}} - \bar{z},$$

где $\bar{z} = 6 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ – высота, соответствующая нулевому положению регулирующей планки.

Пренебрегая малым для расчёта давления членом $0,102 \left(\frac{Q}{b}\right)^{\frac{2}{3}}$, подставим в последнюю формулу предыдущую и учтём выражение (5.116):

$$\frac{P}{\rho \cdot g} = \frac{V_{\text{нак}}^2}{2g \cdot 60^2} \left[0,8805 - \frac{0,5316}{\left(1 + \frac{111,828(C-C_R)}{q}\right)^2} + 5,567 \cdot 10^{-6} \left(\frac{q}{C-C_R}\right)^2 \right] - 6 \cdot 10^{-2}, \quad (5.179)$$

где $[V_{\text{нак}}] = \text{м/мин}$; $[q] = \text{Г/м}^2$; $[C] = \%$; $\left[\frac{P}{\rho \cdot g}\right] = \text{м.вод.ст.}$

На рисунке 5.34 представлена зависимость (5.179) для $q = 80 \text{ Г/м}^2$; $C_R = 0,12\%$ и концентрации массы 0,5 и 2%.

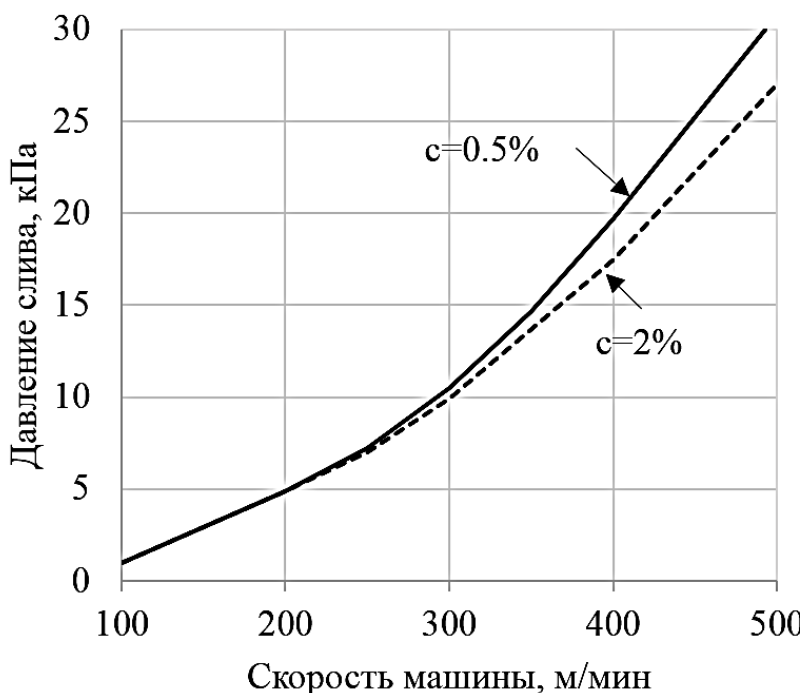


Рис. 5.34. Зависимость избыточного давления в сливной камере от скорости машины

Подставим в (5.172) выражения (5.176) и (5.178):

$$z = \frac{P_0 - P_{\Pi}}{\rho \cdot g} + 36,5083 \left(\frac{Q}{b} \right)^2 - 0,6 \left(\frac{Q_{\Pi}}{b} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

Настроим давление в сливной камере при заданной скорости машины на коэффициент перелива $K_{\Pi} = 7\%$, согласно рисунку 5.34, и будем держать его постоянным. Определим из последнего выражения величину перемещения переливного окна Δz , компенсирующего локальное искажение расхода $\frac{\Delta Q}{b}$.

Дифференцируя его и подставляя формулу (5.177) получим:

$$\Delta z = 73,0166 \frac{\bar{Q}}{b} \cdot \frac{\Delta Q}{b} - 0,97 \left(\frac{\bar{Q}}{b} \right)^{-\frac{1}{3}} \cdot \frac{\Delta Q_{\Pi}}{b}. \quad (5.180)$$

Локальное изменение расхода, вызывающее согласно (5.168) локальное изменение веса m^2 , должно, следуя (5.170), компенсироваться локальным изменением расхода в перелив путём согласно (5.180) изменения положения окон. Подставим (5.170) в (5.180):

$$\Delta z = \frac{\Delta q}{q} \left[73,0166 \left(\frac{\bar{Q}}{b} \right)^2 + 0,97 \left(\frac{\bar{Q}}{b} \right)^{\frac{2}{3}} \right]. \quad (5.181)$$

Подставим в последнее выражение формулу (5.116) и учтём, что линейное перемещение планки Δl связано с вертикальным перемещением Δz :

$$\Delta l = \frac{\Delta z}{\sin \alpha} = \frac{\Delta z}{\sin 30^\circ} = 2\Delta z.$$

Получим:

$$\Delta l = 3,15 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{\Delta q}{q} \left(\frac{\bar{Q} \cdot V_{\text{нак}}}{C - C_R} \right)^2 \cdot \left[1 + 7,945 \cdot 10^5 \left(\frac{C - C_R}{\bar{Q} \cdot V_{\text{нак}}} \right)^{\frac{4}{3}} \right], \quad (5.182)$$

где $[q] = \text{г/м}^2$; $[C] = \%$; $[V_{\text{нак}}] = \text{м/мин}$; $[\Delta l] = \text{мм}$.

На рисунке 5.35 представлены зависимость (5.182) при $q = 80 \text{ г/м}^2$; $C_R = 0,12\%$ и $\frac{\Delta q}{q} = 3\%$ и $\frac{\Delta q}{q} = 6\%$ в пределах диапазона регулировки $\Delta l \leq 40 \text{ мм}$.

Рис. 5.35 показывает возможность грубой регулировки профиля веса m^2 предлагаемым способом, что даст возможность точной регулировки путём деформирования поперечной планкой губы напорного ящика.

На рисунке 5.36 приведена зависимость пьезометрического напора в коллекторе ящика от скорости машины для двух диаметров коллекторных труб.

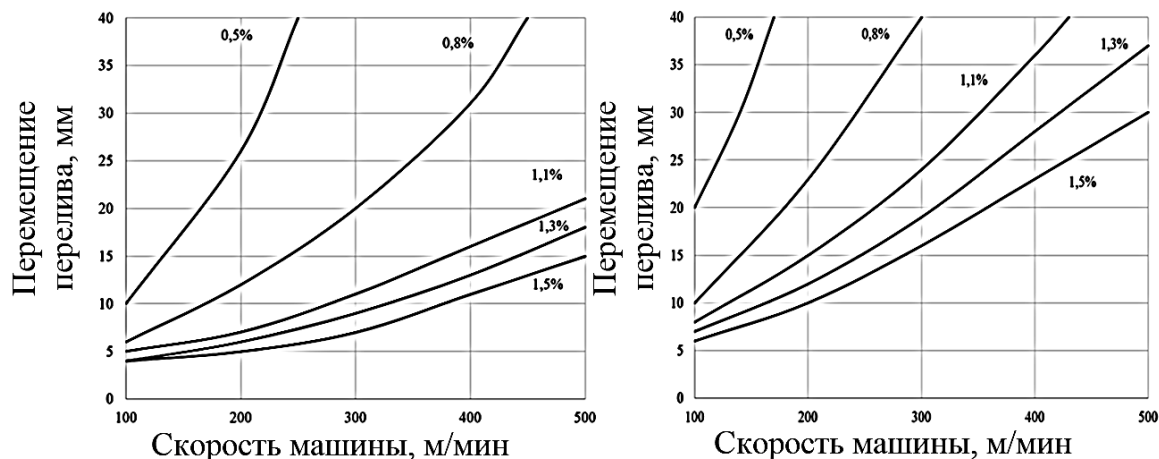


Рис. 5.35. Зависимость перемещения переливных окон от скорости машины при различной концентрации массы, необходимых для компенсации искажения профиля веса $m^2 \frac{\Delta q}{q} = 3\%$ и $\frac{\Delta q}{q} = 6\%$

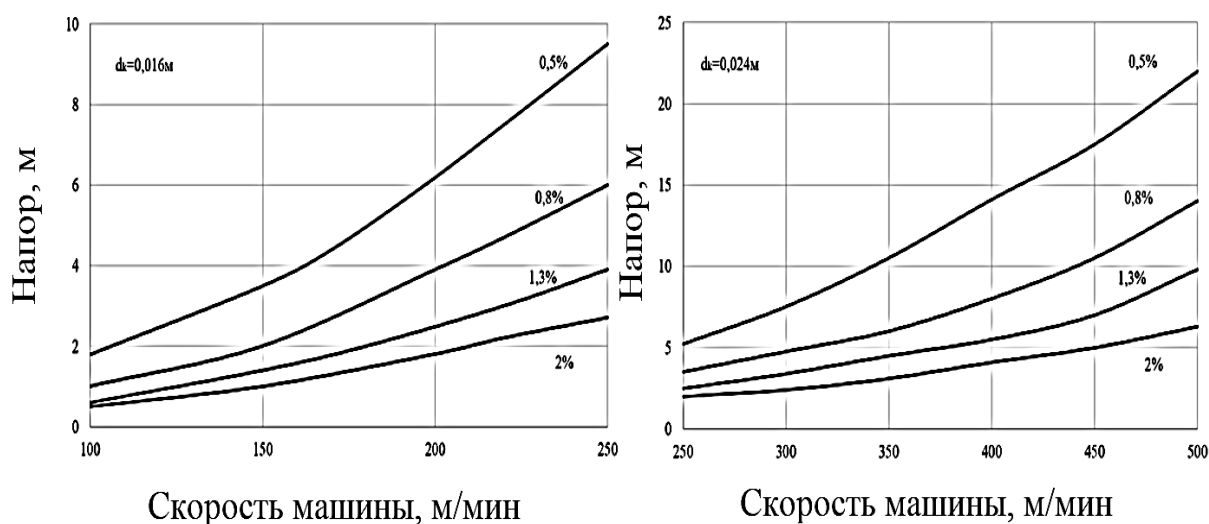


Рис. 5.36. Зависимость пьезометрического напора в коллекторе ящика от скорости машины при различной концентрации массы для двух диаметров коллекторных труб

5.11. Диспергирование массы в полупромышленном ящике

Как было упомянуто выше (рис. 5.31), процесс тонкого диспергирования в предлагаемом ящике осуществляется большим напряжением сдвига между основными и обратными струями, которые разрывают флокулы на волокна. При этом струйность потока успевает гаснуть до губы напорного ящика. Это иллюстрирует рис. 5.37, на котором по программе «Kosmos» рассчитаны поля

скоростей по ширине ящика в различных его сечениях при следующих параметрах: $q = 80 \text{ г/м}^2$; $V_{\text{нак}} = 640 \frac{\text{м}}{\text{мин}}$; $C = 0,8\%$; $C_R = 0,12\%$.

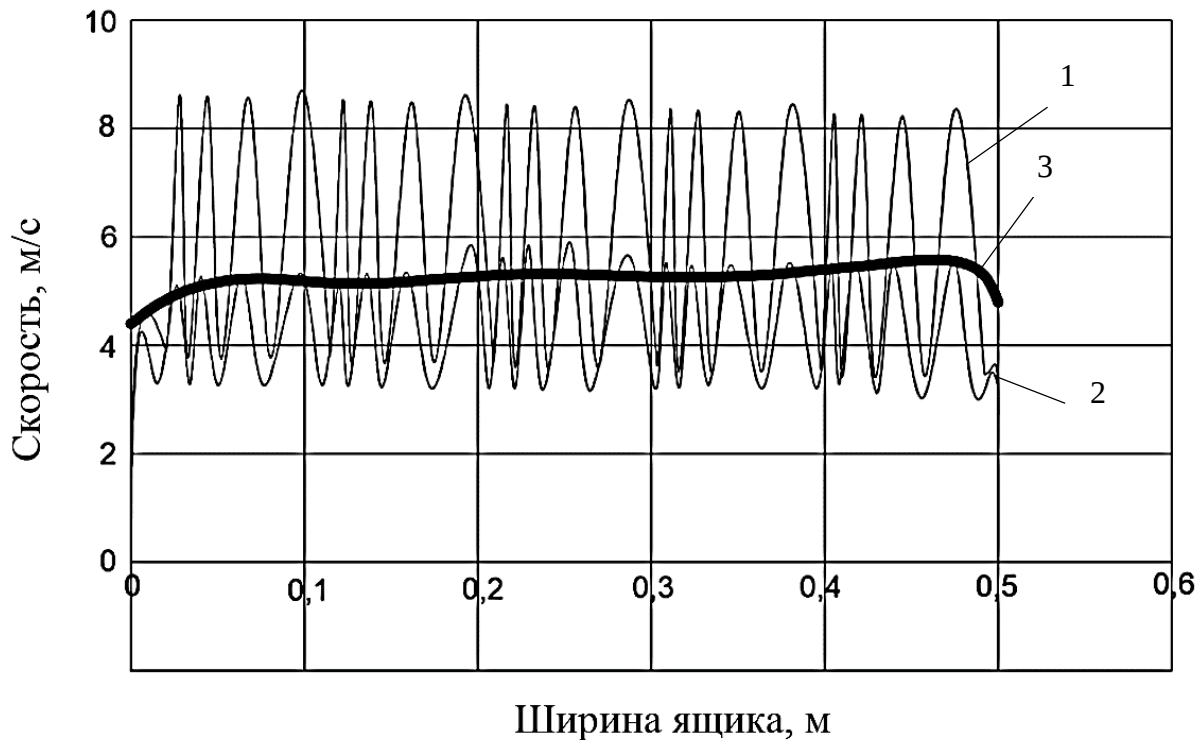


Рис. 5.37. Распределение скорости по ширине экспериментального ящика:
1 – во вторичной камере; 2 – перед входом в напускной канал;
3 – перед губой ящика

Согласно рисунку 5.31, напряжение сдвига τ между струями будет равно:

$$\tau = \mu_0 \cdot \frac{\Delta V}{\Delta y} = \mu_0 \cdot \frac{2V_d}{t_d}, \quad (5.183)$$

где V_d – скорость струи в отверстиях перфоплиты диаметром d_d , расположенных с шагом t_d при количестве рядов K_d .

$$V_d = \frac{4(1+K_{\Pi})}{\pi \cdot d_d^2} \cdot \frac{t_d}{K_d} \cdot \frac{Q}{b}. \quad (5.184)$$

Подставим (5.193) в (5.192):

$$\tau = \mu_0 \cdot \frac{8(1+K_{\Pi})}{\pi \cdot K_d \cdot d_d^2} \cdot \frac{Q}{b}. \quad (5.185)$$

Подставим (5.116) и (2.44) в (5.185) при двух значениях d_d :

$$\tau = \mu_0 \cdot \frac{8(1+0,07)}{\pi \cdot 2 \cdot 0,012^2} \cdot \frac{Q}{b} = 9465 \cdot \mu_0 \cdot \frac{Q}{b} = 2,075 \cdot 10^{-4} \cdot q \cdot \frac{C^{1,25}}{C-C_R} \cdot V_{\text{нак}}; \quad (5.186)$$

$$\tau = \mu_0 \cdot \frac{8(1+0,07)}{\pi \cdot 2 \cdot 0,015^2} \cdot \frac{Q}{b} = 6058 \cdot \mu_0 \cdot \frac{Q}{b} = 1,328 \cdot 10^{-4} \cdot q \cdot \frac{C^{1,25}}{C-C_R} \cdot V_{\text{нак}}. \quad (5.186^*)$$

Напряжение сдвига (5.186), (5.186*) должны превышать напряжения τ_{Δ} сил сцепления волокон во флокуле, определяемые формулами (2.43), (2.51), (2.16) и значениями таблицы 2.1:

$$\begin{aligned} \tau = \frac{\gamma_{\Delta}^2}{F_0 \cdot B_f} &= \frac{\left(0,15^{\frac{1}{1+\varphi}} \cdot 8380 \cdot \mu_0\right)^2}{8380 \cdot 0,15} = 15^{\frac{1-\varphi}{1+\varphi}} (1,4915^{-2} \cdot C^{1,25})^2 \cdot 8380 = \\ &= 1,8642 \cdot C^{2,5} \cdot 0,15^{\frac{0,4-0,3 \cdot C}{0,4+1,7 \cdot C}}. \end{aligned} \quad (5.187)$$

Приравнявая (5.186) или (5.186*) к выражению (5.187), получим зависимость предельных значений концентраций массы от скорости машины, при которых будет иметь место полная диспергация массы, входящей в напускной канал:

$$V_{\text{нак}} \geq 8984,1 \cdot \frac{C^{1,25}(C-C_R)}{q} \cdot 0,15^{\frac{0,4-0,3C}{0,4+1,7C}}; \quad (5.188)$$

$$V_{\text{нак}} \geq 14035,6 \cdot \frac{C^{1,25}(C-C_R)}{q} \cdot 0,15^{\frac{0,4-0,3C}{0,4+1,7C}}, \quad (5.188^*)$$

где $[q] = \text{г/м}^2$; $[C] = \%$; $[V_{\text{нак}}] = \text{м/мин}$.

На рисунке 5.38 представлены зависимости (5.188) и (5.188*) при $q=80 \text{ г/м}^2$; и $C_R = 0,12\%$.



Рис. 5.38. Зависимость предельной концентрации, меньше которой масса, входящая в напускной канал, диспергирована на волокна, от скорости машин при двух значениях диаметра отверстий перфоплиты

После входа в напускной канал наступает рефлокуляция массы. Согласно (5.110), будем иметь для дисперсности массы в конце конфузорного канала при выполнении условия рисунка 5.38 :

$$d_k = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + A \cdot \frac{\mu_0}{\rho} \cdot t}. \quad (5.189)$$

Скорость массы $V(x)$ в сечении конфузорного канала, согласно рисунку 5.33, определится ($\theta = 4^\circ$):

$$V(x) = \frac{Q}{b \cdot z(x)} = \frac{Q}{b(h_k - \operatorname{tg} \theta \cdot x)} = \frac{Q}{b} \cdot \frac{1}{h_0 + 1,3 \cdot 10^{-2} - 0,07 \cdot x}.$$

Время движения массы в канале длиной $L_k = 8,5 \cdot 10^{-2}$ м определится с учётом (5.130):

$$\begin{aligned} t &= \int_0^L \frac{dx}{V(x)} = \frac{1}{Q/b} \left(\int_0^L h_0 + 1,3 \cdot 10^{-2} - 0,07 \cdot x \right) dx = \\ &= \frac{L^2}{Q/b} \left(\frac{h_0 + 1,3 \cdot 10^{-2}}{L} - 0,035 \right) = \frac{8,5 \cdot 10^{-2} \cdot h_0 + 8,5213 \cdot 10^{-4}}{Q/b} = \\ &= \frac{8,5 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{h_c}{\varepsilon_c} + 8,5213 \cdot 10^{-4}}{V_c \cdot h_c} = \frac{\frac{8,5 \cdot 10^{-2}}{0,8} + \frac{8,5213 \cdot 10^{-4}}{h_c}}{0,9114 \cdot V_{\text{нак}}} = \frac{0,1166 \cdot h_c + 9,35 \cdot 10^{-4}}{V_{\text{нак}} \cdot h_c}. \end{aligned} \quad (5.190)$$

Подставим (5.190) в (5.178) с учётом значения вязкости из таблицы 2.1 и числовых значений: $l = 2 \cdot 10^{-3}$ м; $\rho = 1000$ кг/м³; $A = 7$ при $\theta = 4^\circ$:

$$\frac{d_k}{l} = 0,5 \sqrt{1 + \frac{12,17 \cdot h_c + 9,76 \cdot 10^{-2}}{h_c \cdot V_{\text{нак}}} \cdot C^{1,25}}. \quad (5.191)$$

При размере флокул d_k , подходящих к губе меньших микромасштаба турбулентности λ_g в сжатом сечении струи, выходящей из губы, флокулы будут проскакивать губу, не диспергируясь, и размер флокул, сходящих с губы d_{fc} , определится уравнением (5.191): $d_k = d_{fc}$ при $d_{fc} \leq \lambda_g$.

Если размер флокул, подходящих к губе, больше микромасштаба λ_g в сжатом сечении струи, то флокула начинает диспергироваться, и степень её дисперсности определится временной зависимостью (5.155):

$$d_{fc} = h_c \left[\left(\frac{d_k}{h_c} \right)^{\frac{2}{3}} - 0,12 \right]^{1,5} \quad \text{при } d_k \geq \lambda_g. \quad (5.192)$$

Подставим (5.200) в (5.201):

$$d_{fc} = \left\{ \left[1 \cdot 10^{-6} + 1 \cdot 10^{-6} \cdot C^{1,25} \cdot \frac{12,17 + \frac{9,76 \cdot 10^{-2}}{h_c}}{V_{\text{нак}}} \right]^{\frac{1}{3}} - 0,12 \cdot h_c^{\frac{2}{3}} \right\}^{1,5}. \quad (5.193)$$

Подставим в (5.191) и (5.193) выражение (5.121):

$$\frac{d_k}{l} = 0,5 \sqrt{1 + \frac{12,17 + \frac{1049,462(C-C_R)}{q}}{V_{\text{нак}}} \cdot C^{1,25} \cdot 60}; \quad (5.194)$$

$$\frac{d_{fc}}{l} = 0,5 \left\{ \left[1 + \frac{730,2 \cdot C^{1,25}}{V_{\text{нак}}} \left(1 + \frac{86,234(C-C_R)}{q} \right) \right]^{\frac{1}{3}} - 0,0246 \left(\frac{q}{C-C_R} \right)^{\frac{2}{3}} \right\}^{1,5}, \quad (5.195)$$

где $[q] = \text{г/м}^2$; $[C] = \%$; $[V_{\text{нак}}] = \text{м/мин}$.

На рисунке 5.39 представлены зависимости (5.194), (5.195) и (5.161).

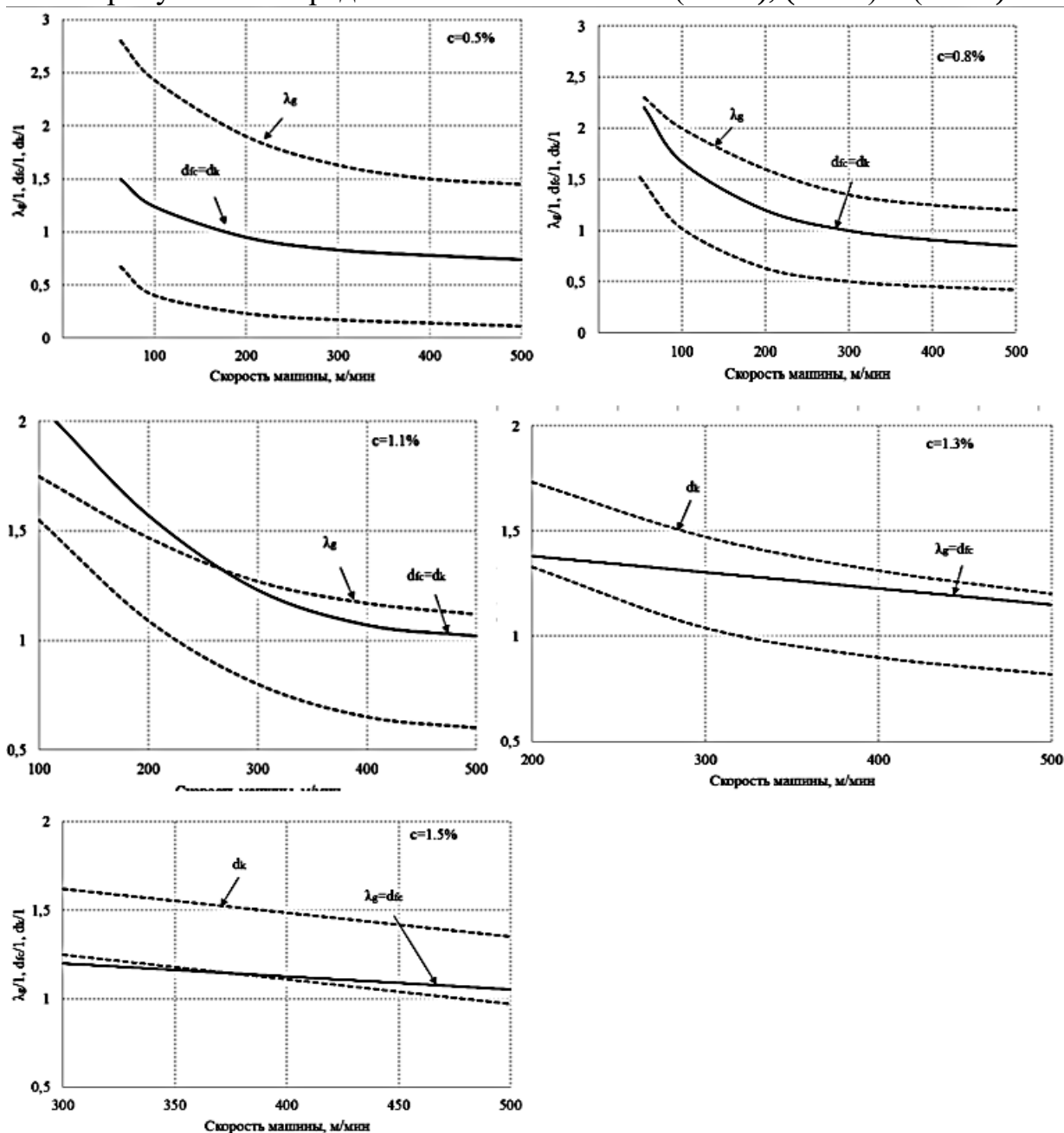


Рис. 5.39. Зависимости относительного размера флоккул и относительного масштаба турбулентности от скорости машины при $q=80$ г/м² и СФА концентрации $0,5\div 2\%$: λ_g – микромасштаб турбулентности в губе ящика; d_k – размер флоккул перед губой; d_{fc} – размер флоккул, сходящих с губы

Рефлокуляцию в струе массы учтём приведённой выше формулой для СФИ.

$$\frac{d_{\text{сет}}}{l} = \left[\left(\frac{d_{fc}}{l} \right)^2 + 3,024 \cdot 10^{-3} \cdot C^{1,25} \cdot V_{\text{нак}} \sqrt{1 + \frac{279115}{V_{\text{нак}}^2}} - 1 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (5.196)$$

Согласно рисунку 5.39, в формулу (5.196) подставляется соответствующая формула (5.194), (5.161), или при концентрации массы 1,5% формула (5.195) при скорости менее 350 м/мин. Пренебрежём небольшой погрешностью, подставляя в (5.196) во всех случаях размер флокул перед ящиком, снижая тем самым степень дисперсности в струе массы, опускающейся на сетку машины.

Подставляя в (5.196) формулу (5.194), получим зависимость степени дисперсности массы в струе опускающейся на сетку от скорости машины при различной концентрации в экспериментальном напорном ящике:

$$\frac{d_{\text{сет}}}{l} = C^{0,625} \cdot \left[0,25 + \frac{182,55 + \frac{15741,93(C-C_R)}{q}}{V_{\text{нак}}} + 3,024 \cdot 10^{-2} \cdot V_{\text{нак}} \left(\sqrt{1 + \frac{279115}{V_{\text{нак}}^2}} - 1 \right) \right]^{1/2}. \quad (5.197)$$

На рисунке 5.40 приведена зависимость (5.197) при $q=80 \text{ г/м}^2$; $C_R=0,12 \%$; и для сравнения аналогичная зависимость для напорных ящиков со ступенчатым диффузорами, согласно рисунку 5.30. Из рисунков видно, что разработанный напорный ящик обеспечивает более высокий уровень дисперсности в струе массы, опускающейся на сетку, по сравнению с напорным ящиком, снабженным ступенчатыми диффузорами.

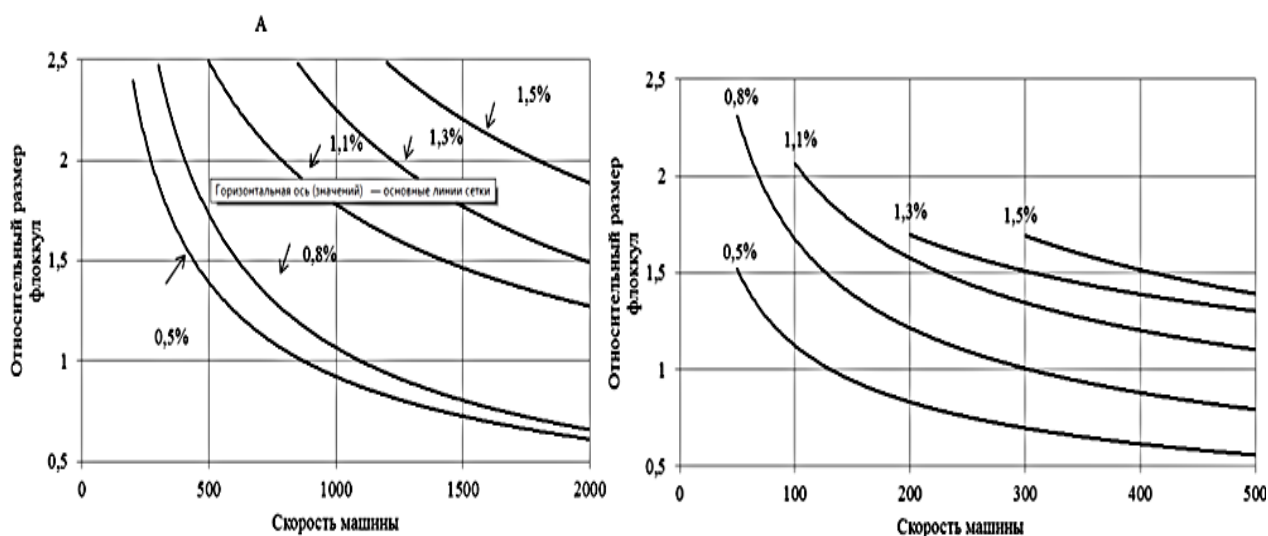


Рис. 5.40. Зависимость относительного размера флокул в струе массы, опускающейся на сетку, от скорости машины при различной концентрации СФИ:

А – напорный ящик со ступенчатым диффузором;

Б – экспериментальный ящик изображённый на рисунке 5.31

5.12. Изменение интенсивности турбулентности вдоль оси напускного канала в экспериментальном ящике

В уравнение (5.189), характеризующее изменение размера флокул вдоль оси конфузторного канала, входит постоянная A , которая, как было показано выше, зависит от угла конфузторности θ и определяется опытным путём по изменению интенсивности турбулентности вдоль оси канала.

Согласно при вырождении турбулентности пульсационная скорость связана с микромасштабом λ_g выражением:

$$u' = \frac{B_g}{\lambda_g}, \quad (5.198)$$

где B_g – коэффициент, определяющийся начальными условиями.

Согласно (5.189) и рисунку 5.33 будем иметь:

$$\lambda_g = \sqrt{\left(\frac{l}{2}\right)^2 + A \cdot \frac{\mu_0}{\rho} \cdot t}, \quad (5.199)$$

$$\begin{aligned} \text{где } t &= \int_0^x \frac{dx}{V(x)} = \int_0^x \frac{z(x)dx}{Q/b} = \frac{1}{Q/b} \int_0^x (h_\kappa - \operatorname{tg}\theta \cdot x) dx = \\ &= \frac{1}{Q/b} \int_0^x [7,5 \cdot 10^{-3} + h_0 + (L - x) \cdot \operatorname{tg}\theta] dx = \\ &= \frac{1}{Q/b} \left[(7,5 \cdot 10^{-3} + h_0 + L \cdot \operatorname{tg}\theta) \cdot x - \frac{x^2}{2} \cdot \operatorname{tg}\theta \right]. \end{aligned}$$

В пределах регулирования открытия губы угол $\theta = 4^\circ$ практически остаётся постоянным (рис. 5.31), а длина канала $L = 8,5 \cdot 10^{-2}$ м:

$$t = \frac{1}{Q/b} [(1,34 \cdot 10^{-2} + h_0)x - 0,035x^2]; \quad (5.200)$$

$$V(x) = \frac{Q/b}{z(x)} = \frac{Q/b}{1,345 \cdot 10^{-2} + h_0 - 0,07x}. \quad (5.201)$$

Подставим (5.209) в (5.208), учитывая $l = 2 \cdot 10^{-3}$ м и $\rho = 10^3$ кг/м³:

$$\lambda_g = 1 \cdot 10^{-3} \sqrt{1 + \frac{10^3 \cdot A \cdot \mu_0}{Q/b} [(1,345 \cdot 10^{-2} + h_0)x - 0,035 \cdot x^2]}.$$

Подставим последнее выражение в (5.198) и отнесём к скорости V из выражения (5.201):

$$\frac{u'}{V} = \frac{10^3 \cdot B_g (1,345 \cdot 10^{-2} + h_0 - 0,07x)}{\frac{Q}{b} \sqrt{1 + \frac{10^3 \cdot A \cdot \mu_0}{Q/b} [(1,345 \cdot 10^{-2} + h_0)x - 0,035 \cdot x^2]}}. \quad (5.202)$$

Относительная интенсивность турбулентности в начале канала высока и автомодельна относительно числа Re , то есть не зависит ни от вязкости, ни от скорости, и определяется только конфигурацией вторичной камеры и подхода к каналу. Измеренные средние значения интенсивности в начале напускного канала лежат в диапазоне $14 \div 20\%$:

$$\frac{u'(0)}{V(0)} \cdot 100\% \approx 17\% .$$

Подставим это значение в (5.202) при $x=0$:

$$B_g = \frac{u'(0)}{V(0)} \cdot \frac{10^{-3}Q/b}{1,345 \cdot 10^{-2} + h_0} = \frac{10^{-3} \cdot 0,17 \cdot Q/b}{1,345 \cdot 10^{-2} + h_0} . \quad (5.203)$$

Подставим значение (5.203) в (5.202):

$$\frac{u'}{V} = \frac{0,17 \left[1 - \frac{0,07 \cdot x}{1,345 \cdot 10^{-2} + h_0} \right]}{\sqrt{1 + \frac{10^3 \cdot A \cdot \mu_0}{Q/b} [(1,345 \cdot 10^{-2} + h_0)x - 0,035x^2]}} ; \quad (5.204)$$

Подставляя в (5.204) выражения (5.121) и (5.116), получим:

$$\frac{u'}{V} = \frac{0,17 \left[1 - \frac{0,07 \cdot (C - C_R) \cdot x}{1,345 \cdot 10^{-2} (C - C_R) + 9,3 \cdot 10^{-5} \cdot q} \right]}{\sqrt{1 + \frac{10^3 \cdot A \cdot C^{1,25} \cdot (C - C_R)}{q \cdot V_{\text{нак}}} \left[\left(136,4672 + 0,9436 \frac{q}{C - C_R} \right) x - 355,119x^2 \right]}} . \quad (5.205)$$

Измеряя интенсивность турбулентности u'' в различных сечениях канала x и определяя скорость V в этом сечении по измеряемому расходу $\frac{Q}{b}$ по формуле (5.201), из уравнения (5.204) определим постоянную $A=7$.

Подставим полученное значение постоянной A в формулу (5.205) и введём безразмерную координату $\frac{x}{L}$, где $L=8,5 \cdot 10^{-2}$ м:

$$\frac{u'}{V} 100\% = \frac{17 \left[1 - \frac{5,95 \cdot 10^{-3} \cdot (C - C_R) \cdot \frac{x}{L}}{1,345 \cdot 10^{-2} (C - C_R) + 9,3 \cdot 10^{-5} \cdot q} \right]}{\sqrt{1 + \frac{7 \cdot 10^3 \cdot C^{1,25} \cdot (C - C_R)}{q \cdot V_{\text{нак}}} \left[\left(11,6 + 8,021 \cdot 10^{-2} \frac{q}{C - C_R} \right) \cdot \frac{x}{L} - 2,566 \cdot \left(\frac{x}{L} \right)^2 \right]}} . \quad (5.206)$$

На рисунке 5.41 представлена зависимость (5.204) для двух значений скорости машины 100 м/мин и 500 м/мин; $q = 80 \text{ г/м}^2$; $C_R = 0,12\%$.

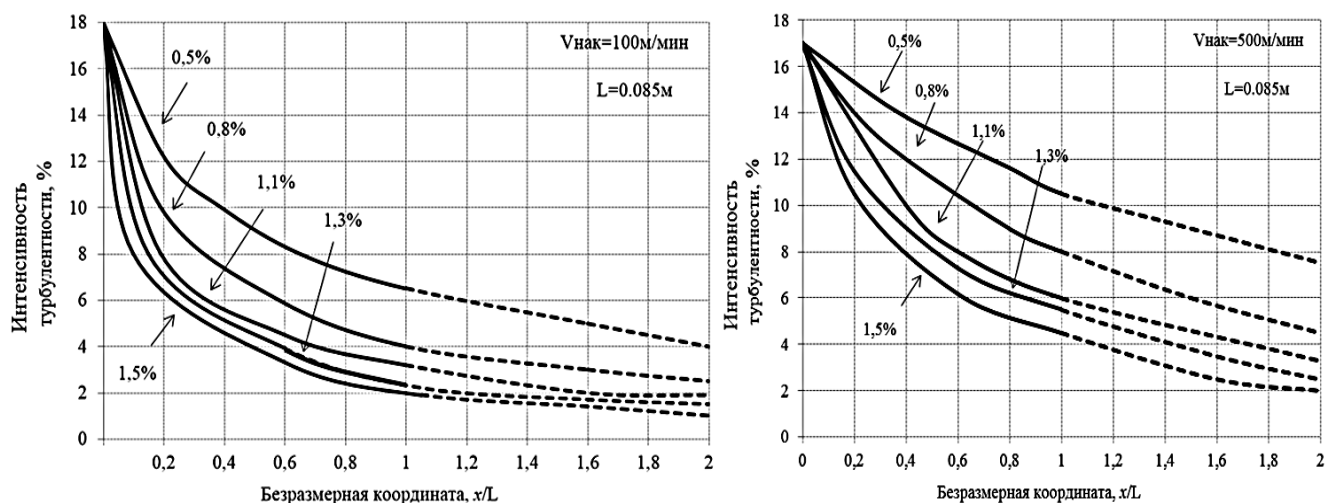


Рис. 5.41. Изменение относительной интенсивности турбулентности массы различной концентрации по длине x/L напускного канала длиной $L = 8,5 \cdot 10^{-2} \text{ м}$ экспериментального ящика при скорости машины 100 м/мин и 500 м/мин

Эксперименты проводились на лабораторной модели, в которой перфоплита была выполнена с одним рядом отверстий, и полупромышленной модели ящика, изображённой на рисунке 5.31 с перфоплитой с двумя рядами отверстий. Характеристика турбулентности измерялась специальными датчиками с приёмным элементом 1,2, что позволяло измерять характеристики мелкомасштабной турбулентности фактически на уровне половины средней длины волокна, детальное описание которых приведено в работе.

6. ОЦЕНКА РАВНОМЕРНОСТИ ФОРМОВАНИЯ БУМАГИ И КАРТОНА ПО МИКРОСТРУКТУРЕ

6.1. Способ подготовки поперечного среза методом ионной резки и оценка физико-механических показателей тест-лайнера

Существующие методы на сегодняшний день не позволяют оценить количественно факторы, определяющие связеобразование в волокнистом материале, полученном из макулатуры, которая имеет неопределённый и неоднородный состав.

Неравномерное распределение волокнистого материала в бумаге и картоне вызвано особенностью в реологии и гидродинамике волокнистой суспензии. Образованные в ходе массоподготовки флокулы меняют свою форму при прессовании на бумагоделательной машине. Оценить равномерность распределения волокон многослойного волокнистого материала очень сложно, так как методы, основанные на интенсивности прохождения света, в этом случае не применимы.

Для решения этой задачи был разработан и опробован инновационный метод получения и оценки поперечного среза многослойного картона, основанный на ионной резке с дальнейшей подготовкой образцов к электронной микроскопии. Предварительно были рассмотрены аналоги и прототип [144-147]. Используемый для визуализации сканирующий электронный микроскоп (СЭМ) обладал функцией получения панорамных изображений, которые в дальнейшем обрабатывались с использованием современных графических и расчётных компьютерных программ.

Существующие методы микроскопического анализа позволяют увидеть структуру волокна только на поверхности картона. Сложнее исследовать поперечный срез картона, так как волокна при воздействии ножевого инструмента деформируются и меняют форму [148].

Использование метода ионной резки картона для получения поперечного среза позволило сохранить расположение волокон, фибрилл, наполнителя. И этот метод исключил негативное влияние ножевого режущего инструмента, что позволило сохранить реальную картину взаимного расположения волокон, наполнителя и фибрилл в поперечном срезе. С помощью современного электронного микроскопа получены в электронном формате панорамные снимки и карта распределения химических элементов.

Предлагаемый метод поясняется схемой, на которой (рис. 6.1) показана последовательность выполнения стадий подготовки поперечного среза для контроля параметров двухслойного тест-лайнера с белым покровным слоем. Согласно предлагаемому методу образца тест-лайнер подготавливают в лаборатории или берут с производственной линии. Стадию подготовки образцов 1 с заданными свойствами реализуют согласно существующим стандартам получения отливок в лаборатории или техническим условиям, разработанным на предприятии. Затем образец устанавливают в устройство для ионной резки на

стадии подготовки поперечного среза 2. Ионную резку картона производят мощной ионной пушкой 8-10 кВ при продолжительности резки от 1 до 2 часов в зависимости от толщины картона от 50 до 250 мкм.

Подготовленный поперечный срез картона визуализируется с помощью сканирующего электронного микроскопа на стадиях 3, 4. На стадии 3 получают изображение поперечного среза, включая карту элементного состава, которую получают с помощью детектора отражённых электронов.

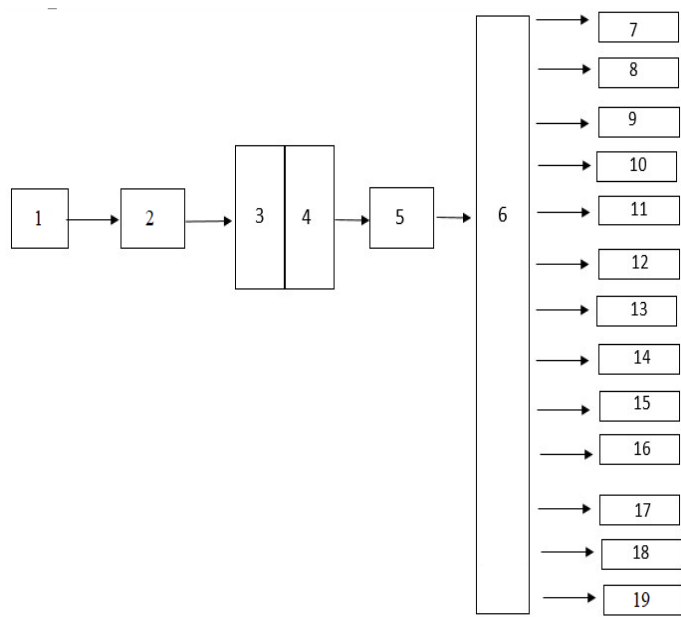


Рис. 6.1. Последовательность выполнения стадий подготовки поперечного среза для оценки параметров двухслойного тест-лайнера с белым покровным слоем

На стадии 4 с помощью программного продукта, позволяющего соединять несколько изображений протяженностью от 100 до 150 мкм, подготавливают панорамные снимки поперечного среза от 1 до 10 мм. Стадии 3, 4 имеют важное значение для дальнейшего преобразования микроскопических снимков на следующей стадии.

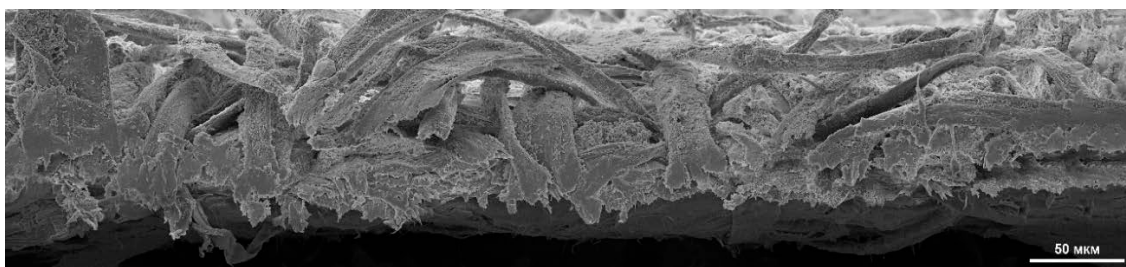
Графическое преобразование изображений на стадии 5 осуществляют с помощью графических программ, которые благодаря настройкам оттенков черного, белого и серого цветов повышают контрастность изображений. На стадии 6 графически преобразованное изображение поперечного среза оценивается с помощью расчётных программных продуктов. Например, с помощью графических программ на стадии 6 наносят профили нижней и верхней поверхностей в поперечном срезе и по ним оценивают шероховатость 7. Границу между слоями наносят, ориентируясь на различие в природе волокна или наличие примесей, которые были зафиксированы на карте распределения элементного состава на стадии 3. Затем находят распределение толщины слоёв по размерам на стадии 8 и по ним устанавливают равномерность распределения

толщины слоёв. На полученном панорамном изображении поперечного среза наносятся линии контакта волокон и линии контакта стенок волокон на стадии 6, а на стадии 9 рассчитывают протяжённость линий контакта и степень их однородности 10. Подобное преобразование выполняют при определении протяжённости контакта внутренних стенок волокон 11 и определяют их равномерность распределения по поперечному срезу 12. С помощью графических преобразований получают изображение области поперечных срезов волокон, по их площади оценивают плотность волокнистого материала 13, а по их распределению оценивают равномерность формования слоёв 14.

По площади, занимаемой пустотами, оценивают пористость целлюлозосодержащего материала 15 и её равномерность распределения по размерам 16. Срезы волокон фибрилл и пор, которые отличаются по цвету на карте распределения по содержанию углерода и кислорода от наполнителя (мела). По площади области, которую занимают фибриллы, оценивают фибрилляцию 17, а по площади, которую занимает кальций, соответствующий определённому цвету на карте распределения элементного состава, оценивают содержание мела 18 и его однородность распределения в поперечном сечении 19. Панорамные снимки поперечного среза картона, полученные методом ионной резки и соединением в графических программах, дают возможность использовать современные аналитические программы для количественного определения факторов, определяющих физико-механические характеристики картона. Этот метод на сегодня является принципиально новым и не имеющим аналогов в исследовании микроструктуры многослойного картона. В качестве примера оценки метода приводится поперечный срез двухслойного картона тест-лайнера, полученного с помощью различных способов подготовки макулатуры (сухого, мокрого и комбинированного).

Достоинством метода ионной резки образцов является высокое качество изображения поперечного среза картона (рис. 6.2). В отличие от поперечного среза многослойного картона, полученного ножевым инструментом (рис. 6.2 А), срез, полученный ионной резкой, позволяет определить области среза волокон, распределение мела на волокнах, фибрилляцию волокон, пористость, границу слоёв и области, где волокна контактируют между собой (рис. 6.2 Б).

А



Б

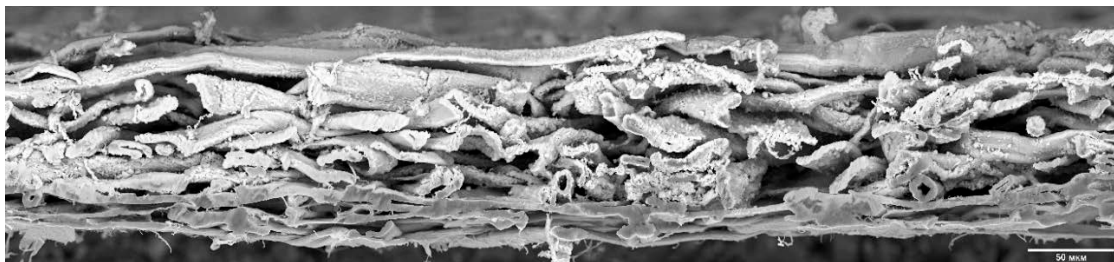


Рис. 6.2. Изображения поперечных срезов образцов картона, полученные с помощью электронного микроскопа:

А – сечение, полученное с помощью ножа;

Б – срез, полученный ионной резкой

Метод ионной резки, который был адаптирован для получения поперечного среза двухслойного картона к электронной микроскопии, является ключевым инструментом научных исследований. Ионная резка образцов производилась с помощью установки Technoorg Linda SEMPrep2 (модель SC-2100, произведена в Будапеште) (рис. 6.3).



Рис. 6.3. Установка для ионной резки Technoorg Linda SEMPrep2 (модель SC-2100)

Двухслойный картон для исследований был получен по методике, представленной в работах [149-152]. Макулатурная масса и параметры изготовления отливок с дальнейшим определением механических показателей готовились по стандартным методам [152]. В качестве образцов были взяты срезы шириной в 10 мм двухслойного тест-лайнера общей массой квадратного метра 60 г. Толщина находилась в диапазоне от 125 до 140 мкм. Соотношение массы квадратного метра покровного и нижнего слоя составляло 50/50 %. Содержание мела в покровном слое, согласно методу определения зольности [153], составило 19 % от массы абсолютно сухого волокнистого материала, а в нижнем слое не превышало 1 %.

Выбор режимов резки осуществлялся в соответствии с требуемым качеством получаемого поперечного среза. При этом рассматривались разные

варианты режимов резки. На рис. 6.4 изображён поперечный срез образца, выполненного скальпелем (режимы травления: время резки 5 мин, мощность резки 0, толщина слоя 250 мкм). Плохое качество изображения поперечного среза (рис. 6.4) не позволяет произвести оценку поверхностных и механических показателей.

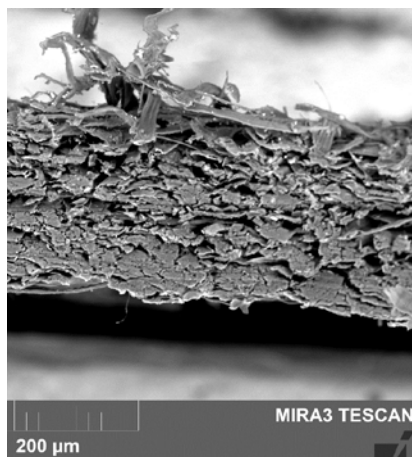


Рис. 6.4. Поперечный срез двухслойного картона тест-лайнера: толщина среза – 250 мкм; продолжительность резки – 5 мин; мощность ионного пучка – 0 В

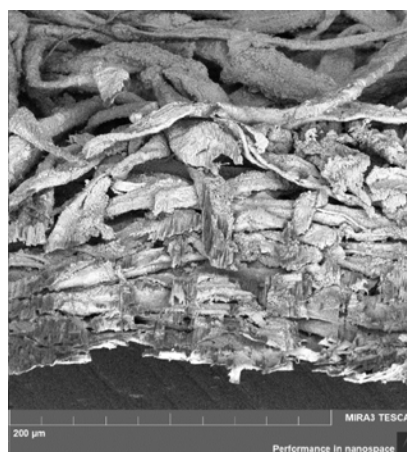


Рис. 6.5. Поперечный срез двухслойного картона тест-лайнера: толщина среза – 200 мкм; продолжительность резки – 40 мин; мощность ионного пучка – 15 В

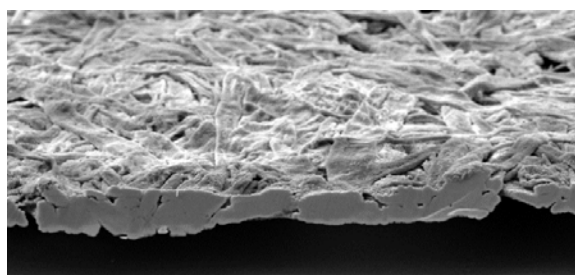


Рис. 6.6. Поперечный срез двухслойного картона тест-лайнера: толщина среза – 50 мкм; продолжительность резки – 40 мин; мощность ионного пучка – 12 В

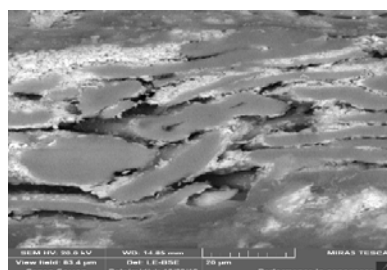


Рис. 6.7. Поперечный срез двухслойного картона тест-лайнера: толщина среза – 150 мкм; продолжительность резки – 40 мин; мощность ионного пучка – 8 В

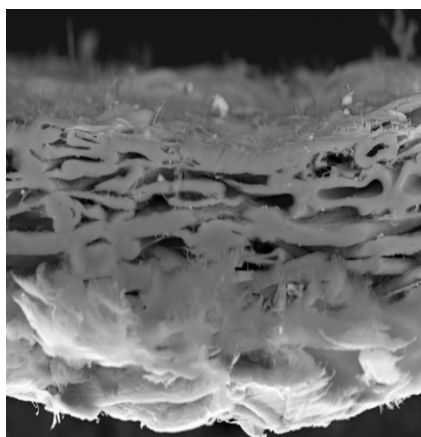


Рис. 6.8. Поперечный срез двухслойного картона тест-лайнера: толщина среза – 150 мкм; продолжительность резки – 1 ч; мощность ионного пучка – 8 В

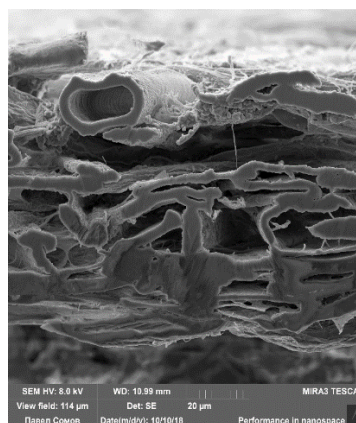


Рис. 6.9. Поперечный срез двухслойного картона тест-лайнера: толщина среза – 150 мкм; продолжительность резки – 2 ч; мощность ионного пучка – 8 В

По режиму ионной резки (рис. 6.5), протестированному на картоне толщиной в 200 мкм в течение 40 мин и с мощностью пучка в 15 кВ, продемонстрированы основные преимущества этого метода, но стало очевидно, что требуется адаптация режимов резки. Снижение мощности ионного пучка приводит к повышению качества поперечного среза, но при этом необходимо снизить толщину целлюлозосодержащего материала.

На рис. 6.6 представлен вариант снижения мощности ионного пучка до 12 кВ для резки целлюлозного волокнистого материала толщиной в 50 мкм.

Продолжительность резки при этом не менялась и составляла 40 мин. Дальнейшее увеличение толщины целлюлозного материала и снижение мощности ионного пучка привело к тому, что целлюлозный материал не прорезался до основания (рис. 6.7). Однако качество срезанной области было достаточным для графического анализа.

Более продолжительная резка в течение 1 ч тоже не дала положительного результата, оставив области несрезанных волокон (рис. 6.8). Требуемое качество поперечного среза было получено при увеличении продолжительности резки до 2 ч (рис. 6.9).

Подготовленные методом ионной резки образцы напылялись хромом в вакуумной камере. Толщина слоя напыления составляла 30 нм. Этот слой позволил обеспечить отток заряда при дальнейшем изучении образца в электронном микроскопе. Подготовленный образец фиксировался на латунной подложке с помощью двухстороннего углеродного скотча и устанавливался в специальный держатель (рис. 6.10, 6.11), адаптированный под ионную резку волокнистого материала.

Принципиальная схема процесса ионной резки многослойного картона представлена на рис. 6.12. С помощью двухступенчатого диафрагменного и

турбомолекулярного насосов в камере достигается необходимый уровень вакуума для ионной резки.

В камере расположены две ионные пушки: одна используется в режиме травления (пушка «высокой» энергии), другая – в режиме полировки (пушка «низкой» энергии). После подачи рабочего газа (аргона), при приложении напряжения между анодом и катодом, происходит ионизация атомов аргона и под воздействием ускоряющего напряжения ионы вылетают из пушки с соответствующей ускоряющему напряжению энергией и попадают на поверхность образца [154-156]. Обладая высокой энергией, ионы аргона распыляют материал поверхности. Параметры процесса: время – 1 ч 30 мин, ускоряющее напряжение – 8 кВ. Светоизлучающий диод используется для имитации потока ионов аргона.

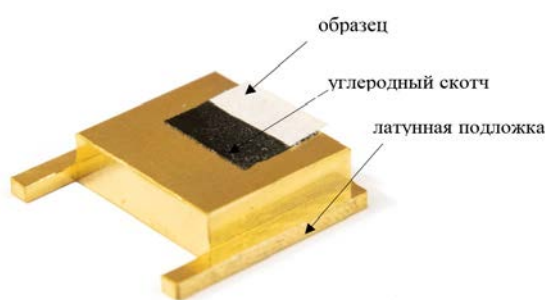


Рис. 6.10. Фиксация образца на латунной подложке

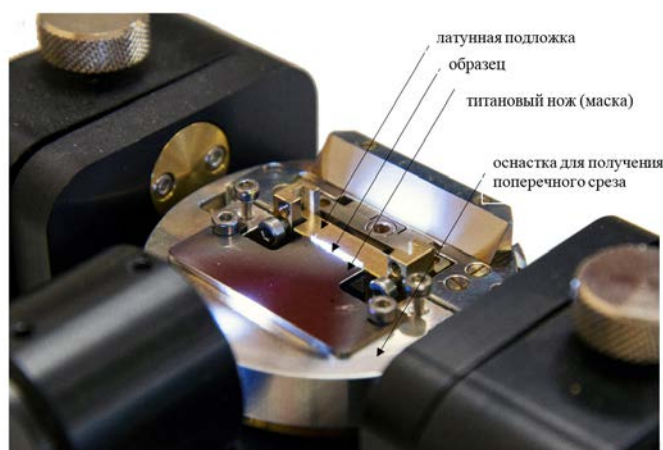


Рис. 6.11. Визуализация процесса ионной резки с использованием оснастки, предназначенной для получения поперечного среза

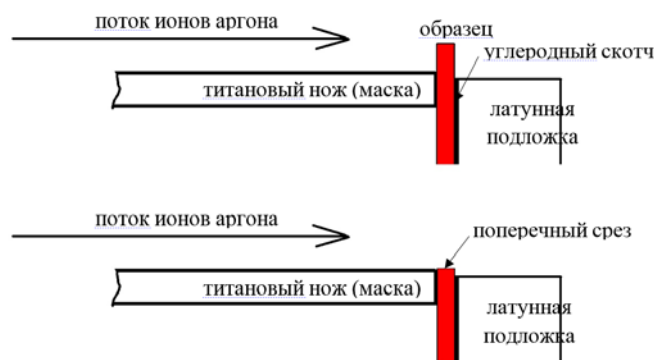


Рис. 6.12. Схематическое изображение процесса ионной резки образца

Визуализация поперечных срезов подготовленных образцов производилась с помощью электронного микроскопа TESCAN MIRA3 LMH, производитель – TESCAN (Чешская Республика). Характеристики сканирующего электронного микроскопа TESCAN MIRA3 LMH следующие: электронная колонна (FEG SEM) с источником электронов на основе катода Шоттки; ускоряющее напряжение 200 В – 30 кВ; ток зонда 2 нА – 200 нА; разрешение 1,0 нм (при 30 кВ), увеличение до 1 000 000; детекторы вторичных электронов (SE, In-Beam SE); детектор отраженных электронов (BSE) [155, 156].

При взаимодействии электронного пучка с поверхностью образца происходит генерация различных ответных сигналов, например, возникновение вторичных электронов, отраженных электронов, тормозного и характеристического рентгеновского излучения, сигнала поглощенного тока и т. д. Для регистрации каждого вида сигналов используются разнообразные детекторы, таким образом, исследуются те или иные характеристики образца.

Изображение объекта формируется в результате сканирования поверхности образца электронным пучком. Для изучения поперечных срезов картона использовался детектор отраженных электронов (BSE – Back-Scattered Electron), так как в этом случае визуализируется контраст по составу образца.

С помощью электронного микроскопа получено панорамное изображение поперечного среза образца двухслойного картона длиной в 1 мм. Для этого была использована функция сшивки изображений [156], встроенная в программное обеспечение электронного микроскопа, позволяющая охватить большую область среза с высоким разрешением (рис. 6.13).

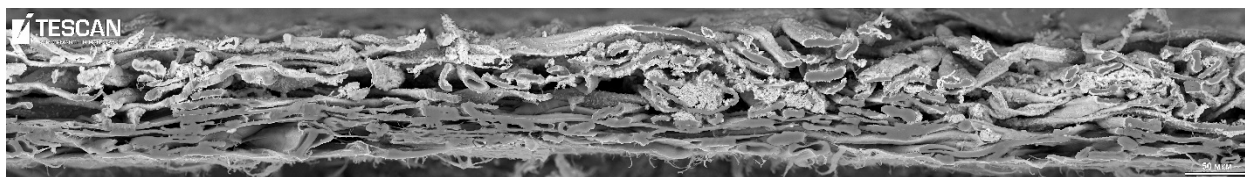


Рис. 6.13. Панорамный снимок поперечного среза картона общей протяжённостью в 1 мм

В графической программе выделялись области поперечного среза по верхним и нижним границам двухслойного картона (рис. 6.14). Верхние и нижние границы картона учитывают шероховатость поверхности и строятся с учётом поверхностей срезанных волокон, максимально удалённых от центра двухслойного картона. В областях наибольшей разницы между максимально и минимально удалёнными от центра поверхностями волокон линии сглаживаются командой «splain».



Рис. 6.14. Область поперечного среза двухслойного картона

Граница слоёв проводится по зонам контакта волокон, относящихся к покровному и нижнему слоям. Принадлежность волокон к покровному или нижнему слою устанавливалась исходя из присутствия мела (по контрасту на BSE изображении и по содержанию кальция на спектрах элементного состава).

Из рис. 6.14 можно оценить, насколько верхний слой отличается по толщине от нижнего при равной массе квадратного метра. Кроме того, он даёт представление о шероховатости верхнего слоя.

Содержание мела в верхнем покровном слое, полученном из писчей печатной макулатуры, значительно выше, чем в нижнем, полученном из макулатуры, преимущественно содержащей гофрокартон (рис. 6.15). За счёт чего строилась линия границы слоёв, которая также сглаживалась командой «splain». На рис. 6.15, показано, насколько равномерно распределён мел в каждом слое картона.

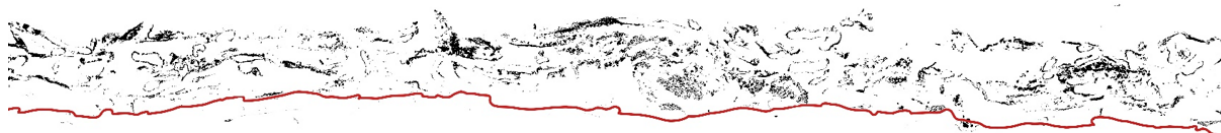


Рис. 6.15. Распределение мела в поперечном срезе двухслойного картона

Для образования межволоконных связей необходим контакт волокон, для чего требовалось первоначально выделить области поперечного среза волокон. Чтобы определить площади областей среза волокон в верхнем и в нижнем слое, подбиралась необходимая цветовая гамма в графической программе (по оттенку серого, чёрного и белого (от 0 до 100 единиц)). По заданным оттенкам определялась область срезанных волокон на панорамном снимке (рис. 6.16).



Рис. 6.16. Области поперечного среза волокон

Выделенная область преобразовывалась в чёрный цвет для дальнейшего упрощения расчёта площадей среза волокон. Область выделения срезанных волокон делится на две части, которые соответствуют покровному и нижнему слоям. Таким образом, получается общая картина, панорамный снимок областей среза волокон в каждом слое.

Аналогичным способом в графической программе производилась проверка области распределения мела по спектру кальция. Мел на BSE изображениях имеет более светлый оттенок, по сравнению с волокнами картона. По цветовой гамме, соответствующей выделенной области, в программе выделяют в виде отдельного слоя все участки, содержащие мел. Инверсия рисунка по распределению мела проводится с целью упрощения расчёта площади мела в поперечном срезе картона.

По аналогии с выделением областей мела и областей среза волокон на панорамном снимке были выделены области фибрилл (рис. 6.17).

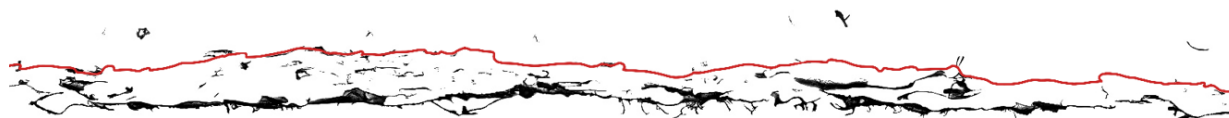


Рис. 6.17. Распределение фибрилл в слоях

Фибриляция волокон характерна для традиционного способа получения картона, который позволяет получить высокую прочность картона. Из рис. 6.17 видно, что фибрилл больше в нижнем слое, который во многом определяет прочность двухслойного картона. Результаты определения механических характеристик картона, полученного с добавлением сухих волокон, были представлены в работе [157]. Скопление фибрилл в нижнем слое на границе вызвано контактом образца с сеткой листоотливного аппарата.

Ещё одним важным фундаментальным фактором, определяющим межслоевую прочность, является наличие водородных связей, сил механического сцепления и сил Ван-дер-Ваальса, действующих в совокупности между контактирующими волокнами. Увидеть сами водородные связи на стыке двух волокон и различить, какова доля сил механического сцепления и сил Ван-дер-Ваальса, очень сложно. Если это возможно, то только при более высоких разрешениях (расстояние должно быть около 3 нм [158]), но при этом разрешении не удастся оценить весь панорамный снимок, так как электронный файл будет содержать более 300 Тбайт памяти. Современный компьютер не предусмотрен работать с такими объёмными файлами, для этого потребовалось бы несколько действующих серверов. Разумеется, наличие контакта не позволяет утверждать точно, что, например, водородные связи там присутствуют, однако даже присутствие 0,5 – 2 % [158] соединений, образованных гидроксильными группами на стыке волокон, позволяет получить картон с достаточной прочностью. Разработанный автором метод, основанный

на ионной резке, позволил разделить контакты волокон между собой и контакты стенок внутри волокна, которые на межволоконные связи практически не влияют (рис. 6.18).

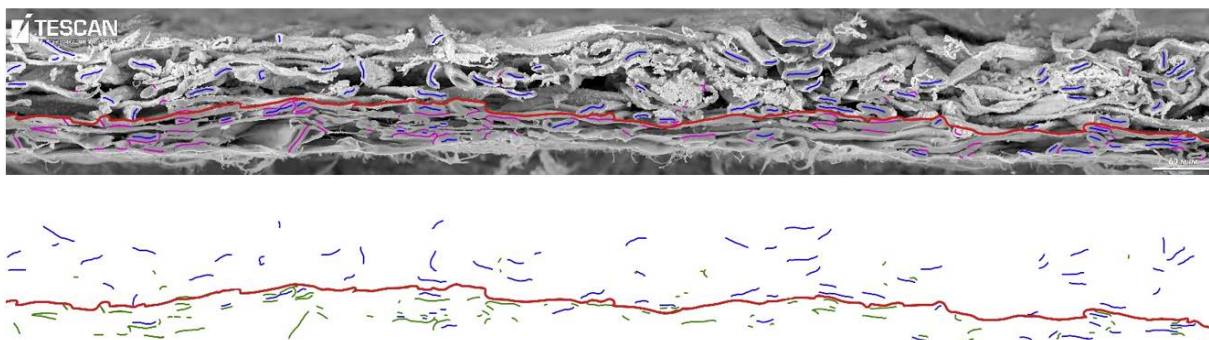


Рис. 6.18. Линия контакта волокон и линии контакта стенок в волокне

Оставшаяся область поперечного слоя картона после вычета из общей области срезов волокон, фибрилл и мела по методу исключения определяет пористость слоев (рис. 6.19), по которой можно определить, насколько плотно укладываются волокна (пухлость).



Рис. 6.19. Пористость картона

На представленных панорамных снимках (рис. 6.16, 6.19), соответствующих распределению областей среза волокон и пор, показана неравномерность формования картона в поперечном срезе. На сегодняшний день равномерность – это показатель, который определяется по способности бумажного листа пропускать свет. Этот метод широко зарекомендовал себя при контроле качества бумаги и картона, он подробно описан в работе [159]. По панорамному изображению протяжённостью более 1 мм, полученному в цифровом формате, можно оценить однородность распределения волокон в поперечном сечении, несмотря на то, что равномерность бумажного полотна оценивается на макроуровне, а поперечный срез оценивается на микроуровне. Для этого необходимо адаптировать алгоритм программы, оценивающей индекс формования. Главное, чтобы срез был выполнен качественно и охватывал достаточную ширину для определения однородности. Поэтому в работе используется функция сшивки микроснимков для получения панорамы среза двухслойного картона [148].

По изображениям поперечного среза двухслойного картона можно количественно оценить ряд фундаментальных факторов, определяющих физико-механические показатели картона. Количественная оценка фундаментальных

факторов определялась путём расчёта площадей областей с помощью программы IpSquare v5.0 for Windows. Результаты расчёта представлены в табл. 6.1.

Общая область среза двухслойного картона тест-лайнера массой квадратного метра 60 г, содержащего волокна, подготовленные сухим и мокрым способами, составила 86100 мкм² для образца в 1 мм шириной. Площадь покровного слоя – 71 % от всей площади, а нижнего – 29 %. Существенное различие в площади слоёв объясняется тем, что при подготовке и формировании волокон покровного слоя сухим способом волокна находились в стеклообразном состоянии. Следовательно, они были более скрученными, упругими, поэтому при формировании они неплотно укладывались, о чём свидетельствует высокая пористость покровного слоя около 48500 мкм².

Таблица 6.1. Результаты расчёта площади областей поперечного среза, соответствующих срезу волокон, мела, фибрилл, пор [148]

№	Наименование области	Площадь, мкм ²			Площадь, %		
		Покров- ный слой	Ниж- ний слой	Суммар- ная площадь	Покров- ный слой	Ниж- ний слой	Суммар- ная площадь
1	Поперечный срез	61012	25104	86116	71	29	100
2	Срезанные волокна	10076	11854	21930	11,5	14	25,5
3	Мел	1250 /4499	15 /35	1265 /4534	1,5	0	1,5
4	Фибриллы	13 /170	256 /4222	269 /4392	0	0,5	0,5
5	Пористость	48477	12777	61254	56	15	71
6	Не учтённые программой области (область линии верхней, нижней и средней границы), ошибки графического преобразования	1196	202	1398	1,3	0,2	1,5

Нижний слой картона был получен традиционным мокрым способом, поэтому волокна при контакте с водой находились в высокоэластичном состоянии и плотно укладывались.

Согласно данным таблицы, плотность расположения волокон была определена по площади пор и составила около 12800 мкм². Таким образом,

волокна, подготовленные сухим способом, укладываются на 41 % хуже, чем при традиционном способе подготовки и формования волокон. При этом область среза волокон в верхнем и нижнем слое картона отличалась не более чем на 2,5 %. Это объясняется тем, что по массе волокна были распределены поровну по слоям. Необходимо учитывать, что при подготовке сырья для получения покровного слоя берётся макулатура писчепечатных видов бумаги, содержащих мел, который тоже входит в значение массы абсолютно сухого волокна. Поэтому при меньшей области срезанных волокон покровный слой будет иметь равное значение массы за счёт содержания мела, плотность которого выше плотности целлюлозных волокон.

Разработанный автором метод позволил количественно оценить области пустот и области среза волокон в слоях. Очевидно, что с повышением доли срезанных волокон повышается прочность картона, в то время как пустоты не определяют механические характеристики. Поэтому механические показатели картона не всегда определяются его толщиной.

Качественный поперечный срез даёт возможность определить протяжённость контакта. На рис. 6.18 представлены линии контакта разных волокон (зелёные линии) и стенок одного волокна (фиолетовые линии). Сухой способ подготовки макулатуры и формования значительно сокращает протяжённость контакта разных волокон. В поперечном срезе покровного слоя картона практически отсутствуют зелёные линии, характеризующие контакт соседних волокон. Поэтому прочность бумаги или картона, полученных сухим способом, заметно хуже. Именно поэтому сухой способ формования не нашёл применения в целлюлозно-бумажной промышленности, несмотря на очень низкие затраты энергии и воды. Разработанный автором метод, в отличие от методов, основанных на ИК-спектроскопии или на определении теплоты смачивания при взаимодействии с водой, позволяет оценить межволоконные силы связи по протяжённости контактов. Новый метод, который может применяться благодаря технологии ионной резки, позволяет исследовать картон, полученный из макулатуры, имеющей неоднородный и неопределённый состав. В то время как перечисленные методы могут применяться только при исследовании определённого состава, одного вида целлюлозы без примесей.

Технология ионной резки позволила получить настолько качественные срезы, что стало возможно увидеть более мелкие фрагменты, такие как мел и фибриллы. В табл. 6.1 представлены два значения, определяющие площадь области фибрилл в слоях: в поперечном срезе и в видимой области. Безусловно, большей фибрилляции соответствуют волокна, подготовленные традиционным мокрым способом. Площадь области, соответствующей фибриллам в нижнем слое, в сотни раз выше области, соответствующей верхнему слою, особенно это заметно, когда рассматривается видимая область поперечного среза. Фибрилляция волокон имеет определяющее значение при формировании прочного картона. С повышением количества фибрилл повышается прочность картона. В традиционном способе получения картона макулатурную массу

размалывают в воде, удаляя внешнюю стенку волокна [160], что повышает фибрилляцию, а в сухом способе волокна при размоле измельчаются без удаления внешней стенки, поэтому фибриллы остаются нетронутыми. По рис. 6.17 и данным табл. 6.1 можно по-новому оценить фибрилляцию волокон в картоне. В отличие от методов, основанных на морфологическом анализе массы, разработанный метод позволяет оценить равномерность распределения фибрилл в поперечном срезе.

По рис. 6.15 можно определить, насколько равномерно распределён в слоях мел, а в табл. 6.1 представлена количественная оценка содержания мела в слоях. При описании методики исследуется двухслойный картон, полученный различными технологиями подготовки. Сухая подготовка волокна и его формование незначительно снижает содержание мела, в то время как в традиционном варианте значительная часть мела удаляется с подсеточной водой. Поэтому оставшийся мел в верхнем слое служит показателем, определяющим область покровного от нижнего слоя, что позволило выделить границу слоёв и разделить основной от покровного. Кроме того, содержание мела и его равномерность распределения влияет на механические показатели картона, поэтому количественное содержание мела в образце являлось одной из важных задач исследования.

Из табл. 6.1 видно, что в покровном слое мел занимает 1,5 % от всей площади поперечного среза двухслойного картона – это 1250 мкм^2 из $86\,100 \text{ мкм}^2$. В нижнем слое мела практически не было, так как он был сформован мокрым способом из макулатуры гофрокартона бурого цвета, для производства которого мел практически не используется. В таблице также представлены данные площади видимой области мела. Часть мела из всей видимой области площадью около 4500 мкм^2 относилась к площади пор (около 4000 мкм^2 для верхнего слоя), а другая часть – к области мела в данном поперечном сечении (1250 мкм^2 для верхнего слоя). Разделение видимой области мела от области мела в поперечном сечении производилось двумя способами. Первый за счёт подбора оттенка ярко-белого цвета в программе Adobe Photoshop Portable и с дальнейшим определением площади выделенной области в программе IpSquare v5.0 for Windows. В данном варианте мел, соответствующий поперечному срезу, заметно отличается яркостью оттенка белого цвета. Во втором случае использовалось изображение спектра отражённых электронов BSE, на котором мел имел оттенок голубого цвета. Яркость голубого цвета, соответствующего области мела в поперечном сечении, гораздо выше.

Проверка методики цифровой обработки ионного среза картона осуществлялась по соотношению площади, найденной цифровым методом, и площадей, полученных с помощью энергодисперсионного спектрометра (BSE). На представленной карте областей кальций соответствует области с высокой концентрацией мела, а областям, содержащим углерод и кислород, соответствует область среза волокон картона (рис. 6.20).

В программе Adobe Photoshop [161] была подобрана гамма цветов, соответствующая 100 единицам белого, 20 единицам серого и 5 единицам чёрного, затем была произведена «инверсия» белого изображения в чёрное. В результате получилась картина распределения мела (рис. 6.20 Б). А с помощью программы IpSquare v5.0 for Windows [162] была определена площадь области голубого цвета, соответствующей области кальция (согласно спектру). Погрешность в результатах не превысила 2,5 %. Таким образом, новый метод исследования поперечного среза картона позволил получить качественное изображение поперечного среза картона, содержащего слои, сформованные различными способами.

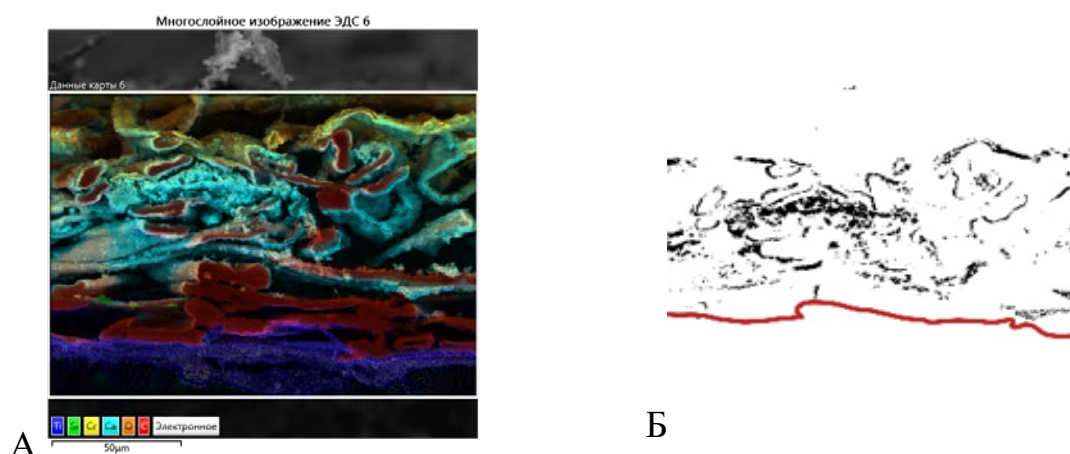


Рис. 6.20. Сравнение обработки цифрового изображения с картой распределения элементов, полученной с использованием энергодисперсионного спектрометра:

А – карта распределения элементов, полученная с использованием энергодисперсионного спектрометра;

Б – область мела, полученная обработкой цифрового изображения

Качественный поперечный срез был получен за счёт адаптации технологии ионной резки для подготовки среза волокнистого целлюлозосодержащего материала. Для этого была понижена мощность ионной резки с 12–15 до 8 кВ и была увеличена продолжительность резки до 1,5–2,0 часов, что позволило подготовить панорамные снимки поперечного среза протяжённостью более 1 мм. Изображения поперечного среза впоследствии были преобразованы графически. На них определены линии контакта волокон в поперечном срезе картона, по которым оцениваются межволоконные силы связи, при рассматривании в совокупности доли воздействия водородных связей. Протяжённость линий контактов и равномерность их распределения позволяет оценить совокупность воздействия сил механического сцепления волокон, водородных связей и сил Ван-дер-Ваальса. Преимуществом разработанного метода является возможность устанавливать протяжённость контакта между стенками волокон, определяющих межволоконные силы связи, а следовательно,

механические характеристики картона и протяженности контакта стенок в сплюсненном волокне, не влияющие на межволоконные связи.

Установлено, что сухой способ подготовки волокон и формирования картона повышает пористость на 41 %, при этом площадь области срезанных волокон, подготовленных сухим способом, практически не отличается от площади области срезанных волокон, подготовленных и сформованных мокрым способом. Произведена количественная оценка фибрилляции волокон в поперечном сечении картона. Установлено, что фибрилляция волокон в видимой области и в области поперечного среза существенно отличается в слое, подготовленном сухим ($13/170 \text{ мкм}^2$) и мокрым ($250/4000 \text{ мкм}^2$) способами. Фибрилляция волокон является одним из важных факторов образования межволоконных связей, которая была количественно оценена с помощью разработанного метода.

С помощью разработанного метода было показано, насколько равномерно распределен мел в слоях картона (рис. 6.15), а графические и аналитические программы дали количественную оценку. Было установлено, что в покровном слое, в области, соответствующей поперечному сечению, находится 1250 мкм^2 , в видимой области – 4500 мкм^2 . В нижнем слое, как и следовало ожидать, мела практически не было. Погрешность метода графического определения областей, поперечного среза картона не превысила 2,5 %. Проверка осуществлялась сопоставлением данных обработки цифрового изображения области мела с данными области, мела, представленной на карте распределения элементов, полученной с использованием энергодисперсионного спектрометра.

6.2. Оценка эффективности использования цифровых технологий в исследовании бумаги и картона

Для работы с лабораторным оборудованием требуются несколько специалистов, обладающих высокой квалификацией. Техническое обслуживание некоторых приборов является дорогостоящей услугой и требует дополнительных финансовых затрат. Ввиду высокой стоимости оборудования некоторые показатели контроля качества бумаги и картона оцениваются лишь в нескольких институтах нашей страны. Например, приборы для анализа морфологических характеристик волокон находятся в Санкт-Петербурге (Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна (СПбГУПТД)) и в Архангельске (Северный арктический федеральный университет (САФУ)), а также на одном или двух крупных предприятиях целлюлозно-бумажной промышленности (ЦБП). Некоторые показатели качества оцениваются на сравнительно недорогом оборудовании, но зачастую мало востребованном. Поэтому научные центры и предприятия такое оборудование не покупают. Например, приборы для определения сопротивления расслаиванию либо для оценки пористости или шероховатости. Кроме того, любая лаборатория должна включать в себя приборы, контролирующие толщину бумаги и картона,

сопротивление продавливанию, разрыву. Ориентировочный порядок цен на приборы контроля качества представлен в таблице 6.2.

Таблица 6.2. Приблизительная стоимость приборов
для контроля качества бумаги и картона

№	Прибор	Стандарт ISO	Цена (с НДС), €
1	Анализатор формования 2D с внешним ПК		59400,00
2	Прибор для измерения воздухопроницаемости и шероховатости по Бендтсену	ISO5636-3[163] ISO 8791-2[164]	30840,00
3	Толщиномер	ISO 534[165]	10440,00
4	Прибор для определения сопротивления продавливанию бумаги/картон модель ЕМ-50	ISO 2758[166] ISO2759[167] ISO 3689[168]	17760,00
5	Горизонтальная разрывная машина МТН с приспособлением для влажных испытаний	ISO 1924-2[169] ISO 1924-3 [170]	29760,00
6	Прибор для определения сопротивления сжатию на коротком расстоянии	ISO 9895[171]	24420,00
7	Автоматическая станция подготовки образцов для определения энергии внутренних связей по Скотт Бонду, модель IBP-5A	TAPPI 569 om-14 [172]	23400,00
8	Анализатор волокна MORFI COMPACT NEO	ISO 16065-2[173]	72600,00

Согласно данным, представленным в таблице, для создания современной лаборатории контроля качества бумаги и картона только для закупки оборудования требуется порядка 21 млн руб. В расчетах не учтены расходы на организацию «климатической» комнаты, которая создает и поддерживает необходимую влажность и температуру в помещении, а также проходит по нормам, прописанным в стандартах. Не учтены также расходы на трудозатраты высококвалифицированного персонала, которые оцениваются более чем в 1000 руб/ч работы сотрудника.

Альтернативой созданию лаборатории путем закупки дорогостоящего оборудования и с привлечением высококвалифицированных работников для контроля качества бумаги и картона является использование цифровых технологий по методу, который был описан в предыдущем параграфе.

Цифровые технологии активно используются при оценке свойств различных материалов. Широкое применение цифровая обработка нашла при

исследовании микроструктуры материалов. Например, графическая программа ImageJ часто применяется для оценки частиц материала, а именно позволяет получить распределение частиц по размерам, отклонения форм частиц от шарообразных, равномерность распределения частиц, коэффициент заполнения и т. д. [174]. ImageJ была использована для оценки волокнистой структуры бумаги на поверхности учеными Белорусского государственного технологического университета [175]. Ими был исследован образец поверхности бумаги, представленный в виде графического изображения, полученного после электронной сканирующей микроскопии. Результатом стала оценка распределения наполнителя на поверхности бумаги. Очевидно, что более полную оценку микроструктуры бумаги и картона можно получить благодаря исследованию не только поверхности, но и поперечного среза волокнистого композиционного материала. Этому посвящены работы нашего университета (ВШТЭ СПбГУПТД), где были получены и обработаны изображения микроструктуры поперечного среза двухслойного волокнистого материала. В соответствии с представленным ранее методом графическая обработка позволила определить такие параметры, как область среза волокнистого материала (по ней можно уточнить массу квадратного метра бумаги и картона, пористость, шероховатость), равномерность распределения волокнистого материала в поперечном срезе (по ней можно приблизительно оценить индекс формования); протяженность линий контактов волокон (по ним можно прогнозировать физико-механические характеристики бумаги и картона, такие как сопротивление продавливанию, разрыву, изгибу, сжатию на коротком расстоянии, расслаиванию); распределение наполнителя и др. [176-178].

Преимуществами цифровой обработки является возможность удаленной работы по исследованию микроструктуры бумаги и картона, при этом нет необходимости подготавливать огромное количество образцов, для определения перечисленных в таблице 6.2 свойств. Все исследования производятся при обработке одного-двух микроскопических снимков поперечного среза волокнистого материала, что понижает вероятность ошибки, связанной с человеческим фактором. Цифровизация научных исследований также позволяет создавать базы данных свойств волокнистого материала, что впоследствии позволит разработать практические рекомендации для совершенствования технологии бумаги и картона, а также создаст условия для программирования работы массоподводящих систем и бумагоделательной машины.

Результатом цифровизации научных исследований бумаги и картона является определение или прогнозирование ряда физико-механических показателей по геометрии расположения волокон в микроструктуре поперечного среза. К оцениваемым физико-механическим показателям бумаги и картона можно отнести: шероховатость (по выделенным профилям нижнего и верхнего слоёв в поперечном срезе); пористость (по разнице между общей площадью поперечного среза бумаги и картона и выделенными областями среза волокнистых материалов); сопротивляемость на разрыв, продавливание,

расслаивание (по выделенным протяженностям линий контактов между волокнами); индекс формования бумаги и картона (по равномерности распределения волокнистого материала в поперечном срезе); размеры частиц мела и равномерность его распределения (с помощью блока отраженных электронов методом картирования поперечного среза по химическим элементам).

Расходы на цифровизацию научных исследований связаны с предоставлением услуг центра коллективного пользования при НИЦ «Курчатовский институт» – ЦНИИ КМ «Прометей»², в котором находятся СЭМ и ионная резка для подготовки образцов бумаги и картона. Успешные примеры цифровизации научных исследований бумаги и картона были реализованы в рамках проектов, профинансированных Комитетом по науке и высшей школе Правительства Санкт-Петербурга.

Согласно информации, предоставленной по проекту, расходы на СЭМ и на ионную резку волокнистого материала не превышали 80 тыс. руб. на один цикл экспериментальных исследований, с определенной точностью заменяющий методы контроля качества, представленные в таблице 6.2. В проектах было использовано оборудование центра коллективного пользования

Таким образом, цифровизация научных исследований позволяет сэкономить затраты на закупку дорогостоящего оборудования, оплату работы персонала и может быть альтернативой стандартным методам контроля качества бумаги и картона. Поэтому развитие методов цифровой обработки микроструктуры поперечного среза бумаги и картона, в особенности многослойных вариантов, является важным и актуальным направлением в области контроля физико-механических характеристик волокнистого материала.

² Экспериментальные исследования выполнены на оборудовании центра коллективного пользования «Состав, структура, свойства конструкционных и функциональных материалов» НИЦ «Курчатовский институт» — ЦНИИ КМ «Прометей» при финансовой поддержке министерства образования и науки Российской Федерации в рамках соглашения № 13. ЦКП.21.0014. Уникальный идентификатор — RF — 2296.61321X0014.

6.3. Сравнительная оценка микроструктуры волокнистого композиционного материала с помощью цифровых технологий

Разработка альтернативных методов, позволяющих оценивать качество волокнистого композиционного материала, в частности, бумаги и картона, в современных условиях является актуальной задачей, которая решает проблему ограниченного доступа к научным лабораториям. Заменить частично сложное дорогостоящее оборудование можно путём применения новых цифровых технологий. Ключом к цифровизации исследований свойств бумаги и картона является изучение их микроструктуры с помощью современных технологий. Специфика микроструктуры позволяет оценить ряд показателей. С помощью цифровой обработки изображений микроструктуры, полученных электронным микроскопом, можно оценить некоторые физико-механические свойства бумаги и картона, равномерность формования, равномерность распределения крахмала, пористость. Основным инструментом цифровой обработки микроструктуры бумаги и картона является программа ImageJ. Целый ряд физико-механических показателей можно оценить, исследовав микроструктуру поперечного среза бумаги и картона, выполненного с помощью современных методов подготовки образцов для электронной микроскопии. Проведённые ранее исследования показали, что микроструктура бумаги и картона во многом определяет физико-механические свойства [179].

При цифровой обработке микроструктуры волокнистого композиционного материала важную роль играет выбор программы для оценки изображения. Программа и её функционал определяют качество и время измерений. Принципиально важно, в каком формате изображение микроструктуры обрабатывается. Векторный формат работы с файлом (программы AutoCAD, Coral Draw,...) позволяет оценить с высокой точностью площадь, периметр объектов, но для их формирования понадобится ручная обводка контуров, что требует больших затрат времени. Растровый формат работы с файлом (программы Adobe Photoshop, ImageJ, Ip-square,...) позволяет автоматизировать и ускорить процесс обработки, но программы оценивают размеры, рассчитывая количество «пикселей» того оттенка цвета, которому соответствует исследуемая область. Точность оценки в программе растровой обработки файла будет ниже, если кроме исследуемой области будут захвачены области с идентичным оттенком цвета.

Поэтому сравнительная оценка микроструктуры волокнистого композиционного материала с помощью современных цифровых технологий является важным и актуальным направлением, которое позволит разработать высокоточный экспресс метод оценки показателей бумаги и картона, что является базой для создания прибора для контроля качества бумаги и картона на предприятиях.

Для оценки равномерности распределения срезов волокон были использованы программы AutoCAD, ImageJ, Excel, с помощью которых установлены площади среза материала.

По результатам сканирующей электронной микроскопии, оснащённой современным оборудованием для подготовки проб, включающем ионную резку материала, было получено изображение поперечного среза (рис. 6.21).

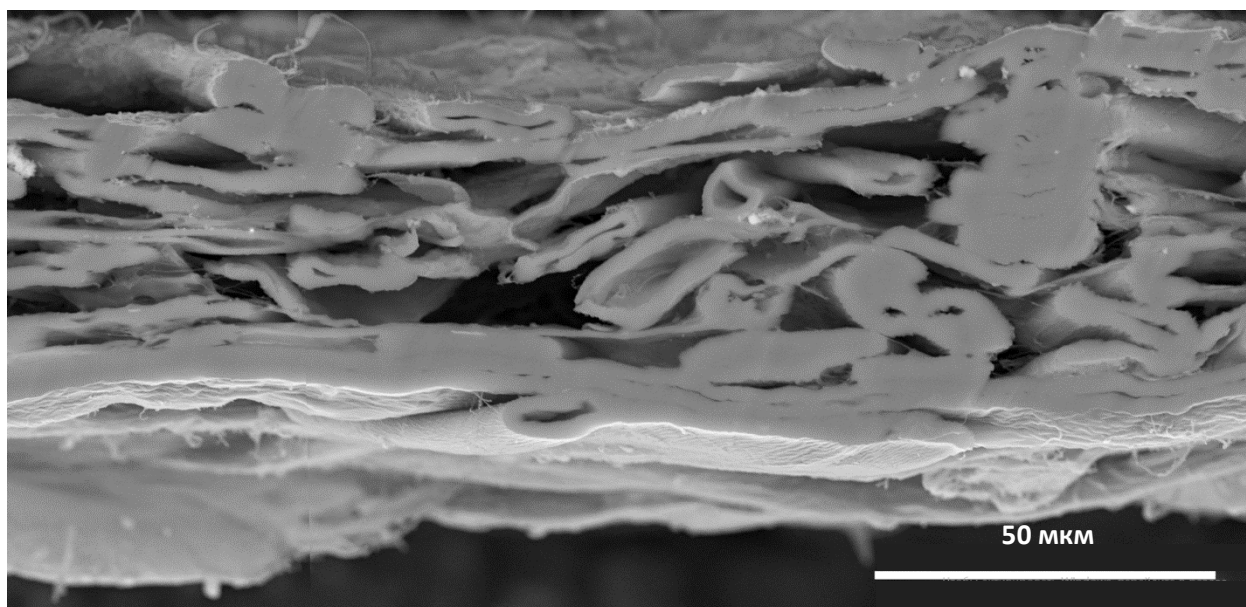


Рис. 6.21. Изображение поперечного среза двухслойного волокнистого композиционного материала

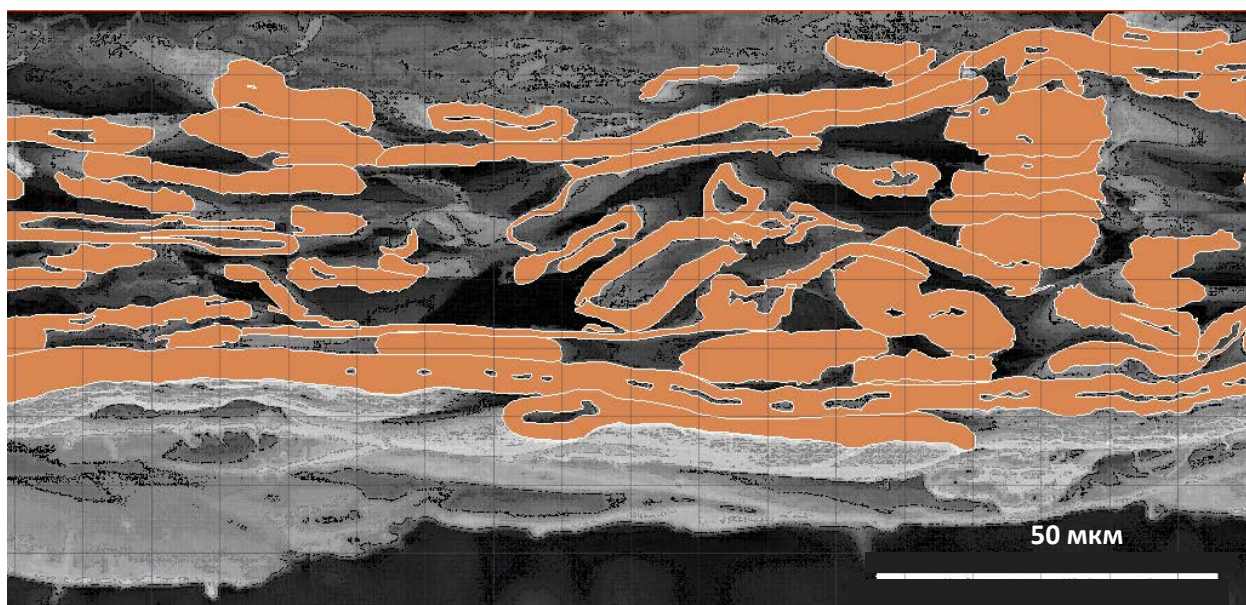


Рис. 6.22. Выделение областей среза волокон в программе AutoCAD

В программе AutoCAD была выделена 51 область (рис. 6.22) среза волокнистого материала, для каждой из которой определена площадь. Площадь областей программа отображена в разделе «свойства». Погрешность измерения при оценке площади в программе AutoCAD (векторный формат файла) связана с

ошибками нанесения линии вдоль контура среза волокнистого материала, которая не превышает 1 %. Недостатком метода является длительность ручной обводки областей среза волокон, а достоинством – высокая точность [180].

При оценке площади срезаемых областей в растровых форматах программы определяют области с одинаковыми оттенками цветов и предоставляют значение площади по количеству «пикселей», соответствующих определённому цвету. При этом может быть выделена область волокнистого материала, которая не находится в плоскости среза. Например, на представленном изображении поперечного среза волокнистого материала (рис. 6.21) области нижней и верхней поверхностей материала в некоторых местах имеют практически одинаковый оттенок с областью среза волокон, находящейся вне плоскости среза. Программ, работающих в растровом формате, много, но наиболее популярной и адаптированной под анализ микроскопических исследований является ImageJ [181].

Для оценки площади областей среза волокон с помощью программы ImageJ необходимо перевести существующий файл в формат «8-bit» (рис. 6.23), который позволит сократить количество цветовых оттенков.

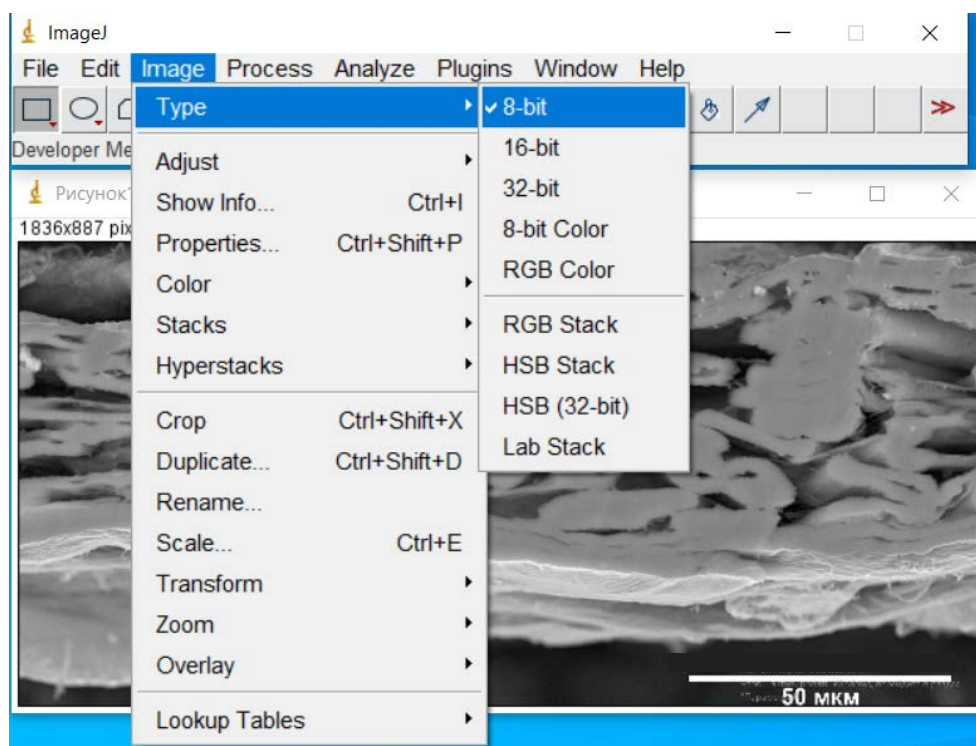


Рис. 6.23. Работа в программе ImageJ: перевод изображения поперечного среза волокнистого материала в формат «8-bit»

На следующем этапе в программе ImageJ осуществляется настройка контрастности изображения командой «Threshold». Выбор контрастности имеет важное значение для точности получаемых значений площадей областей срезов в растровом формате работы с изображением. Автоматически преобразованная

контрастность снимка микроструктуры поперечного среза в ImageJ связана с большой погрешностью, при этом диапазон оттенков находится в пределах от 98 до 255 (рис. 6.24). Рассчитанная программой площадь отличается от площади, установленной в векторном формате более чем на 50 %.

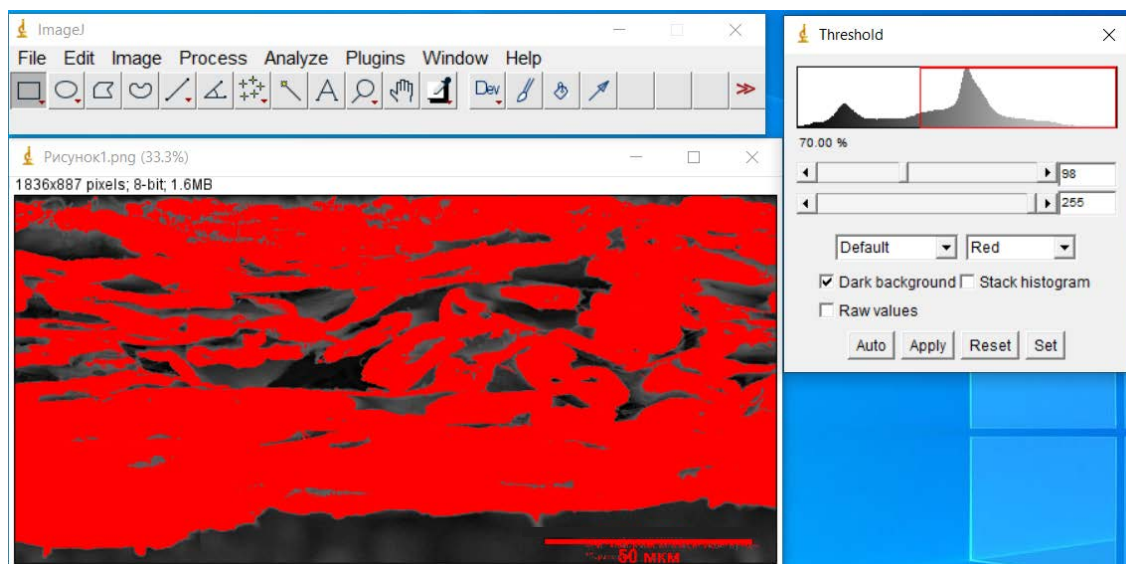


Рис. 6.24. Результат выделения областей среза в программе ImageJ в режиме «Авто»

Поэтому для дальнейших исследований необходимо подобрать контрастность таким образом, чтобы она максимально была приближена по площади областей среза волокон, установленной при работе с изображением в векторном формате. В некоторых случаях область среза может быть выделена отдельно, чтобы нижняя и верхняя поверхность не создавали дополнительную погрешность в измерении. Для этого существует два способа: во-первых, можно получить два снимка поперечного среза под небольшими углами в несколько градусов, чтобы была видна в одном случае только верхняя поверхность, в другом случае – только нижняя. Затем соединив два снимка, можно добиться удаления областей, соответствующих поверхности бумаги (рис. 6.25). Во-вторых, можно удалить область в программе ImageJ. Такая процедура займёт не более 5 минут.

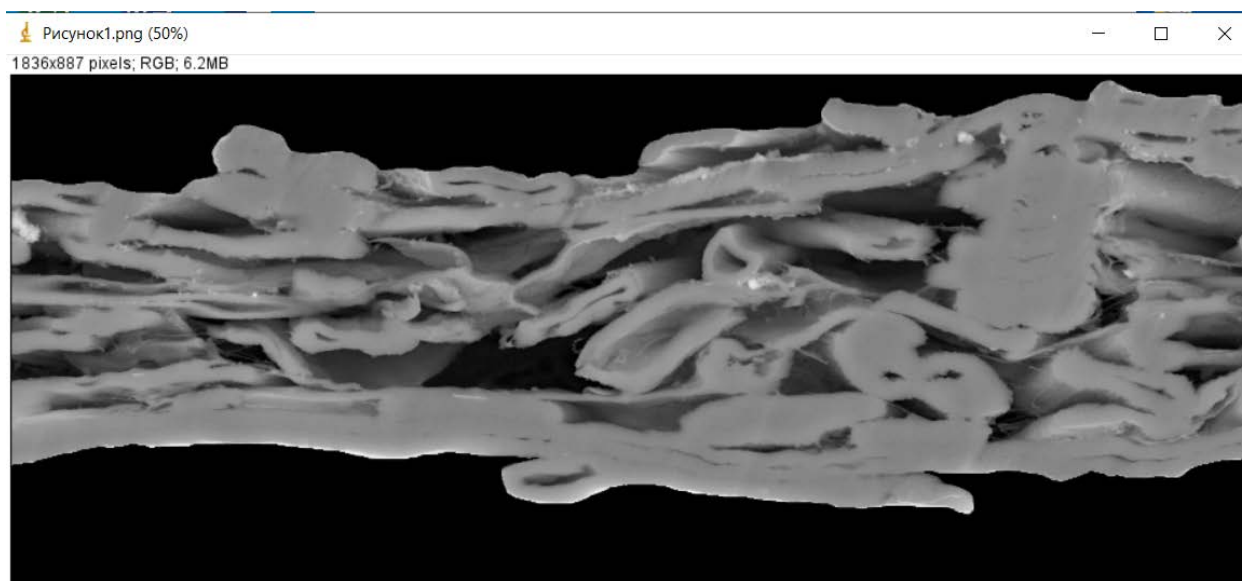


Рис. 6.25. Выделение области поперечного среза волокнистого композиционного материала

Важным этапом обработки изображения поперечного среза волокнистого композиционного материала в программе ImageJ является ручная настройка контрастности изображения (рис. 6.26).

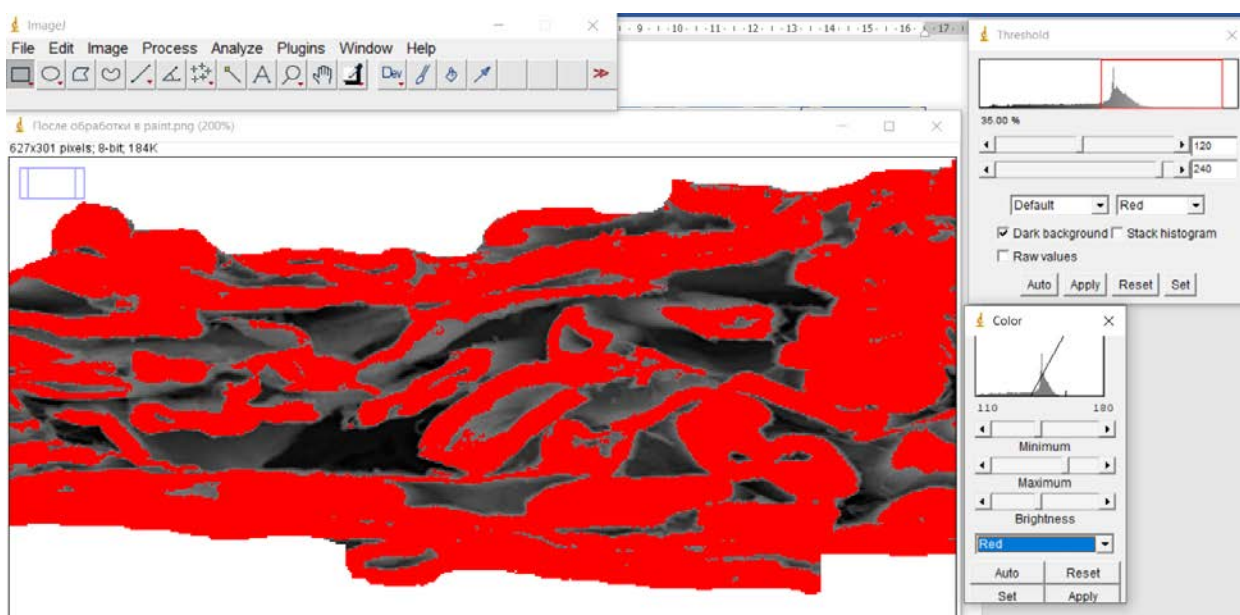


Рис. 6.26. Ручная настройка контрастности изображения поперечного среза волокнистого композиционного материала в ImageJ

На данном этапе исследователь вручную выстраивает уровень, визуально контролируя, чтобы области среза были покрашены тёмным цветом. В данном случае был принят диапазон оттенков от 120 до 240. Затем обработанное

изображение переводится в бинарный вид командой «Binary-Make binary» (рис. 6.27.)



Рис. 6.27. Выделенная область поперечного среза волокнистого материала, переведённая в бинарное изображение

После этого рассчитывается площадь среза, которая соответствует области чёрного цвета. В данном случае площадь среза, полученная при расчёте в программе растрового формата работы с изображением, составила 6178 мкм^2 , что на 22,5 % больше значения, полученного при обработке изображения в векторном формате изображения. Большая погрешность связана с тем, что при расчёте программа, работающая с растровым форматом изображения, учитывает также области, которые не находятся в плоскости среза, но имеют идентичный цветовой оттенок. Это «проблемные участки» (рис. 6.28), которых немного, но они, так же как и в случае с поверхностью, требуют ручного исключения. Программа ImageJ позволяет выделить «проблемные области» и удалить их.

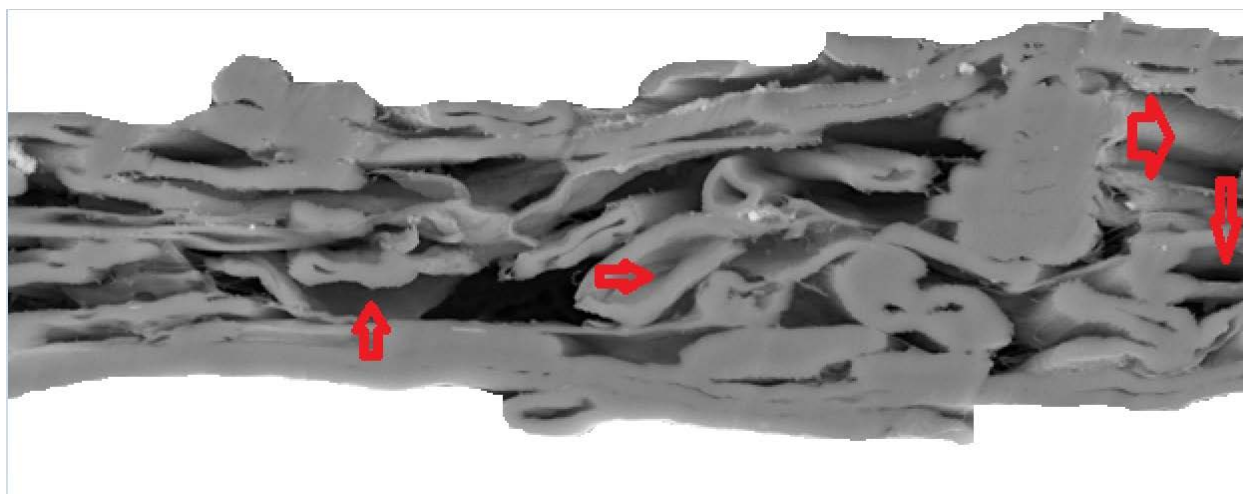


Рис. 6.28. Выделение и удаление «проблемных участков»

После удаления «проблемных участков» вновь рассчитывается площадь области, закрашенной чёрным цветом. Если расчёт ведётся в другой программе, например, Ip-square, то необходимо использовать элемент с заведомо известной

площадью. В данном случае (в левом нижнем углу рисунка 6.29) объектом является квадрат с заведомо известной площадью в 400 мкм^2 со сторонами $20 \times 20 \text{ мкм}$. Его цвет отличается от цвета областей среза волокон, чтобы не учитывать при расчёте площадь квадрата.

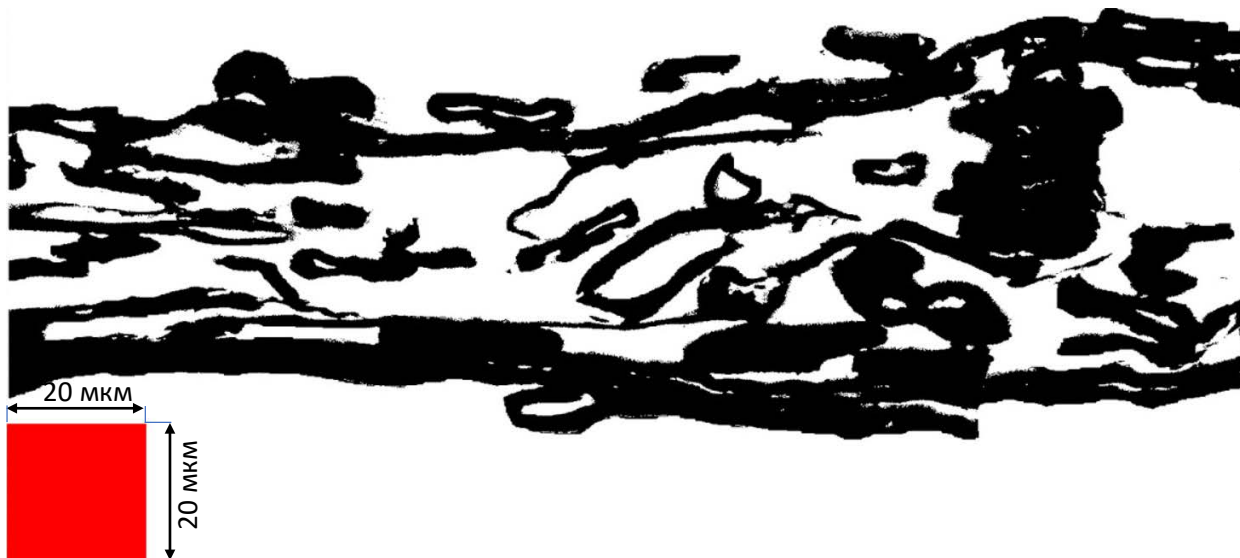


Рис. 6.29. Расчёт площади среза волокнистого материала в программах, работающих в растровом формате изображений

После обработки данные поверхности среза волокон, полученные с помощью программы, работающей в растровом формате, сопоставляются с данными, полученными в векторном формате работы (табл. 6.3).

Таблица 6.3. Данные расчёта поверхности среза волокнистого композиционного материала, полученные с помощью программ, работающих в векторном и растровом форматах файлов

п/п	Этапы расчёта площадей среза волокнистого композиционного материала в поперечном срезе	Площадь, мкм^2	Погрешность, %
1	Параметр Treshold в режиме Auto 98, 255 (ImageJ)	17 287	72,3
2	Параметр Treshold в режиме Auto 98, 255 удаление областей, соответствующих поверхности волокнистого материала (ImageJ)	12657	62,1
3	Параметр Treshold 120, 240 (после «бинаризации» изображения (ImageJ)	6178	22,5
4	Параметр Treshold 120, 240 (после «бинаризации» изображения и удаления проблемных участков в микроструктуре поперечного среза (ImageJ, Ip-square)	4771	0,5
5	Общая площадь среза волокон, установленная при работе в векторном формате файла (с помощью программы AutoCAD)	4791	0

Из таблицы видно, что при ручной установке оттенка цветов в пределе (120 и 240) погрешность измерения площади среза волокнистого материала снизилась с 62,1 до 22,5 %. Этого также много, а удаление проблемных участков позволило приблизить площадь среза к той, которая была установлена при обработке изображения с помощью программы, работающей в векторном формате. По установленным значениям оттенков цветов (120, 240) можно осуществлять измерения других снимков поперечных срезов (или поперечного среза с большой протяжённостью) при условии, если электронная микроскопия осуществлялась в одинаковых условиях (тот же угол, под которым делался снимок, то же освещение, оборудование для подготовки образцов).

Таким образом, комбинация двух принципов обработки изображений поперечного среза волокнистого композиционного материала (работа с векторным и растровым форматами изображения) позволяет повысить точность измерения и сократить временные затраты. Представленные в таблице пункты 1–5 являются этапами обработки срезов волокон. Их последовательность представляет собой краткое описание метода, сущность которого заключается в комбинации использования программ векторного и растрового форматов работы с изображением микроструктуры волокнистого материала.

6.4. Новые представления о связеобразовании волокон в многослойном композиционном материале

Новые представления о связеобразовании основаны на получении качественного поперечного среза, количественной оценке основных факторов, определяющих совокупность воздействия сил водородных связей, механического сцепления и Ван-Дер-Ваальса, а также равномерность распределения волокон и наполнителя. Перечисленные факторы определяют механические и поверхностные показатели волокнистого целлюлозного материала [182, 183]. Определение степени воздействия каждого из перечисленных факторов является сложной задачей для неоднородной и неопределённой композиции сырья для производства картона из макулатуры. Совокупность воздействия сил водородных связей, механического сцепления и Ван-Дер-Ваальса характеризуется сближением волокон и является определяющим механические показатели картона [184]. Оценка областей, в которых поверхности волокон контактируют между собой, являлась одной из важных задач.

Общие виды поперечного среза волокнистого материала, выполненные по различным технологиям подготовки покровного слоя в соответствии с разработанной методикой, представлены на рис. 6.30 (варианты А, В, С).

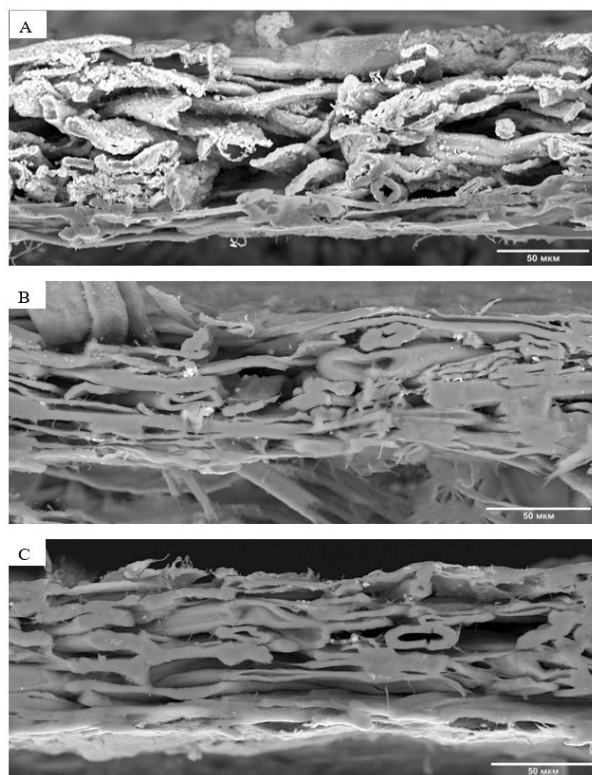


Рис. 6.30. Поперечные срезы двухслойного картона, полученного методом ионной резки после графической обработки:

А – покровный слой картона получен методом аэродинамического формования; *В* – покровный слой картона получен из волокон, подготовленных сухим способом и добавленных в массу, *С* – покровный слой картона получен из волокон, подготовленных сухим способом с дальнейшим размолом в водной среде

В работе сравниваются три метода получения покровного слоя по технологиям в соответствии с указанными вариантами А, В, С.

Ранее были определены механические показатели двухслойного картона, полученного по вариантам А, В, С (6.30) [185, 186]. В отличие от предыдущих экспериментальных исследований, в данной работе проводится оценка по протяжённости линий контакта волокон, а также по равномерности их распределения в поперечном срезе. Чтобы определить взаимосвязь между механическими показателями картона и протяжённостью линий контакта, их равномерностью распределения, с помощью графических программ наносятся линии контакта по примеру, представленному на рис. 6.31.

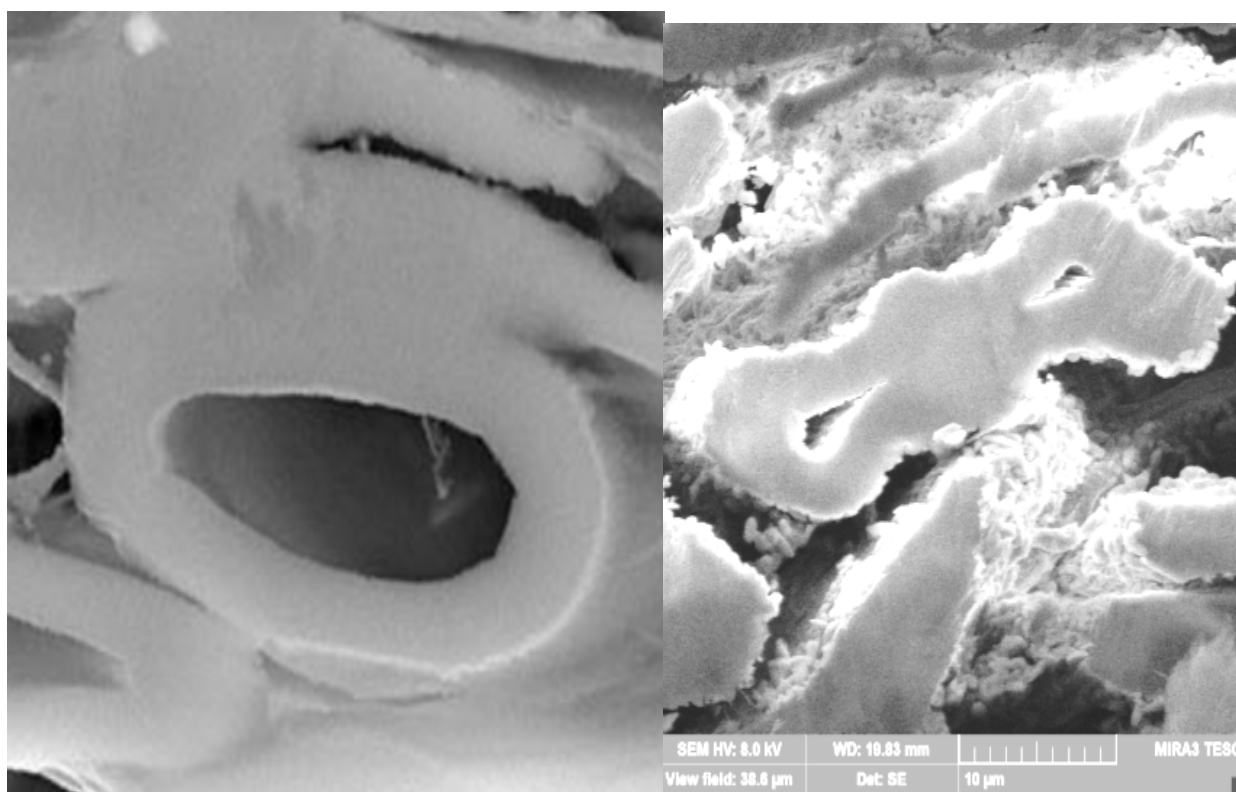


Рис. 6.31. Линии контактов волокон и стенок волокон:

— — линия контакта волокон; - - - — линия контакта стенок волокон

После нанесения линий контакта определяется общая протяжённость линий контактов волокон и стенок волокон в поперечном срезе. Расчёты протяженности линий проводились для изображений поперечного среза в 350 мкм.

По равномерности расположения контактирующих линий, по их общей протяжённости оценивалось связеобразование волокон в картоне. С увеличением протяжённости линии контакта межволоконные силы связи становятся прочнее и, как следствие, повышаются механические показатели волокнистого материала.

Установлено, что технология сухого диспергирования и аэродинамического формирования (АДФ) соответствует минимальному значению протяжённости контактов (102 мкм), что характеризует низкие механические показатели картона. Подача сухих волокон в массу с дальнейшим традиционным формованием покровного слоя повысила протяжённость линий контактов примерно в 4 раза (414 мкм), а дополнительный размол в водной среде увеличил протяжённость в 1,5 раза (625 мкм). Известно, что размол приводит к повышению механических показателей. Например, восстановление механических показателей при переходе к традиционному мокрому формованию было установлено при сопоставлении механических показателей образцов двухслойного картона, полученного как в лаборатории, так и в промышленности [185, 186].

Равномерность распределения контактов волокон определялось по удаленности центров линий друг от друга (по минимальному расстоянию центров близлежащих линий). Центры контактов соединялись отрезками с помощью программы AutoCAD, аналогично определялась протяжённость линий контактов и длины отрезков, соединяющих центры близлежащих линий (рис. 6.32).

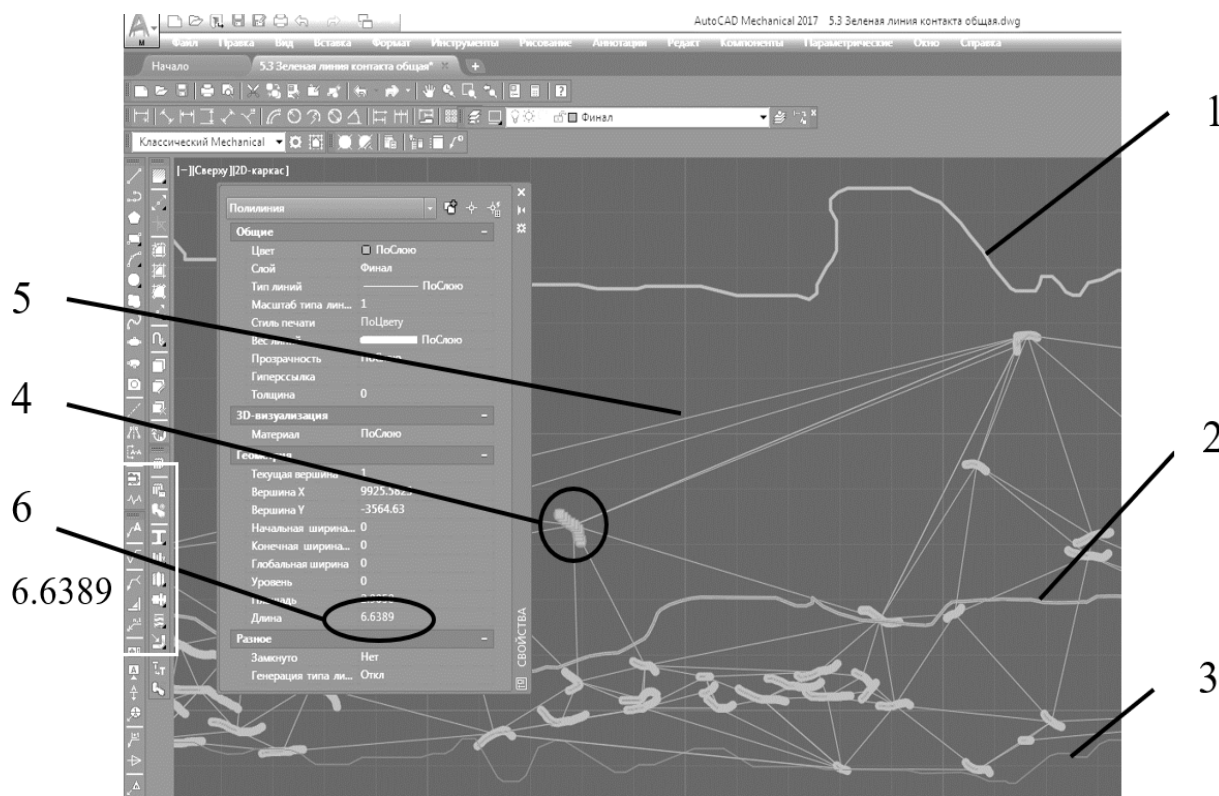


Рис. 6.32. Определение протяжённости и равномерности распределения линий контакта волокон в AutoCAD:

- 1 – профиль верхнего слоя; 2 – профиль границы слоёв; 3 – профиль нижнего слоя; 4 – выделенная линия контакта;
- 5 – отрезки, определяющие удалённость линий контакта;
- 6 – значение длины выделенной линии контакта

По значениям отрезков, определяющих удалённость линий контакта, получены диаграммы однородности распределения в поперечном срезе покровного слоя волокнистого материала (рис. 6.33).



Рис. 6.33. Равномерность распределения линий контакта по площади поперечного среза двухслойного картона: *A*, *B*, *C* – обозначение в соответствии с рис. 6.30

Из рис. 6.33 видно, что подача сухих волокон в массу (вариант *B*) значительно повышает равномерность распределения линий контактов по сравнению с равномерностью, соответствующей АДФ (вариант *C*), в частности, снизилось максимальное удаление $H_{\max}$, (со 180 до 118 мкм), уменьшилось среднее арифметическое значение длины пяти максимальных отрезков, $\bar{X}_{\max}$ со 126 до 64 мкм, повысилось количество отрезков, соединяющих центры линий $N_{\max}$ со 154 до 280 мкм. Размол в водной среде волокон, подготовленных сухим способом по варианту *C*, по сравнению с вариантом *B*, на $\bar{X}_{\max}$ влияния практически не оказал. Восстановление механических показателей, вероятно, обусловлено повышением общей протяжённости линий контакта волокон (с 866 до 1090 мкм) и их количеством (с 280 до 316 мкм).

Анализ диаграмм распределения линий контакта по размерам позволил количественно сравнить протяжённости линий контакта волокон при различных технологиях подготовки макулатурной массы. Установлено, что наиболее протяжённые линии характерны для традиционного способа подготовки макулатурной массы, а для волокон, подготовленных сухим способом и добавленных в волокнистую суспензию, линии контакта короче. Размол в водной среде волокон, подготовленных сухим способом, повышает протяжённость контакта и восстанавливает механические показатели [185].

Кроме участвующих в связеобразовании линий контакта между волокнами, в поперечном срезе существуют линии контакта между стенками волокон, по которым также действует совокупность сил водородных связей, Ван-дер-Ваальса и механического сцепления. Однако совокупность этих сил практически не влияет на образование межволоконных связей при взаимодействии стенок волокна. В отличие от линий контакта волокон, общая протяжённость линий

контакта стенок волокон практически не зависит от исследуемых вариантов подготовки макулатуры.

Также важным показателем, определяющим протяжённость и распределение линий контакта стенок волокон, является природа волокна, количество циклов переработки макулатуры и технология подготовки массы.

Кроме того, важным фактором, определяющим межволоконные силы связи, является равномерность распределения волокон в картоне. Сухой способ подготовки массы вносит существенные изменения в образование межволоконных связей, оказывая влияние на равномерность распределения волокон. Распределение по размерам областей срезов волокон зависит от ряда факторов: ориентации волокон в машинном и поперечном направлениях (свойственно для промышленных образцов, в которых волокна вытягиваются по направлению движения сетки), видом волокон и морфологическими характеристиками [185].

С добавлением волокон, подготовленных сухим способом, снижается склонность макулатурной массы к флокуляции. Согласно морфологическим характеристикам волокон (табл. 6.4), увеличение грубости и скрученности волокон приводит к увеличению толщины картона [186, 187]. Повышение толщины при добавлении волокон, подготовленных сухим способом и имеющих менее эластичную структуру (скрученных, грубых), объясняется тем, что волокна не укладываются плотно при формовании, оставляя пустое пространство.

Таблица 6.4. Суммарные значения морфологических характеристик волокон

№	Параметры волокон	Способ подготовки макулатуры	
		Мокрый способ	Сухой способ
1	Грубость (мг/м)	0,24	0,33
2	Угол изгиба (°)	135	134,7
	Изогнутые волокна (%)	25,9	36,2
3	Скручиваемость (%)	7,3	8,6
4	Отношение к длине макрофибрилл (%)	0,467	0,351
5	Повреждённые концы (%)	30,57	33,04
6	Площадь мелочи к общей площади объектов (%)	9,56	13,62

Низкая эластичность и большое содержание мелочи отрицательно сказываются на совокупности сил водородных связей, механического сцепления и сил Ван-Дер-Ваальса, во многом определяющих прочность волокнистого материала. Повышение скрученности и грубости волокон увеличивает толщину

покровного слоя, при этом сопротивление на разрыв, продавливание, расслаивание снижается, а жёсткость на изгиб увеличивается.

Равномерность распределения волокон определяется также по выделенным областям среза волокон (рис. 6.34).

С помощью программы AutoCAD определены площади среза волокон в каждом слое и в двухслойном картоне в целом. В табл. 6.5 представлены значения общей площади областей срезов волокон в поперечном сечении двухслойного волокнистого материала. По данным таблицы 6.5 видно, что общая площадь среза волокон отличается незначительно, несмотря на различие в способах подготовки макулатуры, так как масса квадратного метра картона была приблизительно равной для каждого слоя. Однако равномерность распределения, которая определяется удалённостью областей среза волокон друг от друга, при разных способах подготовки макулатуры существенно отличается.

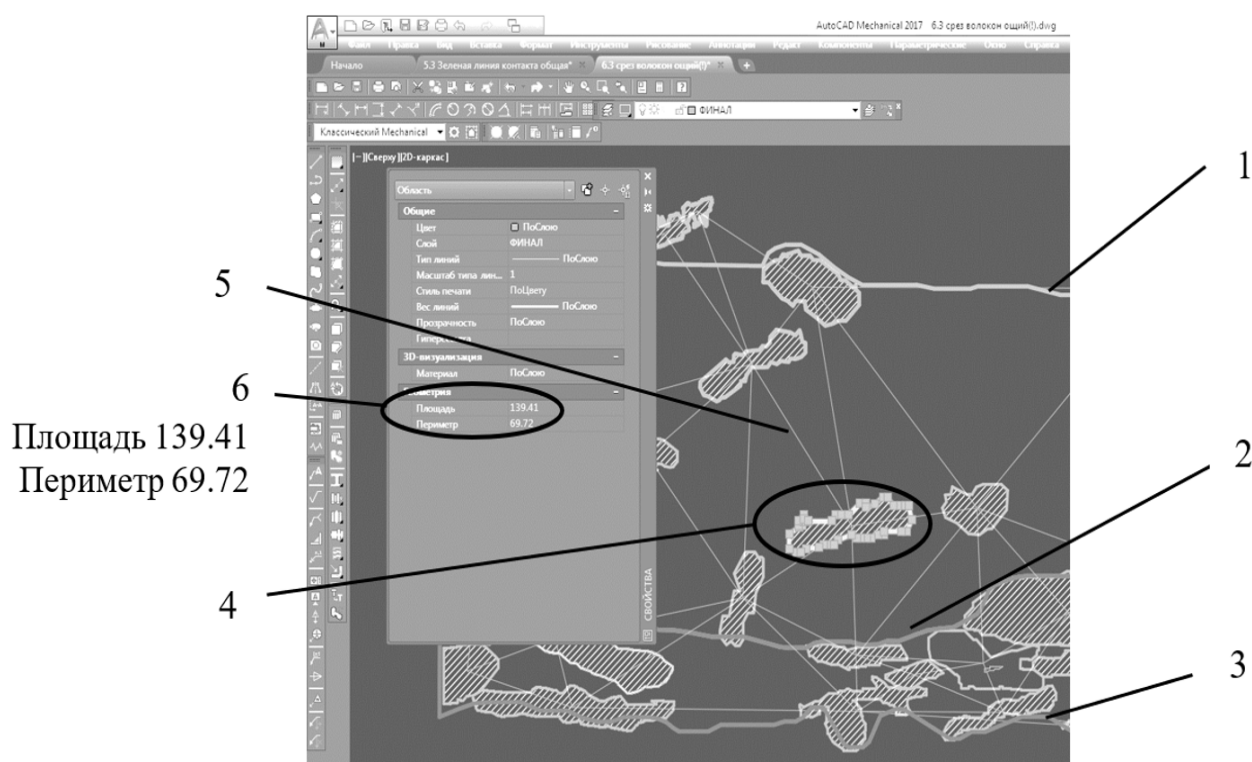


Рис. 6.34. Определение протяжённости и равномерности распределения линий контакта волокон в AutoCAD:

1 – профиль верхнего слоя; 2 – профиль границы слоёв; 3 – профиль нижнего слоя; 4 – выделенная область среза; 5 – отрезки, определяющие удалённость областей среза; 6 – расчёт площади и периметра выделенной области среза

Таблица 6.5. Результаты графической обработки поперечных срезов двухслойного волокнистого материала

№	Наименование слоя	Протяжённость контактов волокон, мкм					
		А		В		С	
1	Покровный слой	102		414		625	
2	Нижний слой	394		452		466	
3	Двухслойный картон	496		866		1090	
Область среза волокон, мкм ²							
4	Покровный слой	4762		4619		4789	
5	Нижний слой	4669		4763		4759	
6	Двухслойный картон	9431		9382		9548	
Площадь области поперечного среза, мкм ²							
7	Покровный слой	15637		7326		3973	
8	Нижний слой	3446		3379		3548	
9	Двухслойный картон	19083		10705		7521	
Шероховатость, мкм							
		Ra	Rz	Ra	Rz	Ra	Rz
10	Покровный слой	9	30	6	13	2	7
11	Нижний слой	3	10	5	15	5	11
12	Двухслойный картон	4	11	5	13	4	10

По вариантам подготовки макулатуры А, В, С формируется картон с различными поверхностными показателями. В работе выделены профили поверхностей слоёв и границы их раздела, что является новым и практически значимым результатом, благодаря этому определены параметры шероховатости: Ra и Rz (табл. 6.5), согласно ГОСТ 25142-82 [188].

По профилям границ слоёв волокнистого композиционного материала, которые были получены для областей поперечного среза каждого слоя, в результате графического преобразования изображений (рис. 6.30) определены площади областей каждого слоя в поперечном сечении. Качество формования картона определялось равномерностью распределения толщины слоя по размерам (рис. 6.35). Согласно диаграммам, максимальное значение толщины соответствует покровному слою, подготовленному по технологии сухого диспергирования и АДФ (рис. 6.35, вариант А).

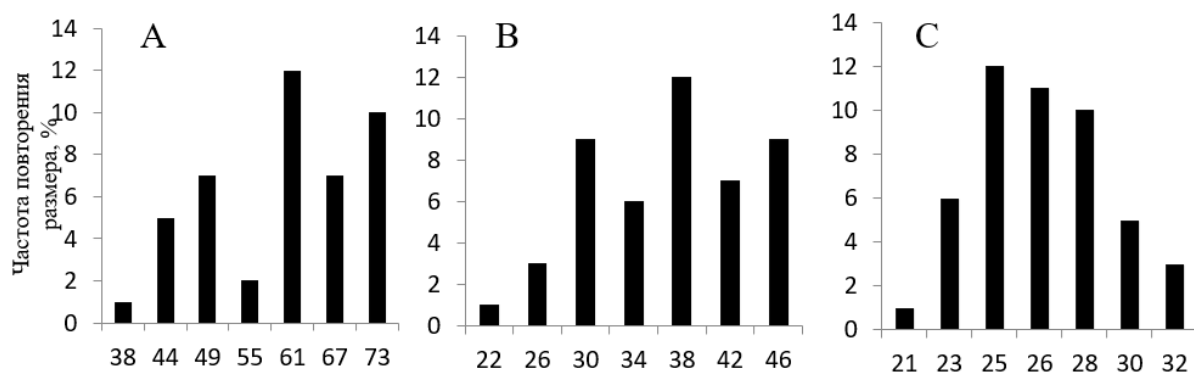


Рис. 6.35. Диаграммы распределения толщины слоёв: А, В, С – в соответствии с описанием рис. 6.30

Из-за снижения расходов энергии и воды за счёт перехода к сухому диспергированию макулатуры (рис. 6.35, вариант В) и к сухой подготовке с последующим АДФ (рис. 6.35, вариант А) пик диаграммы сдвигается в сторону увеличения толщины слоя. Из диаграмм видно, что наибольшее сходство покровного слоя к нормальному распределению толщины слоя в поперечном срезе картона соответствует варианту С (рис. 6.35). Данные позволили определить равномерность распределения толщины поперечного среза каждого слоя композиционного волокнистого материала.

Кроме равномерности распределения волокон в массе важным показателем, влияющим на связеобразование, является равномерность распределения наполнителя. Для покровного слоя основным наполнителем является мел, содержание которого может достигать до 20 %. Наличие примесей, главным образом, мела в белом покровном слое, является важным фактором, определяющим межволоконные силы связи. Мел отрицательно влияет на связеобразование волокон, так как находясь между двумя стенками волокон, блокирует образование прочных водородных связей. Размер частиц мела, подаваемого в массу, составляет 1–5 мкм, а для образования водородных связей необходимо сближение стенок волокон на расстояние 25 нм. Поэтому на участках, где присутствует мел, действуют силы механического сцепления, прочность которых, согласно работам современных австрийских ученых и предположениям учёных конца XX века, ниже прочности сил водородных связей.

Доля мела при сухой подготовке макулатуры писчепечатных видов бумаг снижается, так как он удаляется с воздушным потоком (3 % от массы картона). Однако в целом содержание мела в картоне с белым покровным слоем, в готовой продукции, не отличаются более чем на 1,5 %, что подтверждают показания зольности как одной из важных показателей качества картона. В отличие от показателя зольности цифровой метод обработки изображения поперечного среза в сочетании с энергодисперсионной спектроскопией позволяет оценить равномерность распределения мела в поперечном срезе (рис. 6.36). Содержание мела повышает белизну и снижает шероховатость поверхности, но при этом

снижаются механические показатели [189]. Разработанный метод позволяет получить карту элементного состава поперечного среза, что даёт возможность оценить распределение мела (по содержанию кальция), гораздо больше отражает его влияние на межслоевую прочность, чем его дозировка.

Изображение поперечного среза (карта элементного состава) может быть преобразовано с помощью графической программы Adobe Photoshop, для определения области, содержащей мел, как основной наполнитель для покровного слоя. Результат преобразования поперечного среза двухслойного картона, верхний слой которого получен из волокон, подготовленных сухим способом с последующим АДФ, представлен на рис. 6.36. Площадь области чёрного цвета, которая соответствует распределению мела в поперечном сечении, рассчитывается с помощью программы IQ Square.

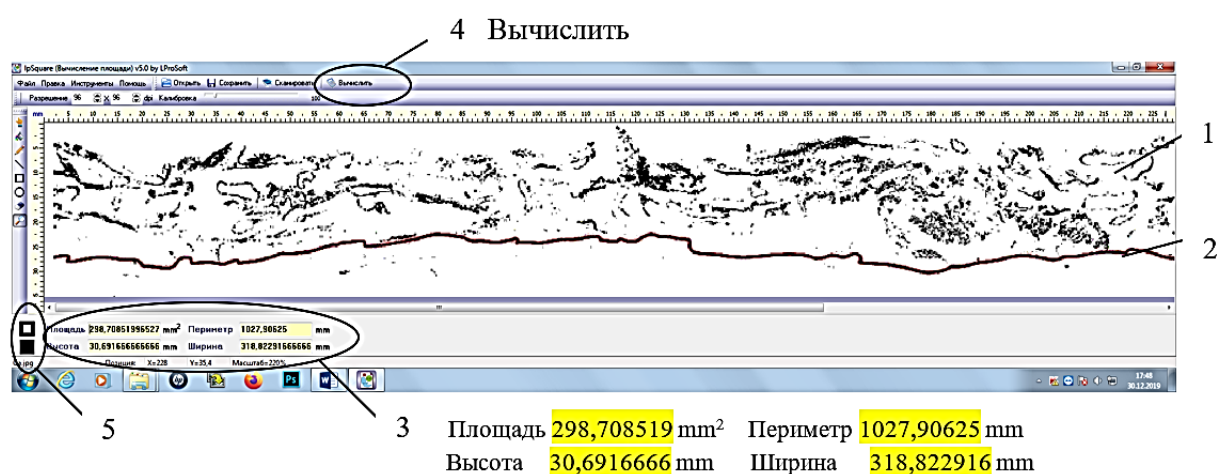


Рис. 6.36. Определение площади, занимаемой мелом в поперечном сечении с помощью программы IQ Square:

1 – область мела; 2 – профиль границы слоев; 3 – результаты расчёта площади; 4 – команда «Вычислить»; 5 – выбор цвета, по которому ведётся расчёт

IQ Square – это одна из многочисленных программ, которая позволяет рассчитать площади областей определённого цвета. Преимуществом этой программы является понятный интерфейс, доступность и сравнительно высокая точность расчётов. Разработчики программы максимально упростили процедуру расчёта. Файл с изображением распределения мела (через меню «Файл–Открыть») загружался в формате «.jpeg» затем выбирался цвет, соответствующий распределению мела (в данном случае чёрный), далее запускалась команда «Вычислить», после чего данные расчёта площади отображались в левом нижнем углу рабочего окна. Полученные по результатам расчёта значения площади, которую занимает мел в покровном слое двухслойного картона, пересчитывались в соответствии с масштабом изображения поперечного среза.

Ещё одним фактором, определяющим межволоконные силы связи, является взаимное расположения волокон. Влияние этого фактора на межслоевую прочность оценивается по расположению срезанных волокон в поперечном сечении картона и по пористости. Разработанный метод позволяет дать количественную оценку пористости двухслойного картона тест-лайнера. Новым техническим результатом метода стала возможность определять пористость в каждом слое многослойного картона. Пористость является одним из важных показателей бумаги и картона, которая характеризует впитывающую способность. Для белого покровного слоя картона, на который наносится реклама, способность волокнистого материала впитывать чернила имеет важное значение.

Площадь, занимаемая порами, приблизительно равна разнице между общей площадью поперечного среза каждого слоя или двухслойного картона и площадью, занимаемой областями срезанных волокон и наполнителя. Из табл. 6.5 видно, что наибольшей пористостью обладает слой, полученный методом АДФ.

Полученные результаты, представленные в таблице 6.5, позволяют оценить связеобразование волокон в многослойном композиционном материале и объясняют причины изменения механических показателей при различных технологиях подготовки макулатуры. Основные факторы, которые количественно оцениваются данными таблицы 6.5, влияют на межволоконные силы связи, следовательно на механические и поверхностные свойства картона, в частности, на равномерность распределения и общую протяженность линий контакта волокон, которые характеризуют воздействие комплекса сил механического сцепления, водородных связей и сил Ван-Дер-Ваальса, на равномерность распределения волокон по определению площади среза в поперечном сечении картона, равномерность распределения наполнителя, мела, пор.

Разработанные научные представления о связеобразовании волокон позволили создать ресурсосберегающую технологию многослойного тест-лайнера с белым покровным слоем на промышленном предприятии ОАО «Караваево».

6.5. Оценка качества формования многослойного волокнистого композиционного материала по микроструктуре поперечного среза

Волокнистый композиционный материал широко применяется для упаковки товаров народного потребления. Для придания различных потребительских свойств упаковка производится многослойной. К качеству поверхности верхнего слоя предъявляются высокие требования (шероховатость, белизна, печатные свойства). Нижний слой должен обеспечить прочность и жёсткость картона. Если картон трёхслойный, то средний слой часто выполняет функцию барьера для влаги и заполняется волокнами низкого качества, что

позволяет снизить себестоимость материала с сохранением механических характеристик [190]. Перечисленные свойства во многом определяются равномерностью распределения волокон, которая оценивается индексом формования, рекомендованным и описанным в международных стандартах как показатель количественной оценки однородности бумаги или картона [191, 192]. Эти методы предполагают использование приборов ультразвукового (Lorentzen & Wettre TSO-tester) и оптического (PTA – Line Formation Tester) определения индекса формования [192, 193]. Приборы оснащены программой, которой обрабатываются данные и представляются результаты в виде диаграммы распределения интенсивности прохождения ультразвука или света, по которой определяется индекс формования. Перечисленные методы [192, 193] широко используются для определения индекса формования офисной бумаги (однослойной и тонкой) без мелованного покрытия или многослойного картона-лайнера массой квадратного метра не более 150 г. В отличие от ультразвука и света, β - или γ -лучи обладают большей проникающей способностью, следовательно, позволяют исследовать образцы с большей толщиной. На их основе разработан стандарт определения индекса формования, описанный в работе [194].

Основным недостатком перечисленных способов определения индекса формования является невозможность оценивать качество формования каждого слоя многослойного картона. Оптические, ультразвуковые и другие методы определяют только качество формования всего картона. Но картон или бумага, в основном, являются многослойными материалами, и определение качества формования каждого слоя имеет важное практическое значение, поскольку подготовка сырья для каждого слоя осуществляется отдельными линиями массоподготовки, включающими десятки аппаратов (для очистки, перемешивания, сортирования, перекачивания массы и формования слоя волокнистого материала), трубопроводы, бассейны, а также систему подачи химикатов и автоматизации производства. Кроме того, каждый слой производится из различных видов сырья [195-197].

Оценка качества формования каждого слоя многослойного картона позволяет установить несовершенство или сбой в работе линии массоподготовки определенного слоя, а также может констатировать снижение качества одного из многих видов поставляемого сырья.

Для решения этих важных практических задач недостаточно оценивать индекс формования по распределению яркости света или ультразвуковых волн через горизонтальную плоскость материала. В данном случае необходимо также оценить качество формования по поперечному сечению многослойного картона. При этом важно, чтобы качество изображения поперечного сечения было высоким и достаточным для того, чтобы выделить границы слоёв в поперечном сечении и установить области срезов волокон.

Для получения верхнего (покровного слоя) использовалась макулатура офисных видов бумаг, которая в основном состоит из сульфатной белёной

целлюлозы лиственных и хвойных пород древесины. Волокна этой макулатуры прошли кислородную отбелку. При производстве офисной бумаги в массу добавляют мел (примерно 15 % от массы сухого волокна), который содержится в макулатуре, но при последующих циклах её использования мел вымывается, а затем оседает в циклонных аппаратах. Другие добавки (проклеивающие, удерживающие, чернила, флокулянты) содержатся в офисной макулатуре в малых количествах (всего не более 3–5 %), поэтому существенного влияния на качество сырья не оказывают [198].

Нижний слой картона существенно отличается по составу. Сырьём для нижнего слоя является макулатура преимущественно из гофрокартона, которая содержит в составе волокна хвойных пород древесины, полученных сульфатным способом. Поскольку высоких требований к белизне нижнего слоя не предъявляется, волокна не подвергаются отбелке. Как правило, первичные волокна небелёной сульфатной целлюлозы хвойных пород древесины имеют большую длину (около 2–2,5 мм), в макулатуре этот показатель снижается до 1,5 мм [199, 200]. Разница в средней длине волокна между волокнами нижнего и верхнего слоёв в 0,5–1 мм отражается на микроструктуре поперечного среза. Это различие позволяет выделить границу раздела слоёв, по которой, в последующем, можно оценить индекс формования каждого слоя. Более точный метод определения границы слоёв основан на оценке содержания лигнина, которого в небелёной хвойной целлюлозе (в нижнем слое) содержится до 15–20 %. Лигнин окрашивает волокна в красный цвет при взаимодействии с реактивом [201]. Однако изображения волокон, полученных с помощью сканирующей электронной микроскопии, чёрно-белые. Кроме того, взаимодействие волокон с реактивом связано с изменением геометрии микроструктуры, так как при контакте с водным раствором реактива волокна из напряжённого (стеклообразного) состояния переходят в релаксационное (высокоэластичное) [202]. По этим причинам, определение границы слоёв осуществлялось по различию в геометрии микроструктуры волокнистого материала. Следует отметить, что известны изобретения в виде модулей электронных микроскопов, которые фиксируют не только химические элементы испытываемых образцов, но и структурный состав, что позволит в дальнейшем картировать микроструктуру поперечного среза по лигнину, целлюлозе, крахмалу и другим химическим соединениям [203].

Разработанный метод получения поперечного среза ионной резкой и его оценка с помощью графических и расчётных программ позволяют оценить равномерность распределения флокул в поперечном сечении. Для примера использовались изображения поперечного среза многослойного картона с высоким качеством большой протяжённостью (рис. 6.37). Продолжительность резки составляла 2 часа, энергия ионной резки – 8 кэВ, подача напряжения на генератор ионов – 8 кВ.

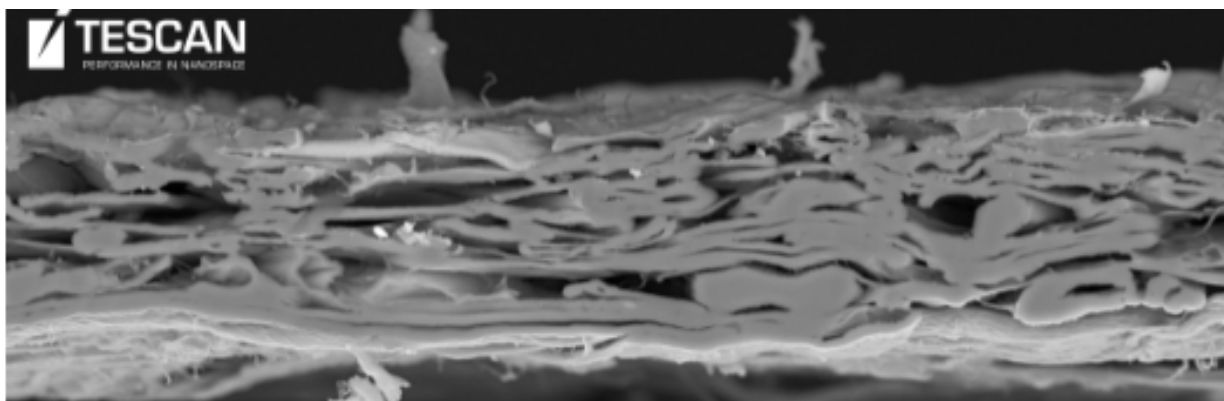


Рис. 6.37. Поперечный срез двухслойного картона тест-лайнера (фрагмент среза размером в 3,5 мкм)

В результате графической обработки поперечного среза была выделена область волокнистого материала, срезанная по вертикальной плоскости (рис. 6.38).



Рис. 6.38. Фрагмент результата графической обработки области поперечного среза двухслойного картона

В ранее опубликованных работах были установлены границы раздела слоёв исследуемого двухслойного тест-лайнера [204], поэтому ранее полученные результаты позволяют оценить равномерность формирования каждого слоя в отдельности. Для оценки равномерности формирования необходимо рассматривать области сгустков волокон (флокул) по аналогии с существующими методами. Для того, чтобы количественно сравнить эти методы, необходимо установить взаимосвязь между предлагаемым и существующим методами. С этой целью рассмотрим один из результатов оценки индекса формирования, представленный на рис. 6.39 [192]. Можно видеть, что картон-лайнер имеет явно выраженную неравномерность на просвет, присутствуют области, где концентрация волокон выше (флокулы) или ниже.

Объёмная форма, представленная на рис. 6.39 (b) – это способ отображения данных по яркости проходящего через бумагу света. Представленный метод позволяет оценить только яркость всего волокнистого композиционного материала. Для оценки равномерности формирования каждого слоя примем за основу тот факт, что интенсивность прохождения света, которая лежит в основе

существующих методов оценки индекса формования, будет зависеть от толщины областей срезанных волокон.

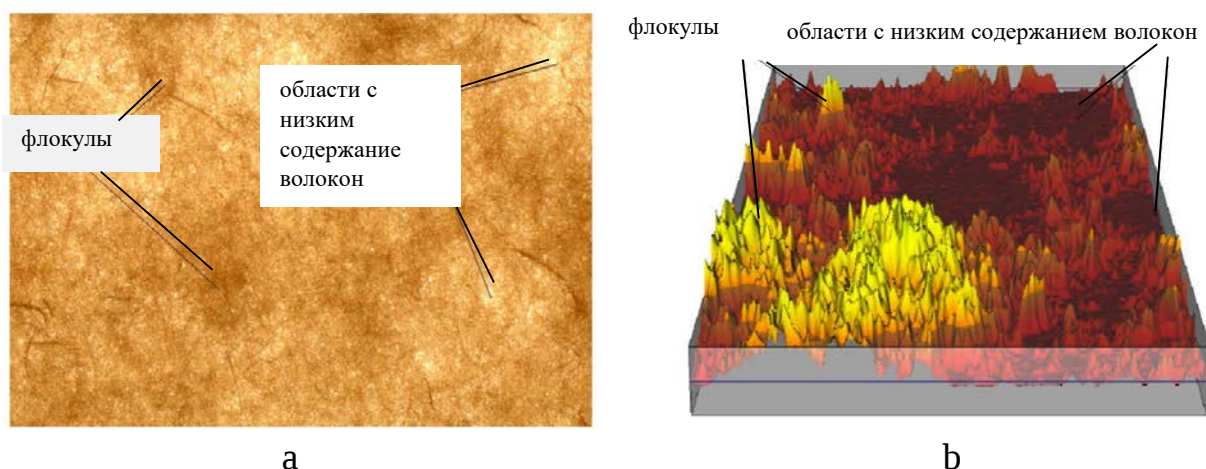


Рис. 6.39. Неравномерность распределения массы в структуре волокнистого материала: *a* – плоская форма; *b* – объёмная форма

Чем больше волокнистого материала по толщине поперечного среза картона, тем меньше будет интенсивность проходящего света в этом сечении. То есть интенсивность проходящего света – это величина, обратно-пропорциональная толщине срезанных волокон в поперечном сечении. Используя изображения поперечного среза, представленные на рис. 6.37 и 6.38, были выделены области сгустков волокон в каждом слое в отдельности (рис. 6.40).

Известно, что индекс формования по методу Kajaani представляет собой комплексную статистическую характеристику, отражающую форму плотности распределения тональных уровней точек бумажного полотна в проходящем свете [192]:

$$I_{\text{Kajaani}} = N_c / (I_{\text{max}} - I_{\text{min}}),$$

где N_c – число точек (пикселей) образцов бумаги, имеющих тоновый уровень, равный среднеарифметическому значению тоновых уровней всех точек (I); I_{max} , I_{min} – максимальное и минимальное значения тоновых уровней точек образца бумаги или картона.

Согласно предложенному нами методу оценки качества формования, значение одного пикселя изображения поперечного среза в 3,5 мм, поделённого на 700 единиц, будет соответствовать 5 мкм (рис. 6.40). Поэтому параметр, аналогичный параметру N_c метода Kajaani или других световых методов, был равен для верхнего слоя – 41, для нижнего слоя – 40, для двухслойного картона – 24, в соответствии с статистическим анализом массива размеров флокул в вертикальной плоскости (рис. 6.40).

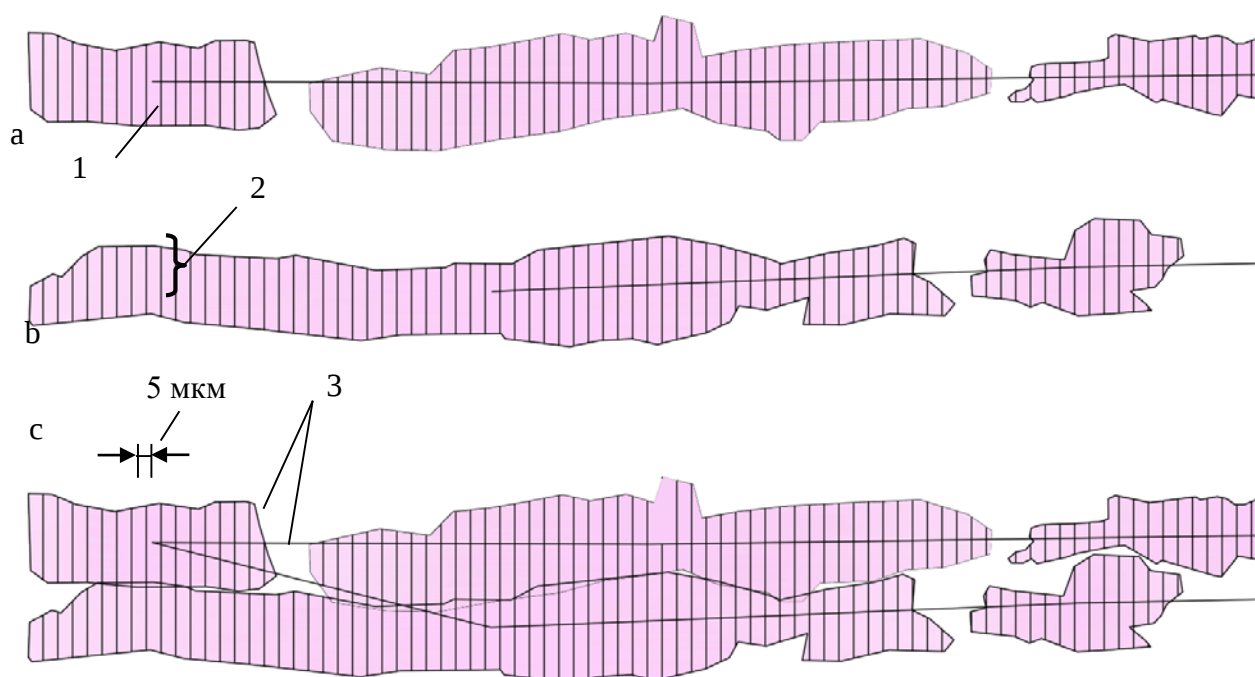


Рис. 6.40. Области с высокой концентрацией волокна (флокулы) в поперечном срезе картона: *a* – покровный слой тест-лайнера; *b* – нижний слой тест-лайнера; *c* – двухслойный тест-лайнер; 1 – область расположения флокулы; 2 – размер флокулы по вертикали; 3 – расстояние от центра одной флокулы до другой

Разность между максимальным и минимальным значениями тоновых уровней точек образца бумаги или картона по предлагаемому способу будет обратной величиной. Максимальное значение среза флокулы по вертикали будет соответствовать минимальному значению тоновых уровней точек образца бумаги или картона. Соответственно, минимальному значению среза флокулы по вертикали будет соответствовать максимальное значение тоновых уровней точек образца бумаги или картона.

Для покровного слоя $I_{\max}$ по предлагаемому методу равно 47 мкм, для нижнего – 42 мкм, для двухслойного картона – 68 мкм. Минимальное значение во всех трёх случаях равно нулю.

Индекс просвета, принятый в работе [192] как показатель, оценивающий качество формования, в зависимости от толщины бумаги находился в диапазоне от 1,6 до 6,7. Рассматриваемый в работе [192] метод, так же как и метод Кажаани, не оценивает каждый слой в отдельности, но данные по формованию двухслойного картона сопоставимы с данными, полученными по предлагаемому способу. Для верхнего слоя тест-лайнера массой квадратного метра не более 50 г полученный индекс, обратно пропорциональный индексу просвета, составил 1,15, для нижнего слоя – 1,05, а для двухслойного картона тест-лайнера – 2,86,

что вписывается в диапазон данных индекса просвета для картона лайнера (от 1,6 до 6,7).

Помимо представленных выше результатов расчётов, были построены диаграммы распределения размеров флокул в вертикальной плоскости, которые находятся в обратной зависимости с яркостью тонов проходящего через волокнистый материал света.

На рис. 6.41 представлены графики распределения размеров флокул по вертикали в поперечном сечении многослойного картона, которые характеризуют равномерность распределения флокул в поперечном сечении покровного (рис. 6.41 а), нижнего (рис. 6.41 б) слоёв и двухслойного картона в целом (рис. 6.41 с).

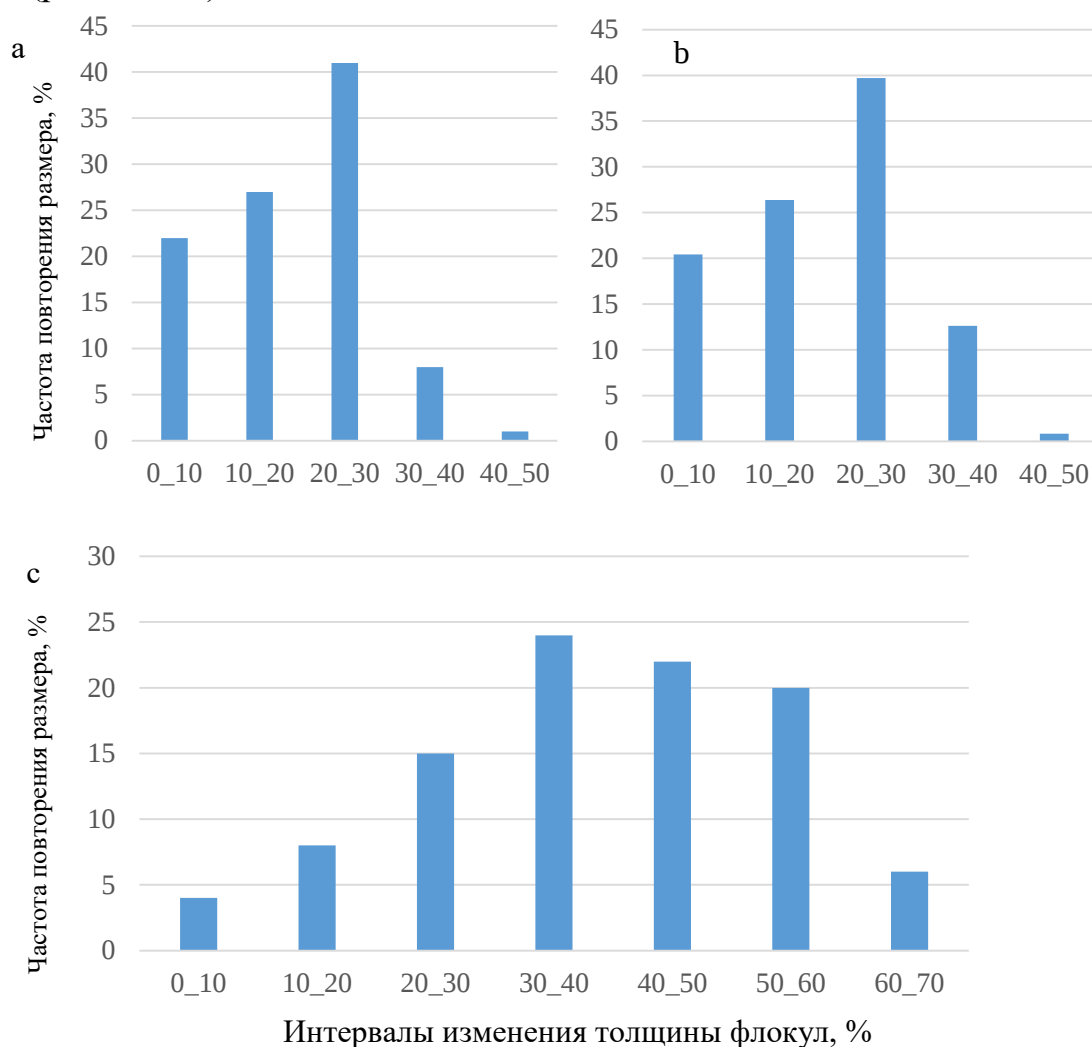


Рис. 6.41. Распределение размеров флокул по вертикали в поперечном сечении многослойного картона: а – покровный слой; б – нижний слой; с – двухслойный картон

Диаграммы распределения размеров флокул в вертикальной плоскости, представленные на рис. 6.41, позволяют оценить равномерность формирования каждого слоя и двухслойного картона в целом. По аналогии с определением

индекса формования можно установить отношение между периодичностью повторения размера и разницей между максимальным и минимальным размером флокулы. Однако важным и принципиальным отличием является то, что индексы на просвет обратно пропорциональны тем показателям, которые получены по представленным на рис. 6.41 диаграммам.

Таким образом, разработан показатель оценки качества формования картона, дополнительно к существующему индексу формования, который, в отличие от существующего, позволяет оценить равномерность распределения флокул как в каждом слое в отдельности, так и в картоне в целом. Данный показатель может использоваться как самостоятельно, так и совместно с индексом формования.

Результатом исследований также является разработанный метод, который позволяет оценить равномерность формования отдельных слоёв и многослойного волокнистого композиционного материала в целом. При разработке метода были использованы инновационные технологии получения поперечного среза, основанные на ионной резке. Изображения поперечного среза высокого качества, полученные сканирующим электронным микроскопом, проанализированы графически.

При графическом анализе областей сгустков волокон (флокул) в поперечном срезе картона установлены размеры на 700 равных участках, каждый протяжённостью в 5 мкм. С помощью графической программы определены размеры этих сечений по вертикали, по которым были построены диаграммы распределения размеров для покровного, нижнего и двухслойного волокнистого композиционного материала (рис. 6.41).

Исходя из того факта, что чем больше волокнистого материала в области поперечного среза, тем меньше света пройдет через картон в этой точке, получены показатели равномерности распределения, обратно пропорциональные индексу на просвет для каждого слоя в отдельности и для двухслойного картона в целом. Полученный по предлагаемому методу показатель для двухслойного картона тест-лайнера в обратной зависимости соизмерим с индексом на просвет, полученным по известному методу, представленному в работах [192, 194].

6.6. Влияние микроструктуры картона на его механические свойства

Картон – это волокнистый композиционный материал (в основном многослойный), обладающий сложной структурой, которая во многом определяет его механические свойства (сопротивление картона: продавливанию, сжатию на коротком расстоянии, разрыву, расслаиванию и изгибу). Каждое из перечисленных свойств определяется на высокоточном оборудовании с разработкой специального стандарта.

Проблема заключается в сложности определения перечисленных свойств и обусловлена необходимостью получения стандартов, обучения персонала для

работы с дорогостоящим оборудованием, а также требованием освоения сложных программных продуктов для ввода и обработки данных. При этом затрачивается большое количество времени на исследование материала. Для достоверной оценки перечисленных свойств картона в лаборатории производится несколько образцов (их может быть до десяти в зависимости от стандарта, по которому выполняется контроль) с целью исключения ошибок при роспуске, очистке, разбавлении водой до требуемой концентрации, размоле, удалении влаги под сетку, прессовании, сушке.

Поэтому необходимы принципиально новые решения по прогнозированию механических свойств картона без использования дорогостоящей лабораторной базы. Ключом к решению проблемы является анализ микроструктуры, геометрические показатели которой во многом определяют механические характеристики картона. К геометрическим показателям микроструктуры в поперечном срезе картона относятся протяженность линий контакта волокон и стенок волокон, равномерность их распределения, пористость, равномерность формирования слоев, шероховатость границ слоев [205]. Для количественной оценки этих показателей необходимо использование современных микроскопических методов исследования с последующим применением цифровых технологий для анализа микроструктуры.

Микроскопия – это один из первых методов оценки микроструктуры, который нашел широкое применение при оценке связеобразования волокон в бумаге и картоне. Сложность восприятия получаемых снимков волокнистых материалов не позволяет разработать единый стандарт анализа микроскопических исследований. До появления электронной микроскопии возможности оптического микроскопа стремительно развивались во многих направлениях. Существуют стереоскопические микроскопы, позволяющие получать 3D-изображения волокон. Электронный микроскоп оснащен функцией получения стереоизображения высокого качества с большим разрешением. На рис. 6.42 представлено стереоизображение двухслойного картона тест-лайнера, полученного с помощью электронного микроскопа.

Использовать снимок (рис. 6.42) поперечного среза для оценки межволоконных связей или для того, чтобы установить распределение химических элементов (входящих в состав композиционного материала) в поперечном сечении, невозможно, так как сложно установить границу слоев и отличить волокна различной природы. 3D-изображение не позволяет оценить поверхность волокон в поперечном срезе. В целом, стереоизображение, представленное на рис. 6.42, это пока красивая визуальная картинка, которая может использоваться для общего представления о поперечном срезе.

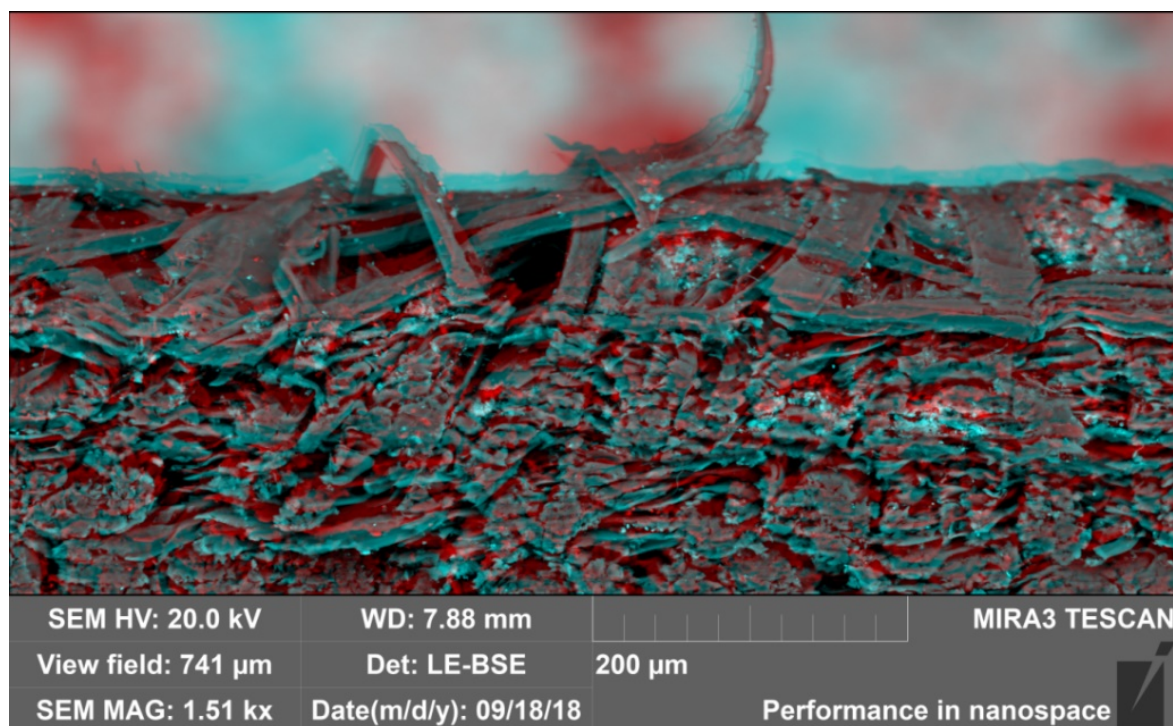


Рис. 6.42. 3D-изображение поперечного среза двухслойного тест-лайнера, выполненного микротомом (необходимо использовать стереоочки)

Актуальность использования высококачественных снимков (атласы), микроструктуры различных видов однородного волокнистого материала без примесей, представленных в этих атласах, утрачивается, так как основным сырьем для производства упаковки становится многослойный картон, получаемый из вторичного сырья, состав которого может быть разнообразным. Оптический микроскоп использовался в качестве визуального подтверждения гипотез, представленных известными учеными, работающими в области ЦБП в середине XX века (Д. Кларк, С. Н. Иванов). Основным недостатком оптических микроскопов являлось низкое разрешение, которое удалось немного увеличить с использованием фазово-контрастной микроскопии (конфокальные микроскопы) [206]. Например, А. Робертсон в своей работе [207] использовал фазово-контрастную микроскопию для исследования биоцидов в целлюлозно-бумажной промышленности. Интересные данные в оценке микроструктуры многослойного картона в поперечном сечении были получены с помощью микроинтерферометра [208].

Настоящий прорыв в области исследования микроструктуры бумаги и картона стал возможен благодаря сканирующей электронной микроскопии (СЭМ). Одним из первых ее использовал К. Смит [209], увеличив глубину резкости в 300 раз и разрешение до 3–10 нм. Основная критика использования СЭМ в качестве инструмента для исследования микроструктуры бумаги и картона связана с использованием вакуума, который удаляет влагу из волокон, меняя структуру поверхности. И. Сэш [210] с помощью СЭМ и сушки в

замороженном состоянии иллюстрирует поведение микро- и нановолокон на поверхности волокон при удалении влаги под вакуумом. Эти работы стали основой для достоверного описания явлений, происходящих при взаимодействии волокон в целлюлозных материалах. В России наиболее качественно с помощью СЭМ и сушкой в замороженном состоянии исследуется микроструктура бумаги и картона Д. Г. Чухчиным и Я. В. Казаковым [211].

Важным открытием в развитии СЭМ стало появление детектора отраженных электронов (BSE). Он позволил увидеть элементный состав целлюлозного материала. Отраженные электроны стали ключом для открытия спектров элементного состава волокнистого материала [212].

Представленные карты элементного состава относились к поверхности бумаги и картона, так как для исследования поперечного среза необходима была специальная подготовка волокнистого материала, которой в те времена еще не было.

При исследовании межволоконных сил связи СЭМ также получила широкое применение, так как позволяла оценить их с высоким разрешением. Р. Страттон и Е. Корлсон продемонстрировали возможность СЭМ в определении поверхности контакта волокон в целлюлозном материале [213]. С помощью СЭМ и наличием детектора отраженных электронов анализировался покровный слой из мела и слоя проклейки [214].

В конце XX века благодаря цифровым технологиям был сделан огромный скачок в развитии анализа микроскопических снимков. С помощью графических аналитических программ цифрового изображения, полученного с помощью СЭМ и блока отраженных электронов, были созданы карты распределения элементов печатных красок на поверхности бумаги [215]. По различию в цветовой гамме в соответствии с представленными масштабами стало возможным определить размеры частиц наполнителя. В работе [216] исследователи применили пакет «ImageJ» для обработки изображений, полученных СЭМ (на примере анализа бумаги), используя различные алгоритмы оцифровки изображения. Однако проводимые исследования осуществлялись на снимках поверхности бумаги, которые оценивают только микроструктуру верхнего слоя, отличающуюся от микроструктуры волокон, находящихся внутри материала. Для полной оценки геометрических характеристик микроструктуры многослойного картона необходим анализ качественного изображения поперечного среза. В работе японских исследователей встречается наиболее качественный срез бумаги, полученный стеклянным ножом [217]. Разные варианты поперечных срезов, полученных с помощью перечисленных инструментов, были представлены в работе Д. Хеллавела и Р. Нельсона [218]. Разрушающее и деформирующее воздействие на микроструктуру волокна ножевыми инструментами является главной проблемой при подготовке поперечных срезов картона. Проблему попытался решить американский исследователь Д. Гиббон [219]. Он использовал смолу для фиксации волокнистого материала с дальнейшей полировкой. Недостатком

такого метода является необходимость использования дополнительного химического связующего элемента (смола, парафина). При полировке или нарезке смола заполняет пустоты между волокнами, снижая качество снимка микроструктуры картона. Для макулатурного многослойного тест-лайнера, который может содержать удаленные элементы внутри картона, этот способ неприменим.

На сегодняшний день существует множество методов подготовки проб волокнистого материала для СЭМ, однако качественного поперечного среза и его анализа не существует. Поэтому использовать микроскопические снимки для прогнозирования механических характеристик невозможно. Для этого необходим метод получения поперечного среза картона, который не должен деформировать волокнистый каркас, частицы наполнителя, красителя и должен давать достоверную карту элементного состава.

Качественные срезы отдельных волокон, фибрилл и микрофибрилл были получены с помощью современных низкотемпературных электронных сканирующих микроскопов [220-224]. Однако низкотемпературный электронный микроскоп не решил проблему подготовки качественного поперечного среза в широкой области исследования картона, которая позволила бы установить зависимость между микроструктурой, механическими и поверхностными показателями волокон. Микроскопы с высоким разрешением, позволяющие оценить взаимодействие волокон на расстоянии нескольких ангстрем, чаще всего используются для исследования поверхности волокнистого материала или волокон в массе. В макулатурном картоне настолько неопределенный состав, что для достоверной оценки механических и поверхностных показателей потребовалось бы более 100 терабайт оперативной памяти на участок поперечного сечения в несколько миллиметров. Такой объем информации очень сложно уместить в современном компьютере.

Наибольшим разрешением обладает атомный силовой микроскоп [225-227]. Благодаря ему удалось исследовать связь между двумя волокнами на наноуровне. Авторы работы [184] представили энергетическую оценку связи двух волокон. Представленные данные характерны для определенного случая соединения двух одинаковых по природе волокон. В работе исследователей, использующих высокоточное микроскопическое оборудование, оценивается определенный участок волокнистого материала или отдельно взятые волокна. А для того чтобы прогнозировать по микроструктуре картона механические показатели, необходим анализ широкой области поперечного сечения многослойного картона (как минимум в 150 мкм). Эта область охвата, которая фиксирует изменения равномерности распределения волокон в ходе подготовки массы (на стадиях роспуска, размола, фракционирования, очистки и т.д.), а именно те процессы, которые оказывают влияние на физико-механические показатели картона. Расстояние в 150 мкм (минимальное расстояние), которое необходимо охватить в исследованиях поперечного среза многослойного картона для того, чтобы указать на область сгустков волокон (область

поперечного среза картона на месте флокулы) и на область, где повышенное содержание пустот (пористость). Волокнистый материал всегда имеет неравномерность структуры при формовании, поэтому несмотря на высокую точность микроскопов, позволяющих исследовать межволоконную прочность на уровне нескольких ангстрем, эти результаты будут недостоверны для картона с неоднородным составом и с неизвестным распределением волокон в поперечном срезе.

Наиболее предпочтительной является область исследования в несколько миллиметров поперечного среза картона. При этих условиях можно с определенной точностью прогнозировать механические показатели многослойного картона при взаимодействии волокон между собой. Чем больше протяженность охвата поперечного сечения, тем меньше погрешность оценки связывающих факторов, которая определяется неравномерностью распределения волокон и неоднородностью состава картона. Особенно актуально это для многослойного картона, содержащего разное макулатурное сырье в составе и в каждом из слоев.

Для прогнозирования свойств картона по микроструктуре поперечного среза необходимо определение зависимостей между геометрическими характеристиками микроструктуры поперечного среза и физико-механическими показателями, что являлось главной задачей исследований.

Протяженность среза, которая анализируется в данной работе, в отличие от предыдущих наших исследований, была увеличена до 350 мкм, что позволило получить более достоверные результаты.

Различие в микроструктуре поперечного среза, а именно протяженность линий контакта, обозначается использованием различных способов подготовки макулатурной массы. В работе рассматривается четыре варианта подготовки волокон для формирования картона: сухая подготовка макулатуры и аэродинамическое формование; сухая подготовка макулатуры с подачей волокон в водоволокнистую массу с последующим формованием, сухая подготовка макулатуры с подачей в массу, размолот в водной среде и последующим мокрым формованием; традиционная мокрая подготовка макулатуры и формование.

Одним из главных преимуществ исследования микроструктуры многослойного картона тест-лайнера является возможность графической обработки поперечного среза, который получен методом ионной резки, благодаря чему были выделены профили границ покровного и нижнего слоев картона, а также линии контактов волокон и стенок волокон (рис. 6.43).

Ранее было установлено [228], что в большей степени на механические характеристики картона влияет протяженность линии контакта, по которой действуют в совокупности основные факторы, определяющие межволоконные силы связи. По длине этих линий выполняется главное и необходимое условие для возникновения комплекса связеобразующих факторов (сил механического сцепления, водородных связей и др.) – сближение поверхностей волокон.

Экспериментальные данные по общей протяженности линий контактов волокон представлены в таблице 6.6, из которой видно, что покровный слой, полученный аэродинамическим формованием (АДФ), обладает наименьшим значением протяженности (102 мкм) и совместно с нижним слоем протяженностью в 394 мкм, общая для двухслойного картона в целом составляет 496 мкм.

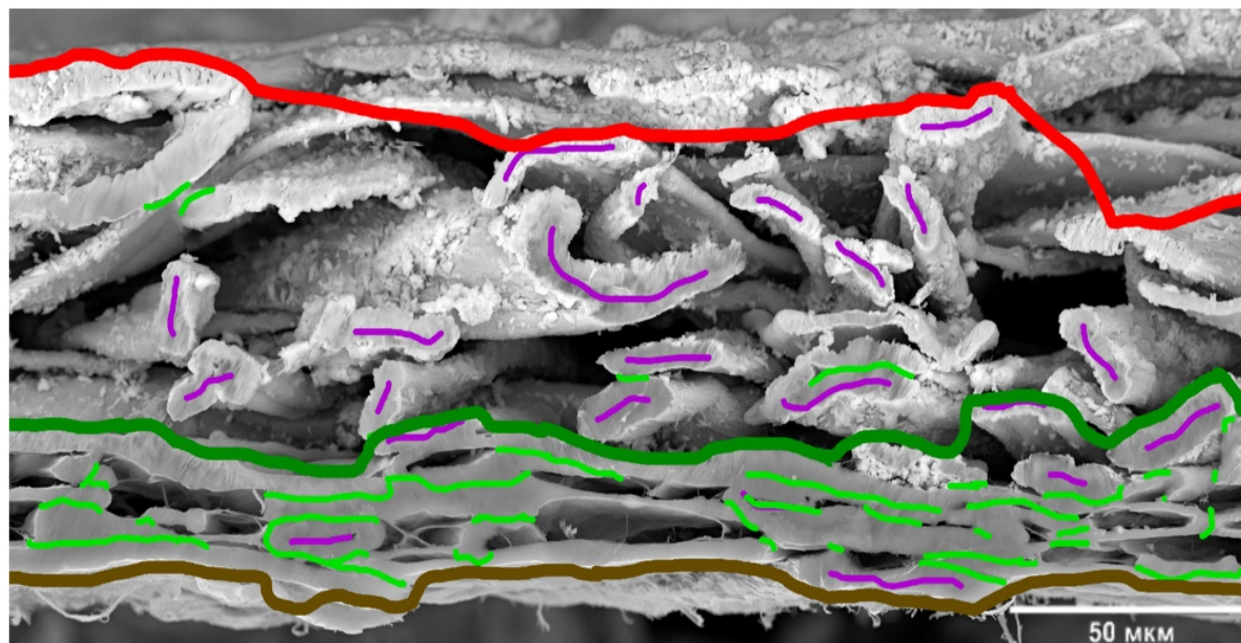


Рис. 6.43. Фрагмент изображения поперечного среза +2-слойного тест-лайнера, выполненного методом ионной резки с дальнейшей обработкой графическими программами: **красная линия** – профиль покровного слоя; **зеленая линия** – граница между покровным и нижним слоем; **коричневая линия** – профиль нижнего слоя; **зеленые и фиолетовые пунктирные линии** – линии контакта волокон; **фиолетовые пунктирные линии** – линии контакта стенок волокон

Протяженность линий контактов волокон для покровного слоя, полученного методом сухого диспергирования макулатуры с подачей волокон в массу, составила 414 мкм, а в сумме с протяженностью контакта нижнего слоя, подготовленного традиционным способом – 452 мкм. Общая протяженность составила 866 мкм. Размол волокон, подготовленных сухим способом, в водной среде повысил протяженность линий контактов волокон до 625 мкм в покровном слое. В сумме с протяженностью контактов нижнего слоя 466 мкм, а для двухслойного картона этот показатель составил 1091 мкм. Для двухслойного картона тест-лайнера, подготовленного по традиционной мокрой технологии, протяженность линий контактов волокон практически не отличается от протяженности контактов волокон, соответствующих варианту подготовки макулатуры сухим способом с последующим размолотом в водной среде (1132 мкм). При подготовке волокон макулатуры для обоих слоев традиционным способом определить границу раздела между слоями очень сложно, поэтому для

этого варианта рассматривается только протяженность линий контактов двухслойного картона в целом.

Таблица 6.6. Общая протяженность линий контакта волокон в поперечном срезе двухслойного картона тест-лайнера

Наименование слоя	Протяженность линий контактов волокон, мкм			
	сухая подготовка волокон и АДФ	сухая подготовка волокон и традиционное формование	сухая подготовка с размолом в водной среде	мокрая подготовка волокна и формование
Покровный слой	102	414	625	
Нижний слой	394	452	466	
Двухслойный картон	496	866	1091	1130

Применение макулатурной массы, полученной из волокон, подготовленных сухим способом, позволило сформовать традиционным методом покровный слой, в котором протяженность контактов повысилась более чем в 4 раза. Это объясняется тем, что волокна целлюлозы, перешедшие из стеклообразного состояния в высокоэластичное при взаимодействии с водой, образовали более плотную структуру. Размол в водной среде позволил увеличить протяженность контактов волокон в покровном слое еще в 1.5 раза, до 625 мкм, увеличив механические показатели покровного слоя и двухслойного картона тест-лайнера в целом до значений, соответствующих картону, производимому по традиционному мокрому способу.

Кроме участвующих в связеобразовании линий контактов волокон в поперечном срезе существуют линии контакта между стенками волокон. По этим линиям так же, как и по линиям контакта между волокнами, действует совокупность всех сил. Однако эти линии соединяют внутренние поверхности стенки волокон и практически не влияют на образование межволоконных связей. Линии контакта стенок волокон отмечены на рис. 6.43 фиолетовым цветом. Характер распределения линий контакта стенок волокон по размерам определяется в большей степени размерами и расположением волокон относительно плоскости среза, то есть сколько волокон попадает в область среза и как они располагаются. Также важным показателем, определяющим протяженность и распределение линий контакта стенок волокон, является природа волокна, цикл использования волокон и технология подготовки массы. Если волокно по своей природе грубое, то вероятность возникновения линии контакта между стенками ниже, чем для эластичного. Грубое волокно, скорее всего, в поперечном срезе не потеряет форму кольцевого сечения (рис. 6.44 А). Если волокна эластичны по своей природе и прошли несколько стадий подготовки (волокна, подготовленные из макулатуры), то вероятнее всего,

форма поперечного среза такого волокна выглядит как сплюснутое кольцо (рис. 6.44 С). Существует промежуточный вариант, когда стенки волокна контактируют частично (рис. 6.44 В).

Следует отметить, что степень воздействия каждой из совокупности сил связей (водородные связи и механические силы сцепления) при контакте стенок волокон будут отличаться от степени воздействия при контакте между волокнами. В первую очередь это связано с отличием внешней поверхности волокна от внутренней. Внутренняя поверхность волокон более гладкая, в отличие от внешней, которая может быть покрыта наполнителем или проклеивающим веществом и иметь фибриллированную поверхность. Вероятно, при контакте стенок волокна по внутренней поверхности наиболее значимыми являются водородные силы связи. При контакте волокон внешними поверхностями водородные силы могут быть «заблокированы» наполнителем или проклеивающим веществом. Например, средний размер частиц мела (основного наполнителя для покровного слоя тест-лайнера), который находится между волокнами при их соприкосновении, составляет 1–3 мкм, а для образования водородных связей необходимо 0.25 нм. Таким образом, частица мела может блокировать большую область контактирующей поверхности волокон. В таких условиях важную роль играют механические силы сцепления волокон, находящиеся в напряженном состоянии. Оценить, какую долю воздействия оказывают водородные силы связи или механические силы сцепления, практически невозможно, так как исследуемые образцы имеют неопределенную и неоднородную структуру.

Несмотря на отличие в технологиях подготовки сырья и формования картона, можно говорить о том, что протяженность линий контактов будет существенно влиять на механические показатели. На рис. 6.45–6.49 представлены зависимости между протяженностью линии контактов волокон и механическими показателями картона.

Из рисунков видно, что механические характеристики картона находятся в прямо пропорциональной зависимости от протяженности линий контактов волокон. Сопротивление продавливанию (рис. 6.45), сжатию на коротком расстоянии (рис. 6.45) и разрыву (рис. 6.46) в большей степени зависят от межволоконных сил связей, которых становится больше, когда увеличивается протяженность линий контакта. Подготовка макулатуры традиционным способом включает в себя мокрый размол в мельницах, в результате которого волокна лучше набухают, становятся более эластичными, за счет чего плотнее прилегают друг к другу, повышая протяженность линий контактов. Такой же эффект наблюдается при мокром размолу подготовленных сухим способом волокон. Поэтому механические показатели и протяженности линий контактов в последних двух вариантах подготовки макулатуры достаточно близки (1091 и 1132 мкм).

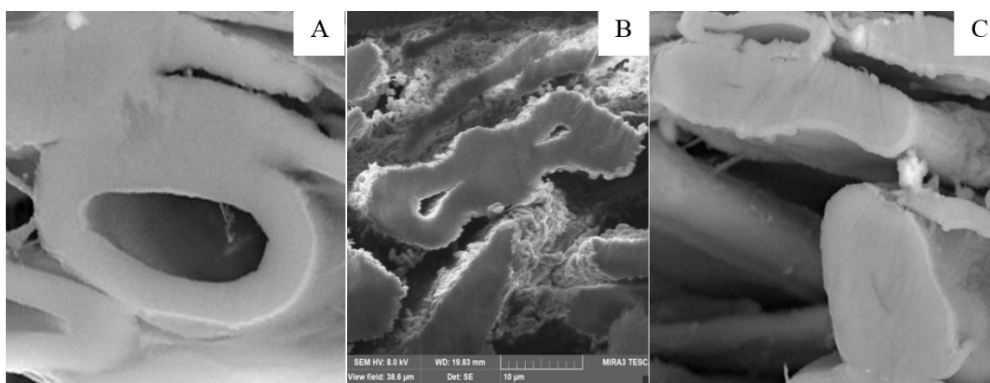


Рис. 6.44. Варианты поперечных срезов волокон:
A – срез волокна в виде кольца; *B* – сплюснутое волокно с частичным контактом стенок; *C* – полностью сплюснутое волокно

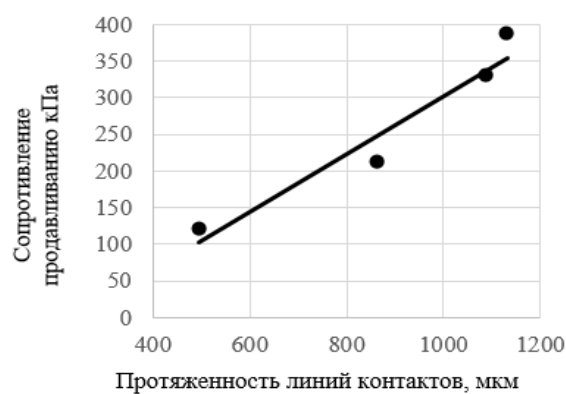


Рис. 6.45. Зависимость сопротивления продавливанию от протяженности линий контактов волокон



Рис. 6.46. Зависимость сопротивления сжатию на коротком расстоянии от протяженности линий контактов волокон

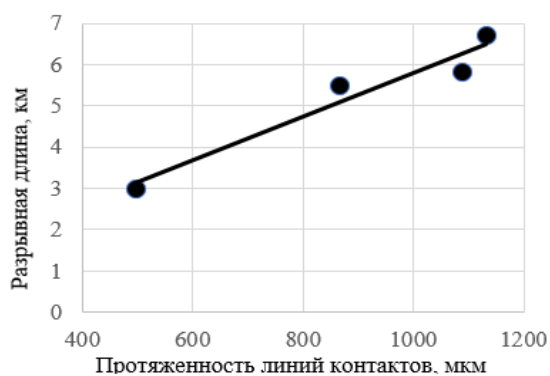


Рис. 6.47. Зависимость разрывной длины от протяженности + линий контактов ВОЛОКОН

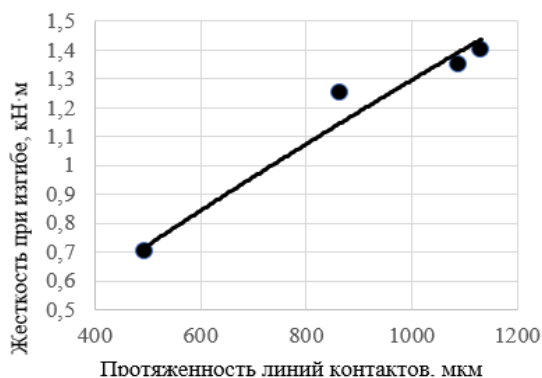


Рис. 6.48. Зависимость жесткости на изгиб от протяженности линий контактов ВОЛОКОН

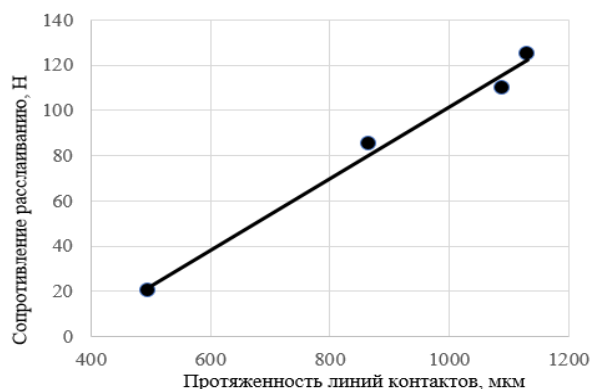


Рис. 6.49. Зависимость сопротивления расслаиванию от протяженности линий контактов волокон

Жесткость при изгибе картона определяется двумя факторами при одинаковой природе волокон и соблюдением условий формования. Первый фактор – это связеобразование волокон, которое находится в прямой зависимости от протяженности линий контактов, а второй – толщина картона,

повышение которой приводит к увеличению сопротивления жесткости. Ранее было установлено, что толщина картона при аэродинамическом формовании повышается на 30–50%, но при этом настолько маленькая протяженность контактирующих между волокнами зон (в 4–5.5 раза в отличие от остальных вариантов, представленных в таблице 6.6), что механические показатели имеют наименьшее значение. При подаче волокон, подготовленных сухим способом в массу, повышается толщина на 15–30%, но при этом сохраняется протяженность контактов волокон на уровне, соответствующем традиционному формованию слоя. Поэтому показатель жесткости при подготовке волокон сухим способом без размола смещен от линии тренда в сторону увеличения жесткости (протяженность контакта – 866 мкм, жесткость при изгибе – 1.25 кН·м). Важно отметить, что межслоевая прочность при аэродинамическом формовании в 20 Н (рис. 6.47) крайне мала и на производстве при таком значении картон не удовлетворяет требованиям заказчиков. Разрушение картона при этом проходит не между слоями, а по покровному слою картона [228]. Поэтому с точки зрения практического использования зависимостей при оценке качества картона перспективными являются варианты образцов картона с протяженностью линий контакта более 800 мкм на 350 мкм протяженности среза.

Таким образом, на основе микроскопических снимков поперечных срезов двухслойного картона тест-лайнера и их графической обработки были выделены протяженности контактов волокон. Руководствуясь тем, что наиболее значимым показателем из всех геометрических параметров микроструктуры является протяженность контактов волокон, определены механические свойства картона, произведенного по различным технологиям. Установлено, что практически все механические показатели зависят прямо пропорционально от протяженности линий контактов волокон. Полученные зависимости могут быть использованы для прогнозирования механических свойств картона при его производстве на предприятиях отрасли.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зильберглейт М. А., Марченко И. В., Старченко О. П., Нестерова С. В. Оценка устойчивости показателей неоднородности бумаг для полиграфии // Полимерные материалы и технологии. – 2021. – № 4. – С. 24–32.
2. Горжанов В. В. Влияние технологических факторов на проклейку бумаги ферментативным крахмалом в клеильном прессе // Труды БГТУ. Серия IV. Химия, технология органических веществ и биотехнология. – 2008. – № 4. – С. 311–314.
3. Зильберглейт М. А., Темрук В. И., Лобан Т. А. Сравнительная оценка методов анализа размера пор барьерных бумаг // Полимерные материалы и технологии. – 2020. – № 3. – С. 29–37.
4. Зильберглейт М. А., Темрук В. И. Применение пакета ImageJ для обработки изображений, полученных электронной сканирующей микроскопией (на примере анализа бумаги) // Полимерные материалы и технологии. – 2017. – № 1(3). – С. 71–74.
5. Патент № 2723972 РФ. Способ подготовки поперечного среза для контроля параметров целлюлозосодержащего материала / Мидуков Н. П., Куров В. С., Смолин А. С., Сомов П. А.; заявл. 11.07.2019, опубл. 18.06.2020 – 22 с.
6. Kurov V. S., Midukov N. P. Evaluation of the formation quality of multilayer fiber composite material according to cross-sectional cut microstructure // Fiber Chemistry, 2021. No. 2 (53). Pp. 115–119.
7. Midukov N. P., Kazakov Ya. V., Heineman S., Kurov V. S., Smolin A. S. Investigation of transverse section of multi layered paperboard by ion cutting technique // Fiber Chemistry, 2020. No. 1 (52). Pp. 51–57.
8. Мидуков Н. П., Куров В. С. Влияние микроструктуры картона на его механические свойства // Химия растительного сырья. – 2021. – № 4. – С. 361–371.
9. Hooke, R. Micrographia // London. J. Martyn and J. Allestry, 1665.
10. Richard E. M., Hanberger C. C., Borch J., Bruce L. M. Handbook of physical testing of paper. New York // CRC Press, 2012. 1040 p.
11. V. Tojaga, A. Kulachenko, S. Östlund, T. Christian. Modeling multi-fracturing fibers in fiber networks using elastoplastic Timoshenko beam finite elements with embedded strong discontinuities – Formulation and staggered algorithm // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2021. No. 384. Pp. 1–18.
12. Neumann M., Charry E. M., Baikova E., Hilger A., Hirn U., Schennach R., Manke I., Schmidt V., Zojer K. Capturing Centimeter-Scale Local Variations in Paper Pore Space via μ -CT: A Benchmark Study Using Calendered Paper // Microscopy and Microanalysis, 2021. No. 27. Pp. 1305–1315.
13. Iacoviello W. Du, F., Fernandez T., Loureiro R., Brett D. J. L., Shearing P. R. Microstructure analysis and image-based modelling of face masks for COVID-19 virus protection // Communications materials, 2021. No. 2. Pp. 69–79.

14. Afrookhteh S. S., Jamali J., Shakeric M., Baniassadi M. Stochastic reconstruction of carbon fiber paper gas diffusion layers of PEFCs: A comparative study // *Energy Equimen and System*, 2018. No. 1 (6). Pp. 51–59.
15. Borodulina S., Kulachenko A., Tjahjanto D. D. Constitutive modeling of a paper fiber in cyclic loading applications // *Computational Materials Science*, 2015. No. 110. Pp. 227–240.
16. Wicht D., Schneider M., Böhlke T. Anderson-accelerated polarization schemes for fast Fourier transform-based computational homogenization // *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2021. No. 122. Pp. 287–231.
17. Lin B., Bai Y., Xu B.-X. Data-driven microstructure sensitivity study of fibrous paper materials // *Materials and Design*, 2021. No. 197. Pp. 1–10.
18. Терентьев О. А. Гидродинамика волокнистых суспензий в целлюлозно-бумажном производстве. – М.: Лесная промышленность, 1980. – 248 с.
19. Tyralsky T. Rheometrie an Faserstoffen und ihre praktische Nutzungsmöglichkeiten // *Zellstoff and Papier*, 1991. No. 2. Pp. 57–62.
20. Тотухов Ю. А. Влияние реологической характеристики волокнистой суспензии на эффективность работы напорного ящика бумагоделательной машины: автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1978. – 32 с.
21. Смирнова Э. А., Тотухов Ю. А., Васильева С. Г. Расчет реологических характеристик волокнистых суспензий с учетом времени релаксации // *Машины и аппараты целлюлозно-бумажного производства: Межвуз. сб. научн. тр.* – Л.: ЛТА, 1979. – С. 10–13.
22. Смирнова Э. А. Расчет аналитической кривой реологической характеристики волокнистой суспензии со вторичным структурообразованием // *Машины и аппараты целлюлозно-бумажного производства: Межвуз. сб. научн. тр.* – Л.: ЛТА, 1989. – С. 32–36.
23. Такэути Н. Исследования и разработка технологии производства бумаги из сырья высокой концентрации // *Камипа гикёси*, перевод с японского. – 1988. – Т. 42, №3. – С. 61–68.
24. Смирнова Э. А., Тотухов Ю. А., Гончаров В. Н. Оценка структурообразования бумажной массы // *Машины и аппараты целлюлозно-бумажного производства: Межвуз. сб. научн. тр.* – СПб.: СПбГТУРП, 2011. – С. 116–119.
25. Bennington C., Kerekes R. Power requirements for pulp suspension fluidization // *TAPPI*, 1996. Vol. 79, no. 2. Pp. 253–258.
26. Surek D. Einlus kurfaseriger Feststoff auf die Hauptparameter von kreiselpumpen // *Zellstoff und Papier*, 1991. No. 2. Pp. 63–66.
27. Poppel E., Lado Z. Research on eletrokinetic rheological, hydrodynamic and fhsyco-mechanical behavior of papierstocks from recycled fibres // *Applied Rheology*, 1996. Pp. 269–275.

28. Wiklund J., Johansson M. Rheological Measurements of complex Model Fluids using an Ultrasound Based Method // Chalmers University of Technology, Sweden, 2001.
29. Александров А. А., Мельникова Т. Н. Реология и гидродинамика волокнистых суспензий. – Хабаровск: Изд-во Хабар. гос. тех. ун-та, 2004.
30. Куров С. В., Тихонов Ю. А. Гидродинамика процессов массоподачи на бумагоделательную машину. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. – 264 с.
31. Мальцев Г. И., Радионов Б. К., Вершинин С. В. Исследование реологических свойств волокнистых суспензий // Изв. вузов: Лесной журнал. – 2012. – № 2. – С. 122–126.
32. Li T., Powell R., Odberg L. Velocity measurement of fiber suspensions in pipe flow by the nuclear magnetic resonance imaging method // TAPPI, 1994. Vol. 77, no. 3. Pp. 145–149.
33. Li T., Odberg L. Studies of Flocculation in Cellulose Fibre Suspensions by NMR Imaging // Journal of Pulp and Paper Science, 1997. Vol. 28, no. 7. P. 27–34.
34. Ogawa K., Yoshikawa S., Ikeda J. Pressure and velocity profile of pulp flow in a circular pipe // TAPPI, 1990. April. Pp. 217–221.
35. Wiklund J., Johansson M. In-Line Rheological Measurements of Complex Model Fluids Using an Ultrasound UVP-PD Based Method // M. Sothesis, Chalmers University of Technology, Sweden, 2001.
36. Wiklund J., Johansson M. In-Line Ultrasound Rheological Based Rheometry of Industrial and Model Suspensions Flowing Through Pipes // 3rd International Symposium on Ultrasonic Doppler Methods for Fluid Mechanics, Lausanne, 2002.
37. Климов В. И. Гидротранспорт волокнистых материалов в целлюлозно-бумажном производстве. – М.: Лесная промышленность, 1971. – 280 с.
38. Moller K. General correlations of pipe friction data for pulp suspensions // TAPPI, 1976. Vol. 59, no. 8. Pp. 110–114.
39. Hemström G., Moller K. Boundary layer studies in pulp suspension flow // TAPPI, 1976. Vol. 59, no. 8. Pp. 115–118.
40. Lami S., Cognet G. Ecoulement de pâte à papier en conduite flocculation et turbulence // Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 1985. No. Special. Pp. 253–266.
41. Soszynski R. The plug flow of fiber suspensions in pipes // Nordic Pulp and Paper Research Journal, 1991. No. 3. Pp. 73–79.
42. Климов В. И. Расчет и проектирование массопроводных коммуникаций целлюлозно-бумажного производства: учебное пособие. – Л.: ЛТА, 1986. – 80 с.
43. Климов В. И., Куров С. В., Тихонов Ю. А. Выбор насосов при проектировании насосных установок: методические указания. – Л.: ЛТИЦБП, 1988. – 32 с.
44. Климов В. И., Панфилов А. Н., Новиков Н. Е. Расчет сопротивлений массопроводов // Бумажная промышленность. – 1980. – № 11. – С. 22–23.
45. Duffy G. A review and evaluation of design methods for calculating friction loss in stock piping systems // TAPPI, 1976. Vol. 59, no. 8. Pp. 124–127.

46. Pande H., Rao N. Hydrodynamic behavior of nonwood fiber suspensions // TAPPI, 1999. Vol. 82, no. 6. Pp. 140–145.
47. Roux J., Franc N., Duffy G. Shear factor: A New Way to characterize fiber suspension shear // TAPPI, 2001. No. 8. Pp. 1–18.
48. Ventura C., Fernando G. Flow dynamics of pulp fiber suspensions // TAPPI, 2008. Vol. 59. August. Pp. 20–26.
49. Myreen B. Modeling the flow of pulp suspension in pipes, part 1 // Paperi ja Puu, 1989. No. 5.
50. Hammarstrom D., Hamalainen J. Modeling of laminar suspension flows // Technical Reports from KTH Mechanics Royal Institute of technology, 2004. May. Pp. 101–111.
51. Jokinen O., Ebeling K. Flocculation tendency of papermaking fibers // Paperi ja Puu, 1985. No. 5. Pp. 317–325.
52. Nazhad M., Harris E., Dodson T., Kerekes R. The influence of formation on tensile strength of paper made from mechanical pulps // TAPPI Journal reviewed paper, 2000. December. Pp. 1–9.
53. Kropholler H., Sampson W. The Effect of Fiber Length Distribution on Suspension Crowding // Journal of Pulp and paper Science, 2001. Vol. 27, no. 9. Pp. 301–305.
54. Dodson C., Schaffnit C. Flocculation and orientation effects on paper-formation statistics // TAPPI, 1992. January. Pp. 167–171.
55. Kerekes R., Schell C. Effects of fiber length and coarseness on pulp flocculation // TAPPI, 1995. Vol. 78, no. 2. Pp. 133–139.
56. Dodson T. Fiber crowding, fiber contacts, and fiber flocculation // TAPPI, 1996. Vol. 79, no. 9. Pp. 211–215.
57. Bernie J., Douglas W. Local grammage distribution and formation of paper by light transmission image analysis // TAPPI, 1996. Vol. 79, no. 1. Pp. 193–202.
58. Praust H., Götsching L. Flockenorientierung in Papier // Das Papier, 1998. No. 6. Pp. 376–384.
59. Lee C., Brodkey R. A visual study of pulp floc dispersion mechanism // AIChE Journal, 1987. Vol. 33, no. 2. Pp. 297–302.
60. Hubbe M. Reversibility of polymer-induced fiber flocculation by shear. 1. Experimental methods // Nordic Pulp Paper Res. J., 2000. Vol. 15, no. 5. Pp. 545–553.
61. Andersson S., Rigner J. The network strength of no flocculated fiber suspensions // Nordic Pulp Paper Res. J., 1999. Vol. 14, no. 1. Pp. 61–70.
62. Bjorkman U. Flow of flocculated fibres // Stockholm, KTH. 1999.
63. Bjorkman U. A Band Rheometer for fibre flow studies // Annual Transaction of the Nordic Rheology society, 2009. Vol. 17.
64. Терентьев О.А. Массоподача и равномерность бумажного полотна. – М.: Лесная промышленность, 1986. – 246 с.
65. Hubbe P. Flocculation of Cellulose Fibers // BioResources, 2007. Vol. 2, no. 2. Pp. 296–331.

66. Egelhof D. Flocculation in streaming fiber suspensions // Wochenbl. Papierfabr, 1972. No. 13. Pp. 494–499.
67. Kerekes R. Perspectives on fibre flocculation in papermaking // TAPPI Press. 1995 Paper Phys. Conf., 1995. Pp. 23–31.
68. Deng C. Linear stability of a flow in channel partially filled with a porous medium // The University of British Columbia. 2004. November. Pp. 6–18.
69. Tozzi E., Klingenberg D. Simulation of Flexible Fiber Suspension // Proceedings of the 2005 TAPPI practical papermaking conference, 2005. May. Pp. 22–25.
70. Huber P., Carre B. The Influence of TMP fibre flexibility on flocculation and formation // BioResources, 2008. No. 4. Pp. 1218–1227.
71. Jarvis P., Jefferson B. A Review of floc strength and breakage // Water Research, 2005. Vol. 39, no. 14. Pp. 3121–3137.
72. Duffy G. The Importance of Mechanistic based Models in Fibre Suspension Flow // Nordic Pulp and Paper Journal, 2003, in press.
73. Myreen B. Modeling the Flow of Pulp Suspensions in pipes, Part 2 // Paperi ja Puu, 1989. No. 7. Pp. 119–127.
74. Mansour A. Simple and explicit equations for the friction factor in turbulent fiber suspension flow // Journal of Non – Newtonian Fluid Mechanics, 1985. No. 17. Pp. 245–247.
75. Hammarstrom D., Hämäläinen J. Modeling of Turbulent suspension Flows // Technical report from KTH Mechanics, 2004. May. Pp. 112–124.
76. Farnood R., Dodson C. Modeling flocculation // Journal of Pulp and Paper Science, 1995. Vol. 21, no. 10. Pp. 348–355.
77. Farnood R., Loewen S. Estimation of intra-floc forces // APPITA Journal, 1994. Vol. 47, no. 5. Pp. 391–396.
78. Farnood R., Kortschot M. Modelling flocculation: A gallery of simulated flocculated papers // Nordic Pulp and Paper Research Journal, 1997. Vol. 12, no. 2. Pp. 86–89.
79. Steen M. Turbulence and Flocculation in Fibre suspension // PhD thesis, University of Trondheim, 1990. Pp. 73–74.
80. Steen M. Modeling fiber flocculation in turbulent flow: a numerical study// TAPPI, 1991. September. Pp. 175–182.
81. Kamera H., Salmela J. Prediction of paper formation by fluidization and reflocculation experiments // 12th Fundamental Research Symposium, 2001. Pp. 559–589.
82. Hyensjo M., Hämäläinen J. Turbulent dilute fibre suspension flow modeling in a sudden circular pipe enlargement // 89th annual meeting in of Pulp and Paper Technical Association of Canada, 2003. Pp. 73–75.
83. Kuhn D., Sullivan P. Analysis and measurement of the flocculation intensity of flowing pulp suspension // TAPPI Papermakers Conference. Cincinnati USA, 2001.
84. Plikas A., Kuhn D. A numerical model of fibre suspensions in a grid generated turbulent flow // ASME, 2000. Pp. 991–996.

85. Raghem – Moayed A. Characterisation of Fibre Suspension Flows an Paper-making Consistencies // PhD thesis, University of Toronto, 1999. Pp. 21–28.
86. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. – М.: Мир, 1971. – 232 с.
87. Ramkrishna D. Population Balances – Theory and Application to Particulate Systems in Engineering // Academic Press. San Diego, 2009. 21 p.
88. Hämäläinen T. Modeling of Fibre Orientation and Fibre Flocculation Phenomena in Paper Sheet Forming // Tampere University of Technology, 2008. Pp. 12–94.
89. Luo H., Svensen H. Theoretical model for drop and bubble break-up in turbulent dispersions // AIChE Journal, 1996. Vol. 42, no. 5. Pp. 1225–1233.
90. Хинце И. О. Турбулентность. – М.: Мир, 1963. – 679 с.
91. Prince M., Blanch H. Bubble coalescence and break-up in air-sparged bubble columns // AIChE Journal, 1990. Vol. 36, no. 10. Pp. 1485–1499.
92. Egelhof D. Determination of headbox flow stability and effects of basis-weight variation on paper // TAPPI, 1977. Vol. 60, no. 3. Pp. 63–65.
93. Bonano E. A Study of flocculation in flowing concentrated fibre suspensions using Coherence function // Journal of Pulp and Paper Science, 1984. July. Pp. 102–107.
94. Ramstad T. Use of laser beam on a high-speed tissue machine to improve basis weight uniformity // TAPPI, 1973. Vol. 56, no. 7. Pp. 92–93.
95. Holik H. Zur Geschwindigkeitssteigerung von Papiermaschinen – eine Übersicht // Wochenblatt für Papierfabrikation, 1985. No. 2. Pp. 45–54.
96. Nerelius L., Norman B. Measurement of Flocculation Characteristics by Light Reflection // TAPPI, 1972. Vol. 55, no. 4. Pp. 574–580.
97. Norman B., Moller. Hydrodynamics of papermaking fibres in water suspension // Fibrowater. Transaction of Symposium, 1977. Vol. 1. Pp. 195–249.
98. Persinger W., Meyer H. Scale of Flocculation for fully developed turbulent tube flow // Paperi ja Puu, 1975. No 9. Pp. 563–577.
99. Kallmes O. Understanding the role of turbulence should lead to improve formation // Paper Trade Journal, 1977. Vol. 161, no. 4. Pp. 44–52.
100. Александров А. А. Основы теории структурообразования бумажной массы в процессе напуска на сеточную часть бумагоделательной машины: дис. ...докт. техн. наук. – Л.: ЛТИЦБП, 1987. – 398 с.
101. Протодяконов И. О., Сыщиков Ю. В. Турбулентность в процессах химической технологии. – Л.: Наука, 1983. – 319 с.
102. Biggs C., Lant P. Activated sludge Flocculation // Water Research, 2000. No 34. Pp. 2542–2550.
103. Bache D. Floc Rupture and Turbulence a Framework for Analysis // Chemical Engineering Science, 2004. Vol. 59. Pp. 2521–2534.
104. Krochan P., Thomsson L. A new method for characterizing turbulent mixing in semiconcentrated suspension // TAPPI, 2011. Vol. 10, no. 11. Pp. 45–52.

105. Тихонов Ю. А. Экспериментально-теоретическое исследование напорного ящика для волокнистой суспензии высокой концентрации: дис. ... канд. техн. наук. – Л.: ЛТИЦБП, 1980. – 120 с.
106. Фрост У., Моулдент Т. Турбулентность. Принципы и применения. – М.: Мир, 1980. – 526 с.
107. Holmqvist C. Mechanical Modeling of Blade forming and Drainage of Flocculated Suspensions // PhD thesis, KTH, 2005. Pp. 114–128.
108. Смолин А. С., Аксельрод Г. З. Технология формования бумаги и картона. – М.: Лесная промышленность, 1984. – 120 с.
109. Миронова В. В. Экспериментальное и теоретическое исследование работы потокораспределителя БДМ: дис. ... канд. техн. наук. – Л.: ЛТИЦБП, 1974. – 132 с.
110. Калинин М. И. Экспериментально-теоретические исследования условий оптимальной работы потокораспределительных систем БДМ: дис. ... канд. техн. наук. – Л.: ЛТИЦБП, 1979. – 220 с.
111. Миронова В. В. Обзор конструкции потокораспределителя и напорных ящиков для двухсеточного формования. – М.: Лесная промышленность, 1974. – 24 с.
112. Куров В. С. Основы теории пульсационных возмущений при массоподаче на бумагоделательную машину и методы их устранения: дис. ... докт. техн. наук. – СПб, 1992. – 544 с.
113. Технология целлюлозно-бумажного производства. – Т. II, часть I. – СПб.: Политехника, 2005. – 423 с.
114. Фляте Д. М., Глобус Ф. Е. Хлопьеобразование волокнистых суспензий в зависимости от их концентрации // Целлюлоза, бумага и картон. – 1973. – № 4. – С. 9–10.
115. Фляте Д. М., Глобус Ф. Е. Хлопьеобразование волокон при изготовлении бумаги. – М.: ВНИПИЗИлеспром, 1975. – 27 с.
116. Фляте Д. М. Свойства бумаги. – М.: Лесная промышленность, 1986. – 680 с.
117. Смолин А. С., Аксельрод Г. З. Технология формования бумаги и картона. – М.: Лесная промышленность, 1984. – 121 с.
118. Mardon J. Perforated Rolls, Design, Structure and Use // Pulp Paper Mag. Canada, 1966. Vol. 97, no. 11. Pp. 471–498.
119. Bubic A., Dahl H. Neure Entwicklungen bei der Stoffverteilung and ihr Einfluss auf die Blattbildung // Wochenblatt fur Papierfabrikation, 1974. No. 7. Pp. 236–242.
120. Bubic A., Christ A. Stufendiffusoren als Hydraulische Hauptelemente von Escher – Wyss – Stoffauflaufen // Escher Wyss Mitteilungen, 1977. No. 1. Pp. 17–22.
121. Dahl H., Weiss H. A New hydraulie principle for Headboxes // TAPPI, 1975. Vol. 61, no. 11. Pp. 72–77.
122. Meinicke A. Die Entwiclung eines Stoffauflaufes // Das Papier, 1973. No. 10 A. Pp. 531–538.

123. Reiner L., Wahren D. Characteristic Properties of the flow from industrial Headbox // Svensk Papperstidning, 1971. No. 9. Pp. 261–267.
124. Kufferath W. Mechanisch-hydrodinamische Faktoren im Bereich des freien Strahles // Wochenblatt für Papierfabrikation, 1978. No. 2. Pp. 56–62.
125. Holik H. Mechanisch-hydrodinamische Faktoren der Blattbildung im Stoffzulaufsystem und Stoffauflauf // Wochenblatt für Papierfabrikation, 1978. No. 2. Pp. 39–50.
126. Kerekes R., Koller E. Equations for calculating headbox jet contraction and angle of outflow // TAPPI, 1981. Vol. 64, no. 1. Pp. 95–97.
127. Ahmed A. Portable computer program helps optimize headbox slice system // Pulp and Paper Canada, 1985. Vol. 86, no. 6. Pp. 11–14.
128. Aidun C., Kovacs A. Hydrodynamics of the forming section: the origin of nonuniform fiber orientation // TAPPI, 1995. Vol. 78, no. 11. Pp. 97–106.
129. Hyensjö M., Hämäläinen J. Turbulent dilute fibre suspension modeling in a sudden circular pipe Enlargement // PAPTAG, 2002.
130. Lindroos K., Piirto M. The Effect of Fibres on Turbulent quantities in backward facing step channel flow // Third International Symposium on Turbulence and shear flow Phenomena. Japan, 2003. June 27. Pp. 233–238.
131. Shah P., Atsvapranee P. The role of turbulent elongational stresses on deflocculation in paper sheet formation // TAPPI, 2000. Vol. 83, no. 4. Pp. 1–8.
132. Weissshuhn E., Dahl H. Einfluß des Stoffauflaufs auf Blatteigenschaften und deren Konstanz // Das Papier, 1986. No. 10 A. Pp. 1–16.
133. d'Incau S. The structure of turbulence in the sudden expansion // TAPPI press, 1983. 583 p.
134. Strong C. Microturbulence generation in papermachine headbox // Papermakers Conference // TAPPI Proceedings. Atlanta, 1983. Pp. 101–107.
135. High Capacity BEL-FORM Formers // XXI-st Annual Technical Conference. Beloit Poland S.A., 1993. May.13.
136. Bercel E., Shuffler E. The measurement, characterization and correlation of turbulence and fibre dispersion in headbox models // Pulp and Paper Canada, 1981. Vol. 82, no. 6. Pp. 124–130.
137. Putkiranta M., Marjanen K. On the flocculation in fiber suspensions. // 7th International Conference on Multiphase Flow. Tampa USA, 2010. May 30.
138. Hämäläinen T. Modeling of Fibre orientation and Fibre Flocculation Phenomena in Paper sheet forming // Thesis of Tampere University of Technology, 2008. November. Pp. 1–94.
139. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1978. – 736 с.
140. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 711 с.
141. Лущик В. Г., Повельев А. А. Трехпараметрическая модель сдвиговой турбулентности // Механика жидкости и газа. – 1978. – № 3. – С. 7–12.
142. Дидковский М. М. Турбулентная структура потока на поверхности раздела. – Киев: Наукова думка, 1965. – С. 184–194.

143. Чичаев В. А. Оборудование целлюлозно-бумажного производства. – Т. 1. – М.: Лесная промышленность, 1981. – 318 с.
144. Song A., et al. Filler distribution factor and its relationship with the critical properties of mineral-filled paper // *BioResources*, 2018. Vol. 13, no. 3. Pp. 6631–6641.
145. Патент № 2463578 RU. Способ контроля анизотропии углового распределения волокон в структуре плоского волокнистого материала / Шляхтенко П. Г. и др. (2011).
146. Self-reinforced grease-resistant sheets produced by paper treatment with zinc chloride solution / Ma, J., Wang, Z., et. al. // *Bio Resources*, 2015. No. 10(4). Pp. 8225–8237.
147. Paper substrate for printed functionality. R. Bollstrom and M. Toivakka 15th Fundamental Research Symposium, Cambridge, September, 2013.
148. Мидуков, Н. П. Исследование поперечного среза многослойного картона с использованием технологии ионной резки / Н. П. Мидуков, В.С. Куров, К. Х. Эрматова, А. С. Смолин, П. А. Сомов // *Химия растительного сырья*. – 2019. – № 4 – С. 109–112.
149. Мидуков, Н. П. Трёхслойный картон тест-лайнер с высокими механическими показателями / Н. П. Мидуков, А. С. Смолин, В. С. Куров, А. Р. Сальманов // *Новое в технологии ЦБП: матер. Междунар. науч.-практ. конф. / СПБГТУРП*. – СПб, 2014. – С. 77–83.
150. ISO 5269-2. Pulps-Preparation of laboratory sheets for physical testing. Part 2. Rapid-Köthen method// International Organization of Standardization. Geneva. Switzerland, 2004. 8 p.
151. ГОСТ 14363.4-89 Целлюлоза. Метод подготовки проб к физико-механическим испытаниям. – М.: Изд-во стандартов, 1991. – 14 с.
152. ISO 7213. Pulps – Sampling for testing. Geneva, Switzerland, 1981. 2 p.
153. ГОСТ 7629-93. Бумага и картон. Метод определения золы 06.04.2015. – 9 с.
154. TESCAN MIRA3 URL: [microscope/ www.tescan.com/en-us/technology/sem/mira3](http://microscope/www.tescan.com/en-us/technology/sem/mira3).
155. TESCAN детектор BSE. URL: www.tescan.ru/products/sem-detectors.
156. TESCAN MIRA3 microscope. Download Brochure. URL: www.tescan-uk.com/tecnology/sem/mira3.
157. Шрайннер Т., Гроссманн Х., Мидуков Н. П., Куров В. С., Смолин А. С. Влияние сухого диспергирования макулатуры на свойства многослойного картона // *Химия растительного сырья*. – 2020. – № 4. – С. 251–260. DOI: 10.14258/jcprm.2020046956.
158. Hirn, U. The area in molecular contact in fiber-fiber bonds / U. Hirn, R. Schennach, C. Ganser, M. Magnusson, C. Teichert, S. Östlund // *Trans. of the 15th Fundamental Research Symposium, Cambridge, 2013*. Pp. 201–226.
159. Абрамова В. В., Гурьев А. В. Оценка равномерности макроструктуры офисной бумаги // *Изв. вузов. Лесной журнал*. – 2017. – № 4. – С.172–186.

160. Hubbe M. A. What happens to cellulosic fibers during papermaking recycling a review/ M.A. Hubbe, R.A. Venditti, and O. Rojas // *BioResources*, 2007. No. 2. Pp. 739–788.
161. Adobe Photoshop. Официальный учебный курс / пер. М. А. Райтман; ред. В. И. Обручев. – М.: Изд-во «Эксмо-Пресс», 2013. – 432 с.
162. IpSquare v5.0 for Windows. Описание. URL: www.lprosoft.at.ua
163. ISO 5636-3. Paper and board. Determination of air permeance (medium range). Part 3: Bendtsen method: Geneva, Switzerland, 2013, 14 p.
164. ISO 8791-2. Paper and board. Determination of roughness/smoothness (air leak methods). Part 2: Bendtsen method, 2013. Geneva, Switzerland, 2013, 16 p.
165. ISO 534. Paper and board. Determination of thickness, density and specific volume: Geneva, Switzerland, 2011.
166. ISO 2758. Paper. Determination of bursting strength: Geneva, Switzerland, 2014.
167. ISO 2759. Board. Determination of bursting strength: Geneva, Switzerland, 2014.
168. ISO 3689. Paper and board. Determination of bursting strength after immersion in water: Geneva, Switzerland, 1983.
169. ISO 1924-2. Paper and board. Determination of tensile properties. Part 2: Constant rate of elongation method (20 mm/min): Geneva, Switzerland, 2008.
170. ISO 1924-3. Paper and board. Determination of tensile properties. Part 3: Constant rate of elongation method (100 mm/min): Geneva, Switzerland, 2005.
171. ISO 9895. Paper and board. Compressive strength. Short-span test.: Geneva, Switzerland, 2008.
172. TAPPI 569 om-14. Internal bond strength (Scott type), 2014.
173. ISO 16065-2. Pulps. Determination of fibre length by automated optical analysis. Part 2: Unpolarized light method: Geneva, Switzerland, 2014.
174. Ferria T., Rasband W. ImageJ. User guide. 2012. 198 p. <http://imagej.nih.gov/ij/docs/guide>.
175. Зильберглейт М. А. Темрук В. И. Применение пакета ImageJ для обработки изображений, полученных электронной сканирующей микроскопией (на примере анализа бумаги) // *Полимерные материалы и технологии*. – 2017. – № 1, Т. 3. – С. 71–74.
176. Kurov V. S., Midukov N. P. Evaluation of the formation quality of multilayer fiber composite material according to cross-sectional cut microstructure // *Fibre Chemistry*, 2021. Vol. 53, no. 2. Pp. 115–119.
177. Midukov N. P. Kazakov Ya. V., Heimneman S., Kurov V. S, Smolin A. S. Investigation of transverse section of multi layered paperboard by ion cutting technique // *Fibre Chemistry*, 2020. No. 52. Pp. 51–57.
178. Мидуков Н. П., Куров В. С. Влияние микроструктуры картона на его механические свойства // *Химия растительного сырья*. – 2021. – № 4. – С. 361–371.

179. Мидуков Н. П., Куров В. С. Влияние микроструктуры картона на его механические свойства // Химия растительного сырья. – 2021. – № 4. – С. 361–371. – DOI: 10.14258/jcprm.2021049208.
180. Жарков, Н. В. AutoCAD 2016: полное руководство / Н. В. Жарков, М. В. Финков, Р. Г. Прокди. – М.: Наука и техника, 2016. – 600 с.
181. ImageJ. <https://ru.wikipedia.org/wiki/ImageJ>.
182. Казаков Я. В. Характеристики деформативности как основополагающий критерий в оценке качества целлюлозно-бумажных материалов: автореф. дис... д-ра техн. наук. – Архангельск: АГТУ, 2015. – 47 с.
183. Magnusson M. S. Investigation of interfibre joint failure and how to tailor their properties for paper strength. Nordic Pulp & Paper Research Journal, 2016. No. 31 (1). Pp. 109–122.
184. Hirn U., Schennach R. Comprehensive analysis of individual pulp fiber bonds quantifies the mechanisms of fiber bonding in paper. Scientific Reports 5, 2015. 9 p.
185. Мидуков Н. П., Куров В. С., Смолин А. С., Власов А. В., Дубравина Т. В. Технология многослойного композиционного картона тест-лайнера с использованием сухих волокон // Химическая технология. – 2019. – № 10. – С. 29–34.
186. Мидуков Н. П., Ефремкина П. А., Малиновская Г. К., Куров В. С., Смолин А. С. Получение трехслойного вайт-лайнера из вторичных волокон методом аэродинамического формования // Химические волокна. – 2017. – № 1. – С. 2–26.
187. Мидуков Н. П., Куров В. С., Смолин А. С., Власов А. В., Дубравина Т. В. Разработка и промышленное внедрение технологии подготовки макулатуры без воды при производстве картона: Сборник трудов XVII международной научно-практической конференции «Гофроиндустрия на современном этапе развития», 2018. – С. 14–16.
188. ГОСТ 25142-82 Шероховатость поверхности. Термины и определения. – М.: Изд-во стандартов.
189. Куров В. С., Кокушин Н. Н., Машины для производства бумаги и картона. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – 646 с.
190. Технология гофрокартона: учебное пособие / А. С. Смолин, В. К. Дубовый, В. И. Комаров [и др.]. – 2-е изд. испр. и доп. – Санкт-Петербург: Издательско-полиграфическая ассоциация высших учебных заведений, 2019. – 412 с.
191. Романова А. Н., Казаков Я. В., Малков А. В. Влияние вида волокнистого сырья на развитие локальных деформаций при растяжении картона-лайнера варки // Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии. – 2019. – Вып. 227. – С. 293–306.
192. Абрамова В. В. Разработка метода оценки равномерности формования макроструктуры бумаги: дис... на соискание уч. степ. канд. техн. наук / САФУ.

– Архангельск, 2017. – 149 с. URL: <https://narfu.ru/upload/iblock/fe9/Abramova-V.V.-dissertatsiya.pdf>.

193. Рудалев А. В., Попов А. И., Тюпин А. А., Гурьев А. В., Абрамова В. В. Программа для визуализации и анализа равномерности формирования макроструктуры бумаги и картона (PaperForming): свидетельство о гос. регистрации № 2013619551. Дата регистр.: 09.10.2013.

194. SCAN-P 92:09 Accepted 2009 Paper and board Beta-radiation-based grammage formation measurement – Point source method. SCAN-test Methods are issued and recommended by FFIF, PFI and INNVENTIA for the pulp, paper and board industries in Finland, Norway and Sweden. Distribution.

195. Машины для производства бумаги и картона / под ред. В. С. Курова, Н. Н. Кокушина. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2017. – 646 с.

196. ГОСТ 10700-97 Макулатура бумажная и картонная. Технические условия.

197. DIN EN 643 2014 -11. European List of Standard Grades of Paper and Board for recycling. Technical Committee CEN/TC 172. Pub. Nov. 2014. – 23 p.

198. Ванчаков М. В., Кулешов А. В., Александров А. В., Гаузе А. А. Технология и оборудование переработки макулатуры / ВШТЭ СПбГУПТД. – СПб, 2019. – Часть I. – 107 с.

199. Мидуков Н. П. Морфологические свойства волокон сухого способа подготовки макулатуры при производстве картона // Химия растительного сырья. – 2019. – № 4. – С. 109–112.

200. Кларк, Дж. Технология целлюлозы (наука о целлюлозной массе и бумаге, подготовка массы, переработка ее на бумагу, методы испытаний) / пер. с англ. А. В. Оболенской, Г. А. Пазухиной. – М.: Лесная промышленность, 1983. – 456 с.

201. Азаров В. И., Буров А. В., Оболенская А. В. Химия древесины и синтетических полимеров: Учебник. 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство «Лань», 2010. – 624 с.

202. Smolin, A. S. Role of the relaxation state of polymer components in wood when making composite packaging materials (corrugated cardboard) / A. S. Smolin, E. L. Akim // Fiber Chemistry. 2018. Vol. 50, no. 4.

203. M. Fan, D. Dai, B. Huang. Fourier Transform Infrared Spectroscopy for Natural Fibres, Fourier Transform - Materials Analysis, Dr Salih Salih (Ed.). 2012.

204. Midukov N. P., Kazakov Ya. V., Heineman S., Kurov V. S., Smolin A. S. Investigation of transverse section of multi layered paperboard by ion cutting technique. Fiber Chemistry, 2020. Vol. 52, no. 1. Pp. 51–57.

205. Мидуков Н. П. Ресурсосберегающая технология тест-лайнера с белым покровным слоем: автореф. дис. ... докт. тех. наук. – СПб, 2020. – 32 с.

206. Liu C., Marchesini S., Kim M. Quantitative phase-contrast confocal microscope // Optical Society of America, 2014. Vol. 22, no. 15. Pp. 17830–17839. DOI: 10.1364/OE.22.017830.

207. Robertson L. R. The use of phase-contrast microscopy to assess and differentiate the microbial population of paper mill // Tappi, 1993. Vol. 76, no. 3. Pp. 83–87.
208. Zeng X., Vishtal A., Retulainen E., Sivonen E., Fu S. The Elongation Potential of Paper – How Should Fibers be Deformed to Make Paper Extensible // BioResources, 2013. Vol. 8, no. 1. Pp. 472–486.
209. Smith K.C. Scanning electron microscopy in pulp and paper research // Pulp Paper Mag Can, 1959. Vol. 60, no. 12. Pp. 366–371.
210. Sachs I.B. Retaning raised fibrils and micro fibrils on fiber surface // Tappi, 1986. Vol. 69, no. 11. Pp. 124–127.
211. Казаков Я. В., Чухчин Д. Г. Изучение формирования структуры целлюлозных волокнистых материалов с применением криофиксации и лиофилизации // Проблемы механики целлюлозно-бумажных материалов: матер. II Междунар. науч.-техн. конф. – Архангельск, 2013. – С. 56–63.
212. Core H. A., Cote W.A., Day A. C. Wood structure and Identification. Syracuse Wood Sci. Ser. 6. Syracuse Univ. Press, Syracuse. New York, 1979. 182 p.
213. Stratton R. A., Corlson N. L. Fiber wall damage during bond failure // Nordic Pulp Paper Res. J, 1993. No. 2. Pp. 245–249.
214. Peterson R. A., Williams C. L. Determining paper-coating thickness with electron microscopy and image analysis // Tappi, 1992. Vol. 75, no. 10. Pp. 122–126.
215. Gregerson O. W., Johnsen P. O., Helle T. J. Small-scale topographical variation of newsprint surfaces and their effectson printing ink transferdistribution // Pulp and Paper Sci, 1995. Vol. 21, no. 10. Pp. 331–336.
216. Зильберглейт М. А., Темрук В. И. Применение пакета IMAGEJ для обработки изображений, полученных электронной сканирующей микроскопией (на примере анализа бумаги) // Полимерные материалы и технологии. – 2017. – Т. 3, №1. – С. 71–74.
217. Ma J., Wang Z., Zhou X., Xiao H. Self-reinforced grease-resistant sheets produced by paper treatment with zinc chloride solution // BioRes., 2005. Vol. 10, no. 4. Pp. 8225–8237. DOI: 10.15376/biores.10.4.8225-8237.
218. Hellawell J. M., Nelson T. Scanning electron microscopy studies of paper coating structure in cross-section // Tappi, 1971. Vol. 54, no. 10. Pp. 1647–1654.
219. Gibbon D. L., Simon E. C., Cornelius R. S. New electron and light optical techniques for examing papermaking // Tappi, 1989. Vol. 72, no. 10. Pp. 87–91.
220. Petrova M. G., Prokhorov V. V., Pozin S. I., Kovaleva N. N., Demikhov E. I. Atomic Force and Scanning Near-Field Optical Microscopy Study of Carbocyanine Dye J-Aggregates // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics, 2014. Vol. 78, no. 12. Pp. 1362–1366. DOI: 10.2174/1573413710666140411000614.
221. Low-Temperature Scanning Electron Microscopy (LTSEM). URL: <http://uni-tuebingen.de/en/6799>.

222. Снигирёва М. Г. Низкотемпературный сканирующий ближнепольный оптический микроскоп. Приборы и методы экспериментальной физики: автореф. дис. ... канд. физ.-матем. наук. – М., 2015. – 23 с.
223. Низкотемпературный сверхвысоковакуумный сканирующий туннельный микроскоп. URL: <http://www.rusnanonet.ru>.
224. Borch J., Lyne M. B., Mark R. E., Habeger C. Handbook of physical testing of paper/second edition. CRC Press, New York, 2001. 560 p.
225. De Oliveira R. L., Albuquerque D. C., Cruz T. S., Yamaji F. M., Leite F. L. Measurement of the Nanoscale Roughness by Atomic Force Microscopy: Basic Principles and Applications. InTech., 2012. 256 p. DOI: 10.5772/37583.
226. Sokolov I. Atomic Force Microscopy in Cancer Cell Research. American scientific publishers, 2007. – Pp. 1–17.
227. Belitto V., Craotina R. Atomic force microscopy – imaging, measuring and manipulating surfaces at the atomic scale, 2012. 263 p.
228. Мидуков Н. П., Куров В. С. Влияние микроструктуры картона на его механические свойства // Химия растительного сырья. – 2021. – № 4. – С. 361–371.

Научное издание

Куров Виктор Сергеевич
Мидуков Николай Петрович
Тихонов Юрий Александрович

Диспергирование бумажной массы и равномерность многослойного картона

Монография

Редактор и корректор Е. О. Тарновская
Техн. редактор Д. А. Романова

Научное электронное издание сетевого распространения

Системные требования:
электронное устройство с программным обеспечением
для воспроизведения файлов формата PDF

Режим доступа: http://publish.sutd.ru/tp_get_file.php?id=202016, по паролю
- Загл. с экрана.

Дата подписания к использованию 08.02.2024 г. Рег. № 5215/23

Высшая школа технологии и энергетики СПбГУПТД
198095, СПб., ул. Ивана Черных, 4.